

N° d'ordre : 4069

Université des Sciences et Technologies de Lille

Faculté des Sciences Economiques et Sociales

Peut-on prendre le risque de la capitalisation ?

Thèse présentée en vue de l'obtention du doctorat de Sciences Economiques

Mention Economie Appliquée par

Grégory MARLIER

Sous la direction du Professeur Lionel RAGOT
Soutenue publiquement le 27 Novembre 2007

Membres du jury :

Mme. Lavigne Anne, Professeur à l'Université d'Orléans, Rapporteur

M. Weitzenblum Thomas, Professeur à l'Université de Franche-Comté, Rapporteur

M. Belan Pascal, Professeur à l'Université de Nantes

M. Vigeant Stéphane, Professeur à l'Université de Lille I

M. Ragot Lionel, Professeur à l'Université de Lille I, Directeur

La faculté n'entend donner aucune approbation ou improbation aux opinions émises dans les thèses. Ces opinions doivent être considérées comme propres à leurs auteurs.

Remerciements

Je souhaite tout d'abord exprimer mes plus sincères remerciements à Lionel Ragot avec qui j'ai eu la chance de travailler depuis mon année de maîtrise. Sa disponibilité, sa patience et ses précieux conseils ont été indispensables à la bonne réalisation de cette thèse. Il a su m'encourager et me rassurer dans les moments difficiles. Qu'il trouve ici l'expression de toute ma gratitude.

J'adresse aussi mes remerciements les plus chaleureux à Rodrigue Mendez avec qui j'ai eu l'opportunité de travailler. Ma thèse doit beaucoup à nos discussions et à nos travaux en commun. Je remercie aussi très sincèrement Stéphane Vigeant pour l'aide qu'il m'a apportée en fin de thèse. J'ai également bénéficié des conseils avisés d'Etienne Farvaque et Xavier Chojnicki. Je les en remercie.

Je tiens à remercier Anne Lavigne et Thomas Weitzenblum qui ont accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, ainsi que Pascal Belan et Stéphane Vigeant qui ont accepté d'être membres du jury.

Je voudrais remercier le laboratoire EQUIPPE pour m'avoir accueilli. Je remercie particulièrement Hubert Jayet. Bien sûr, je tiens à remercier tous les doctorants de la « ruche » pour la bonne ambiance de travail des bureaux 101-103. Un clin d'œil tout particulier à mon ancienne voisine de bureau, Aurélie Cassette.

Mes remerciements s'adressent aussi à Florence Jany-Catrice pour ses encouragements répétés durant ces longues années de travail. Merci à Céline Brogniart-Merlin pour son soutien sans faille dans les moments difficiles.

Je remercie Sandrine Maes et l'équipe qu'elle anime au centre de documentation de la Faculté de Sciences Economiques et sociales pour leur efficacité et leur grande disponibilité.

Que Jean-Luc, Nicole, Philippe, Bruno, Christophe, Céline et Aurélie trouvent ici le témoignage de ma gratitude pour leur amitié, leur disponibilité, leurs encouragements et leur travail de relecture.

Merci à Pierre-Jean Lorens et à Alain Pruvost pour la confiance qu'ils m'ont accordée.

Un grand merci enfin à mes parents qui m'ont toujours soutenu au cours de ces longues années d'études.

Table des matières

Remerciements.....	v
Introduction générale	1
Chapitre 1 : Système de retraite par capitalisation et risques : un survol de la littérature	27
1.1 Les rendements de la capitalisation sont-ils supérieurs à ceux de la répartition ?	29
1.1.1 Les rendements des systèmes de retraite	29
1.1.2 Le coût de la transition vers la capitalisation	32
1.1.3 Les frais administratifs des plans épargne-retraite	35
1.2 Evaluation des risques de la phase d'accumulation d'un système de retraite reposant sur la capitalisation	36
1.2.1 Evaluation du risque de liquidation par analyse historique	37
1.2.2 Estimation des risques de trajectoire et de liquidation par analyse prospective.....	44
1.2.3 Stratégies dynamiques et risques de trajectoire et de liquidation	53
1.2.4 Risques et systèmes multi-piliers	60
1.3 Evaluation du risque de longévité propre à la phase de distribution	64
1.3.1 Les explications théoriques de la demande limitée de rentes viagères.....	64

1.3.2 Comment mesurer le risque de longévité ?	70
1.3.3 Retraits programmés versus rentes viagères.....	74
1.4 Conclusion du chapitre 1.....	79
Chapitre 2 : Une évaluation des risques de la capitalisation par une analyse historique	81
2.1 Les performances du marché français sur le vingtième siècle	83
2.1.1 La construction des séries.....	84
2.1.2 Le rendement cumulé des principaux placements financiers	91
2.1.3 Les rendements annuels des placements sur 40 ans	96
2.1.4 Les rendements effectifs historiques hors coûts administratifs	100
2.2 Les taux de remplacement historiques	109
2.2.1 Les taux de remplacement historiques : le scénario de référence.....	109
2.2.2 Sensibilité aux différentes hypothèses retenues	116
2.2.2.1 Sensibilité aux frais administratifs et aux coûts de gestion : comparaison de différentes mesures	117
2.2.2.2 Sensibilité au taux de cotisation	121
2.2.2.3 Sensibilité à la durée de cotisation.....	122
2.2.2.4 Comparaison de différents indicateurs de générosité du système de retraite	124
2.3 Apports d'une diversification du portefeuille : stratégies dites « statiques ».....	132
2.3.1 Une diversification « nationale » : la constitution de portefeuilles mixtes.....	132
2.3.2 L'apport de l'immobilier dans la stratégie de diversification du portefeuille.....	136
2.3.3 Une diversification internationale : l'apport d'actifs américains	140
2.4 Apports d'une diversification du portefeuille : stratégies dites « dynamiques ».....	149
2.4.1 Les taux de remplacement historiques procurés par des stratégies dynamiques de type « life cycle »	150
2.4.2 Une comparaison entre les stratégies dynamiques et les stratégies statiques .	156

2.4.3 Stratégies dynamiques avec part décroissante ou croissante en actions : une comparaison	158
2.5 Conclusion du chapitre 2	162
Chapitre 3 : Risques de trajectoire et de liquidation de la phase d'accumulation	165
3.1 Présentation de la méthodologie du bootstrap.....	167
3.2 Aversion pour le risque et composition du portefeuille	173
3.3 Evaluation du risque de trajectoire	180
3.3.1 Définition des taux de remplacement de référence.....	181
3.3.2 Evaluation du risque de trajectoire pour un taux d'épargne donné	184
3.3.3 Sensibilité aux différentes hypothèses retenues	192
3.4 Diversification du portefeuille et risque de trajectoire	199
3.4.1 Diversification nationale du portefeuille	199
3.4.2 Diversification internationale du portefeuille.....	202
3.4.3 Diversification du portefeuille et stratégies dynamiques.....	206
3.5 Epargne et risque	211
3.5.1 Epargne et portefeuilles à support unique	211
3.5.2 Impact des frais administratifs sur les taux d'épargne requis.....	213
3.5.3 Impact de la diversification du portefeuille sur les taux d'épargne requis	215
3.5.4 Stratégies d'allocation dynamiques et taux d'épargne requis.....	218
3.6 L'impact de l'allongement de la durée de vie active.....	220
3.7 Les régimes mixtes ou multi-piliers	226
3.7.1 Système mixte et taux de remplacement seuils	226
3.7.2 Epargne et système mixte	230

3.7.3 Allongement de la durée de cotisation et système mixte.....	235
3.8 Conclusion du chapitre 3.....	238
Chapitre 4 : risques d’investissement et de longévité de la phase de distribution.....	239
4.1 Les différentes possibilités de sortie du capital.....	241
4.2 Une estimation du risque de longévité	245
4.2.1 Modélisation des retraits programmés.....	245
4.2.2 Taux de retrait réel et risque d’épuisement du capital.....	249
4.2.3 Risque de longévité et espérance de survie à chaque âge.....	255
4.2.4 Sensibilité des résultats aux hypothèses formulées	265
4.3 Une comparaison retraits programmés – rentes viagères	272
4.3.1 Les différentes stratégies de distribution du capital	272
4.3.1.1 La conversion du capital en rente viagère : stratégie de référence ..	272
4.3.1.2 Les stratégies de prélèvement	275
4.3.2 Une estimation du risque de longévité	278
4.3.2.1 Montants des retraits programmés par rapport à la rente viagère....	278
4.3.2.2 Probabilité de recevoir une pension inférieure à celle perçue sous forme de rente viagère	282
4.3.2.3 Une évaluation des pertes éventuelles des stratégies de prélèvement	286
4.3.3 Stratégies de distribution et pensions cibles.....	290
4.4 Stratégies de prélèvement et espérance de vie	299
4.4.1 Présentation des indicateurs	299
4.4.2 Rendements, risque et legs des stratégies de prélèvement	300
4.4.3 Systèmes combinés et réduction du risque	304
4.4.4 Allocations d’actifs, taux de retrait et minimisation des pertes.....	310
4.5 Conclusion du chapitre 4.....	315

Conclusion générale 317

Bibliographie 323

Annexe 343

Liste des tableaux

1	Actifs financiers des fonds de pension (en millions de dollars).....	5
2	Actifs financiers des fonds de pension (en % du PIB)	6
3	Taux de couverture de la population active par un fonds de pension	8
4	Allocations des fonds de pension par grand type d'actif (en % de l'actif).....	11
5	Evolution entre 1991 et 2004 de l'allocation des fonds de pension par grand type d'actif (en % de l'actif total) pour les Etats-Unis, les Pays-Bas et le Royaume-Uni	12
6	Réglementation des placements des fonds de pension de quelques pays.....	13
7	Répartition du nombre total de membres actifs et retraités par types de plan en %..	14
8	Variation du nombre total de membres actifs et retraités par type de plan en %	15
9	Caractéristiques des fonds de réserve pour les retraites	18
10	Valeur de marché des portefeuilles en % du PIB	19
11	La composition du portefeuille des fonds de réserve selon les classes d'actifs	20
1.1	Régimes de retraites et rendements	33
1.2	Ratios d'accumulation, taux de remplacement historiques et taux de rendement interne des contributions aux Etats-Unis sur la période 1911-1999.....	38
1.3	Taux de remplacement pour différentes stratégies de diversification de portefeuille.....	40
1.4	Taux de remplacement (en %) de la retraite par capitalisation et par répartition (Arbulu et al. [2001, 2002])	42
1.5	Taux de remplacement historiques en Italie (décembre 1984-décembre 2005).....	44
1.6	Taux de remplacement des simulations de Monte-Carlo pour les portefeuilles à support unique (cohorte 1958-1997).....	47
1.7	Taux de contribution, taux de rendement des cotisations et taux de remplacement à 62 ans pour la France, l'Allemagne, le Japon, le Royaume-Uni et les Etats-Unis	50

1.8	Value at-Risk et simulations des trajectoires de rendements d'actifs.....	52
1.9	Synthèse des principales études prospectives.....	52
1.10	Part optimale de la capitalisation et degré d'aversion au risque	62
1.11	Risque de ruine et part du portefeuille consacrée à l'achat d'une rente viagère	72
1.12	Probabilité de ruine (PoR) sur données allemandes (1980-1998).....	76
2.1	Séries financières construites sur longue période.....	91
2.2	Rendement réel annuel moyen d'un placement de 40 ans (données annuelles moyennes).....	96
2.3	Rendement réel annuel moyen d'un placement de 40 ans - Comparaison données annuelles moyennes, données fin d'année (période 1901 2003).....	97
2.4	Rendement réel annuel moyen d'un placement de 40 ans consacré à l'immobilier	97
2.5	Rendement réel annuel moyen d'un placement de 40 ans sur le marché américain (actifs libellés en francs français puis en euros).....	98
2.6	Coefficients de corrélation des rendements cumulés sur 40 ans des actifs américains.....	99
2.7	Rendements effectifs des actions, des obligations et de l'actif monétaire (données annuelles moyennes).....	102
2.8	Rendements effectifs des actions et des obligations – (données de fin d'année).....	104
2.9	Rendements effectifs des placements immobiliers	105
2.10	Rendements effectifs des actifs américains.....	107
2.11	Rendements effectifs historiques et taux de change fixe	108
2.12	Taux de remplacement avec portefeuille à support unique (données annuelles moyennes).....	112
2.13	Taux de remplacement avec portefeuille à support unique (données de fin d'année)	113
2.14	Distribution des taux de remplacement – portefeuilles à support unique	115
2.15	Distribution des taux de remplacement – portefeuilles à support unique	116
2.16	Taux de remplacement historiques - absence de frais administratifs et de coûts de gestion	118
2.17	Taux de remplacement historiques – frais administratifs et coûts de gestion sous forme de « réduction au rendement ».....	119
2.18	Taux de remplacement historiques – frais administratifs et coûts de gestion sous forme de « ratio de charges ».....	120

2.19	Impact du taux de cotisation sur les taux de remplacement historiques	122
2.20	Impact de l’allongement de la durée de vie active sur les taux de remplacement historiques.....	123
2.21	Les ratios d’accumulation historiques	125
2.22	Taux de rendement actuariel des portefeuilles à support unique	127
2.23	Délai de récupération des portefeuilles à support unique (en nombre d’années).....	129
2.24	Taux de récupération des portefeuilles à support unique	131
2.25	Taux de remplacement avec portefeuilles mixtes (données annuelles moyennes).....	133
2.26	Distribution des taux de remplacement – portefeuilles mixtes	135
2.27	Taux de remplacement – apport d’un actif indexé sur le prix du logement à Paris .	136
2.28	Taux de remplacement – apport d’un placement locatif sur Paris	138
2.29	Diversification internationale : portefeuille à support unique.....	142
2.30	Taux de remplacement - diversification internationale	142
2.31	Diversification internationale : portefeuilles à support unique 100% actions américaines, 100% obligations américaines – taux de change fixe.....	146
2.32	Taux de remplacement historiques - stratégie 6 actifs	148
2.33	Taux de remplacement historiques – stratégies life cycle	151
2.34	Taux de remplacement historiques : une comparaison stratégie dynamique – stratégie statique (portefeuilles actions-obligations, actions-actif monétaire, actions- actif immobilier)	157
2.35	Taux de remplacement historiques - portefeuilles actions – obligations, portefeuilles actions - actif monétaire, portefeuilles actions – actif immobilier	161
3.1	Modélisation des séries financières	170
3.2	Modélisation des portefeuilles diversifiés.....	172
3.3	Degré d’aversion au risque et allocation d’actifs	179
3.4	Décomposition du coût du travail en France.....	181
3.5	Le risque de trajectoire pour un taux d’épargne constant – portefeuilles à support unique (actions, obligations, actif monétaire)	187
3.6	Le risque de trajectoire pour un taux d’épargne constant – portefeuilles à support unique (immobilier).....	189
3.7	Frais administratifs et risque de trajectoire pour un taux d’épargne constant.....	194

3.8	Carrières types et risque de trajectoire pour un taux d'épargne constant.....	197
3.9	Carrières types et ratio d'accumulation.....	198
3.10	Diversification nationale et risque de trajectoire.....	200
3.11	Diversification internationale du portefeuille et risque de trajectoire (portefeuilles mixtes à 2 actifs).....	203
3.12	Diversification internationale du portefeuille et risque de trajectoire (portefeuilles mixtes à 4 ou 5 actifs).....	205
3.13	Risque de trajectoire des stratégies dynamiques (stratégie de référence, stratégie prudente, stratégie agressive).....	208
3.14	Risque de trajectoire des stratégies dynamiques (stratégies Mankiel et Cocco).....	210
3.15	Taux d'épargne requis et portefeuilles à support unique.....	213
3.16	Impact des frais administratifs sur les taux d'épargne requis.....	214
3.17	Diversification nationale du portefeuille et taux d'épargne requis.....	216
3.18	Diversification internationale du portefeuille et taux d'épargne requis.....	217
3.19	Stratégies dynamiques et taux d'épargne requis pour atteindre les taux de remplacement cibles.....	219
3.20	Impact de l'allongement de la durée de vie active.....	221
3.21	Impact de l'allongement de la durée de vie active – taux d'épargne requis pour atteindre les taux de remplacement cibles.....	223
3.22	Taux d'épargne requis pour que le taux de remplacement garanti par la répartition soit atteint.....	225
3.23	Risque de trajectoire des systèmes de retraite mixtes (portefeuille 100% actions françaises et portefeuille 64% actifs français - 36% actifs américains).....	228
3.24	Probabilité d'avoir une pension inférieure à celle de la capitalisation pure.....	230
3.25	Contribution totale requise pour que le taux de remplacement seuil soit atteint avec la probabilité x.....	234
3.26	Durée de cotisation, taux de cotisation au système par répartition et taux de remplacement garanti.....	235
3.27	Contribution totale requise pour que le taux de remplacement seuil (50% ou 65%) soit atteint avec la probabilité x – instauration d'un système mixte et allongement de la durée de cotisation.....	237
4.1	Taux de retrait réel et taux de remplacement.....	249

4.2	Risque d'épuisement du capital au cours des 15 premières années	250
4.3	Risque d'épuisement du capital au cours des 20 premières années	251
4.4	Risque d'épuisement du capital au cours des 30 premières années	252
4.5	Probabilité d'atteindre l'âge x pour un homme ou une femme de 62 ans.....	258
4.6	Risque de longévité et espérance de survie : comparaison hommes / femmes - Portefeuille actions – obligations	259
4.7	Risque de longévité et espérance de survie : comparaison hommes / femmes Portefeuille actions –actif monétaire.....	260
4.8	Risque de longévité et espérance de survie : comparaison hommes / femmes Portefeuille actions – actif immobilier	261
4.9	Probabilité d'épuisement du capital et frais administratifs	266
4.10	Probabilité de ruine et recul de l'âge de départ à la retraite (hommes).....	268
4.11	Probabilité de ruine et recul de l'âge de départ à la retraite (femmes).....	269
4.12	Probabilité d'épuisement du capital avec les tables de mortalité de l'INED.....	271
4.13	Taux de conversion en rentes viagères pour un portefeuille de 100 €	274
4.14	Probabilité d'avoir un taux de remplacement inférieur à un certain seuil – sortie du capital sous forme de rente viagère	293
4.15	Pensions, legs et pertes éventuels pour différentes stratégies de prélèvement (hommes).....	301
4.16	Pensions, legs et pertes éventuels pour différentes stratégies de prélèvement (femmes).....	301
4.17	Systemes mixtes rentes viagères - retraits programmés	308
4.18	Combinaison retraits programmés - rentes viagères	309
4.19	Minimisation des pertes éventuelles et allocation optimale.....	313
4.20	Minimisation des pertes éventuelles et taux de retrait optimal	314
A1	Les données françaises annuelles moyennes utilisées	343
A2	Les données françaises de fin d'année utilisées	345
A3	Les données américaines annuelles moyennes utilisées	348
A4	Les stratégies d'allocation dynamiques.....	350

Table des figures

1	Importance des fonds de pension dans l'économie en 2004 (en % du PIB)	7
2	Evolution des plans à cotisations définies et à prestations définies aux Etats-Unis sur la période 1980-1999	16
2.1	Rendements réels cumulés (données annuelles moyennes)	94
2.2	Rendements réels cumulés (données de fin d'année).....	94
2.3	Rendements réels cumulés de l'immobilier	95
2.4	Rendements réels cumulés des actifs américains	95
2.5	Taux de remplacement avec portefeuille à support unique	112
2.6	Taux de remplacement avec portefeuille à support unique (données de fin d'année)	113
2.7	Taux de rendement actuariel des portefeuilles à support unique	127
2.8	Délai de récupération des portefeuilles à support unique	130
2.9	Taux de récupération des portefeuilles à support unique	132
2.10	Taux de remplacement historiques - diversification nationale du portefeuille (données annuelles moyennes).....	135
2.11	Taux de remplacement historiques – apport d'un actif indexé sur le prix du logement à Paris	139
2.12	Taux de remplacement historiques – apport d'un placement locatif sur Paris.....	139
2.13	Taux de remplacement historiques - diversification internationale (portefeuilles à support unique).....	143
2.14	Taux de remplacement historiques - diversification internationale du portefeuille	143
2.15	Taux de remplacement historiques - diversification internationale du portefeuille	144

2.16 Taux de remplacement historiques diversification internationale du portefeuille	144
2.17 Taux de remplacement historiques – diversification internationale du portefeuille	149
2.18 Taux de remplacement des cohortes 1900 - 1964 - Portefeuilles composés d’actions et d’obligations	154
2.19 Taux de remplacement des cohortes 1900 - 1964 - Portefeuilles composés d’actions et de l’actif monétaire	154
2.20 Taux de remplacement des cohortes 1900 - 1964 - Portefeuilles composés d’actions et d’actifs immobiliers	155
3.1 Aversion au risque et allocations d’actifs (portefeuilles actions-obligations)	175
3.2 Aversion au risque et allocations d’actifs (portefeuilles actions-actif monétaire) ...	177
3.3 Aversion au risque et allocations d’actifs (portefeuilles actions-actif immobilier) .	178
3.4 Comparaison des ratios d’accumulation pour l’individu ayant une aversion au risque modéré	179
3.5 Risque de trajectoire des portefeuilles à support unique (taux de cotisation de 10%)	191
3.6 Risque de trajectoire des portefeuilles à support unique (taux de cotisation de 23,8%)	191
3.7 Evolution du salaire des carrières types	196
4.1 Comparaison des probabilités de survie à chaque âge d’un homme et d’une femme de 62 ans	258
4.2 Montants des retraits programmés en pourcentage de la rente viagère (portefeuille actions-obligations, hommes)	280
4.3 Montants des retraits programmés en pourcentage de la rente viagère (portefeuille actions-obligations, femmes)	280
4.4 Montants des retraits programmés en pourcentage de la rente viagère (portefeuille actions-actif immobilier, hommes)	281
4.5 Montants des retraits programmés en pourcentage de la rente viagère (portefeuille actions-actif immobilier, femmes)	281
4.6 Probabilité de recevoir une pension inférieure à la rente viagère (portefeuille actions – obligations, hommes)	284

4.7	Probabilité de recevoir une pension inférieure à la rente viagère (portefeuille actions – obligations, femmes)	284
4.8	Probabilité de recevoir une pension inférieure à la rente viagère (portefeuille actions – actif immobilier, hommes)	285
4.9	Probabilité de recevoir une pension inférieure à la rente viagère (portefeuille actions – actif immobilier, femmes)	285
4.10	Pertes moyennes des retraits programmés par rapport à la rente viagère (actions – obligations, hommes).....	288
4.11	Pertes moyennes des retraits programmés par rapport à la rente viagère (actions – obligations, femmes)	288
4.12	Pertes moyennes des retraits programmés par rapport à la rente viagère (actions – actif immobilier, hommes)	289
4.13	Pertes moyennes des retraits programmés par rapport à la rente viagère (actions – actif immobilier, femmes)	289
4.14	Probabilité d’avoir une pension inférieure à 33% du dernier salaire (portefeuille actions – obligations, hommes)	294
4.15	Probabilité d’avoir une pension inférieure à 33% du dernier salaire (portefeuille actions – obligations, femmes)	294
4.16	Probabilité d’avoir une pension inférieure à 33% du dernier salaire (portefeuille actions – actif immobilier, hommes)	295
4.17	Probabilité d’avoir une pension inférieure à 33% du dernier salaire (portefeuille actions – actif immobilier, femmes)	295
4.18	Probabilité d’avoir une pension inférieure à 50% du dernier salaire (portefeuille actions – obligations, hommes)	296
4.19	Probabilité d’avoir une pension inférieure à 50% du dernier salaire (portefeuille actions – obligations, femmes)	296
4.20	Probabilité d’avoir une pension inférieure à 50% du dernier salaire (portefeuille actions – actif immobilier, hommes)	297
4.21	Probabilité d’avoir une pension inférieure à 50% du dernier salaire (portefeuille actions – actif immobilier, femmes)	297

Introduction générale

*"The real risk to future retirees is not that individual accounts would be too risky. The real risk would be in not reforming Social Security now, before the demographic problem becomes overwhelming."*¹

Ces propos de Feldstein expriment assez bien le contexte actuel du débat sur la réforme des régimes de retraite. Ce débat a toujours été marqué par le choix de la modalité de financement entre la répartition et la capitalisation. Aujourd'hui, un aspect de cette question prédomine : le risque de la capitalisation. En effet, la chute des cours boursiers du début du vingt et unième siècle liée en partie à l'explosion de la bulle spéculative des valeurs internet a rappelé que les rendements de la capitalisation étaient très incertains. Aux Etats-Unis, l'indice boursier Standard & Poor's 500 a chuté de 40% de mars 2000 à mars 2003, soit une perte équivalente à environ 50% du PIB américain. Ce krach boursier a causé la faillite de nombreux fonds de pension américains : en 2004, le Pension Benefits Guaranty Corporation (PBGC), organisme fédéral qui garantit le paiement des retraites en cas de défaillance de l'entreprise, accusait un déficit de 23,3 milliards de dollars, le PBGC ayant repris à sa charge 192 fonds de pension. Selon le rapport annuel du PBGC, à la fin de 2003, le déficit de financement des fonds de pension atteignait 353,7 milliards de dollars, soit une augmentation de 27 % en un an. Au Royaume-Uni, plus de 400 fonds de pension privés ont sombré ces 9 dernières années.

Cette question du risque et du financement des régimes de retraite est d'autant plus d'actualité que jamais les populations européennes n'ont eu autant conscience de la nécessité de réformer leur système de retraite. Une récente enquête réalisée par l'institut CSA pour le Cercle des épargnants et le Cecop indique que l'inquiétude des français à propos de leur retraite grandit : 64% des personnes interrogées se disent préoccupées. La moitié des sondés se déclare même

¹ Martin Feldstein, The New York Times, 22 mai 2000.

favorable au développement d'un système mixte associant répartition et capitalisation. Une autre enquête réalisée par l'institut Ipsos pour TBWA Corporate et l'Union Mutualiste Retraite signale que près de 9 jeunes actifs âgés de 25 à 35 ans sur 10 sont inquiets quant à leur retraite future et 3 jeunes sur 4 estiment qu'il leur est nécessaire d'épargner dès maintenant.

Les populations des pays de l'Union européenne vont en effet connaître un important vieillissement démographique au cours des prochaines décennies. Ce choc démographique s'explique par deux phénomènes structurels : le non renouvellement des générations et surtout l'allongement de l'espérance de vie. En France, l'espérance de vie après 60 ans est actuellement de 20,2 années pour les hommes et de 25,6 années pour les femmes. Selon les projections de l'INSEE, cette espérance de vie à 60 ans augmenterait de 5 ans et demi entre 2000 et 2040. Le taux de fécondité est évalué à 1,9 en 2005 alors que le seuil du taux de fécondité permettant le remplacement des générations est compris entre 2,05 et 2,1 enfants par femme. A ces deux facteurs s'ajoute un phénomène conjoncturel qui est l'arrivée à l'âge de la retraite des générations issues du baby boom et qui s'étalera sur une trentaine d'années. A partir de 2007, le nombre de personnes qui atteignent 60 ans chaque année sera de l'ordre de 850 000 alors qu'il était auparavant inférieur à 600 000.

L'adaptation des régimes de retraite à ce vieillissement démographique est ainsi l'une des questions les plus importantes auxquelles sont confrontés les pays industrialisés. La part des dépenses de retraite dans le PIB est amenée à croître fortement dans l'ensemble de ces pays. Selon Algava et al. [2001], les dépenses de retraite devraient augmenter entre 2000 et 2050 de 12,4% à 17,2% en France, de 12% à 17,1% du PIB en Allemagne, et de 12,3% à 18,6% au Royaume-Uni. Selon le Conseil d'Orientation des Retraites [2001], le besoin de financement du système de retraite français devrait passer de -0,2% à 4% de PIB sur la période 2000-2040. Le scénario 2 du rapport Charpin [1999] associé à un taux de chômage de 6% aboutissait à un accroissement du besoin de financement de 2 points du PIB d'ici 2020 et de 3,7 points de PIB d'ici 2040.

Ce vieillissement démographique a pour conséquence d'augmenter le ratio de dépendance, c'est-à-dire le rapport entre le nombre de retraités (inactifs de 60 ans et plus) et celui des actifs (20-59 ans). Selon les prévisions du Conseil d'Orientation des Retraites [2001], ce ratio

retraités / actifs devrait s'élever de 0,44 en 2000 à 0,83 en 2040 en France. Comme les systèmes de retraite par répartition versent des pensions aux retraités à partir des cotisations des actifs du moment, le vieillissement de la population tend à remettre en cause la viabilité de ces régimes de retraite.

Pour faire face à ces difficultés annoncées, de nombreux pays ont procédé à des réformes structurelles de leur système de retraite. Ces réformes structurelles modifient le type de gestion en introduisant une part capitalisée. Des institutions internationales comme la Banque Mondiale² préconisent le passage d'un système d'un pilier fondé uniquement sur la répartition à un système à trois piliers : un pilier financé par la répartition, qui aurait comme fonction de limiter la pauvreté chez les personnes âgées, un pilier financé par capitalisation, obligatoire et privé et des régimes complémentaires facultatifs, privés et financés par capitalisation. L'expérience chilienne est même souvent prise en exemple : en 1981, le Chili a radicalement transformé son système de retraite en basculant d'un système par répartition à un système entièrement fondé sur la capitalisation.

1 Le développement des piliers financés par capitalisation : les principales tendances

Comme nous allons le présenter brièvement dans la suite de cette introduction générale, le recours à la capitalisation pour réformer les systèmes de retraite se traduit par deux faits. Le premier est le développement des fonds de pension lié à la création de comptes d'épargne retraite privés et leur rôle de plus en plus important sur les marchés des capitaux. Cette montée en puissance des fonds de pension au sein des économies européennes s'accompagne de deux autres tendances : une diversification des portefeuilles d'actifs gérés par les fonds de pension et une croissance des plans à cotisations définies au détriment des plans à prestations définies. La seconde forme de capitalisation est la création de fonds de réserve dans les régimes par répartition. Ces réserves accumulées au sein des régimes de retraite par répartition constituent une forme de capitalisation collective et publique.

² Banque Mondiale [1994], Holzmann [1997].

1.1 Le développement des fonds de pension

Un fonds de pension constitue un régime de retraite instauré par une ou plusieurs entreprises initiatrices, du secteur privé ou public. Il perçoit des cotisations versées par des individus salariés et/ou leurs employeurs et les droits acquis sont gérés selon le principe de la capitalisation, c'est-à-dire qu'ils sont accumulés jusqu'à la date de la retraite effective, dans un compte ouvert à chaque bénéficiaire. Il verse ensuite des prestations au moment de la cessation d'activité des adhérents qui prennent la forme de rentes, le plus souvent viagères, ou de versements d'un capital. Pour l'OCDE, un fonds de pension désigne « *le regroupement des actifs, formant une entité légale indépendante acquis grâce aux cotisations à un plan de retraite dans le but unique de financer les prestations du plan de retraite* ».

Ces régimes peuvent être organisés et financés à l'intérieur même d'une entreprise. Dans ce cas, ils sont nommés fonds de pension non autonomes. Une alternative est de s'appuyer sur des institutions financières juridiquement distinctes de l'entreprise, comme une fiducie³ ou une compagnie d'assurance. Ces régimes sont ici appelés fonds de pension autonomes. On peut aussi distinguer les fonds de pension d'entreprise couvrant uniquement les salariés d'une même entreprise et les fonds de pension multi-employeurs couvrant les salariés d'une branche d'activité travaillant dans différentes entreprises.

Les fonds de pension se distinguent des sociétés d'assurances sur plusieurs points. D'abord, les engagements des fonds de pension sont à plus long terme que ceux des sociétés d'assurances. Ensuite, contrairement aux produits d'assurances vie, le fonds de pension est dans la plupart des cas financé par l'entreprise et le salarié. Enfin, les cotisations des salariés à un fonds de pension ne sont pas déterminées en fonction des risques encourus par l'individu mais par ses revenus.

Les modes de financement des fonds de pension sont de plusieurs types. Il en existe trois : les dispositifs à prestations définies, les dispositifs à cotisations définies et les dispositifs hybrides⁴.

³ Une fiducie est un dispositif juridique en vertu duquel un groupe de personnes (les administrateurs fiduciaires) détient et gère des biens pour le compte d'autres personnes (bénéficiaires désignés).

⁴ Pour une définition plus complète, se référer notamment à Turbot [1997].

Dans un plan à prestations définies, l'employeur s'engage à verser aux adhérents, lors de leur départ à la retraite, un montant de prestations défini au préalable, calculé actuariellement d'après l'ancienneté et le salaire.

Dans un plan à cotisations (ou contributions) définies, le montant des pensions dépend de la valeur des avoirs du fonds au moment de la liquidation, c'est-à-dire du rendement financier des actifs. Ainsi, dans ce type de dispositif, l'adhérent supporte l'intégralité des risques financiers alors que dans un plan à prestations définies, le risque est assumé par l'employeur.

Malgré l'existence de ces deux types de dispositifs, il est de plus en plus difficile de classer aux Etats-Unis comme en Grande-Bretagne, les fonds de pension selon leur mode de financement. Il existe ainsi des dispositifs hybrides associant le financement à cotisations définies et à prestations définies.

- **Les fonds de pension : une puissance financière considérable**

L'importance financière des fonds de pension peut être appréhendée à partir de leur stock d'avoirs (Tableau 1). Cette mesure montre l'ampleur des ressources détenues mais aussi le potentiel d'investissement que ces fonds représentent.

Tableau 1 : Actifs financiers des fonds de pension (en millions de dollars)

	1992	2001	2004	Croissance annuelle moyenne 1992-2001	Croissance annuelle moyenne 1992-2004
Allemagne	56642	63296	104161	1,24%	5,21%
Autriche	nd	7555	13299	nd	nd
Belgique	5669	12639	14325	9,32%	8,03%
Danemark	22581	43639	73095	7,60%	10,28%
Italie	38285	25194	44351	-4,54%	1,23%
Pays-Bas	244788	411460	545239	5,94%	6,90%
Portugal	2785	13278	18686	18,95%	17,19%
Royaume-Uni	552419	1040472	1175335	7,29%	6,49%
Suède	3890	18254	43823	18,74%	22,36%
Canada	184527	375565	445761	8,22%	7,63%
Etats-Unis	3011600	9407779	11090433	13,49%	11,48%
Japon	477863	580519	661063	2,19%	2,74%
Suisse	145008	261357	360646	6,76%	7,89%

Source : OCDE, *Global Pension Statistics*

Selon l'OCDE, les fonds de pension représentent une puissance financière considérable de plus de 15 000 milliards de dollars en 2004. Cette masse financière gérée par les fonds de pension a augmenté de près de 25% entre 2001 et 2004. Concernant les fonds de pension des pays de la zone euro, leur stock d'avoirs détenus est estimé à près de 1 120 milliards de dollars.

Les encours des fonds de pension américains représentent environ deux tiers des actifs des fonds de pension mondiaux en 2004. Le stock d'avoirs détenu par les fonds de pension américains a presque été multiplié par 4 entre 1992 et 2004 (une croissance annuelle moyenne de près de 11,5% entre 1992 et 2004). En Europe, ce sont les fonds de pension britanniques et néerlandais qui gèrent les sommes les plus importantes, respectivement 1 175 335 et 545 239 millions de dollars en 2004.

Le stock d'avoirs détenus par les fonds de pension rapporté au PIB constitue une bonne approximation du poids de ces fonds dans l'économie (tableau 2 et figure 1).

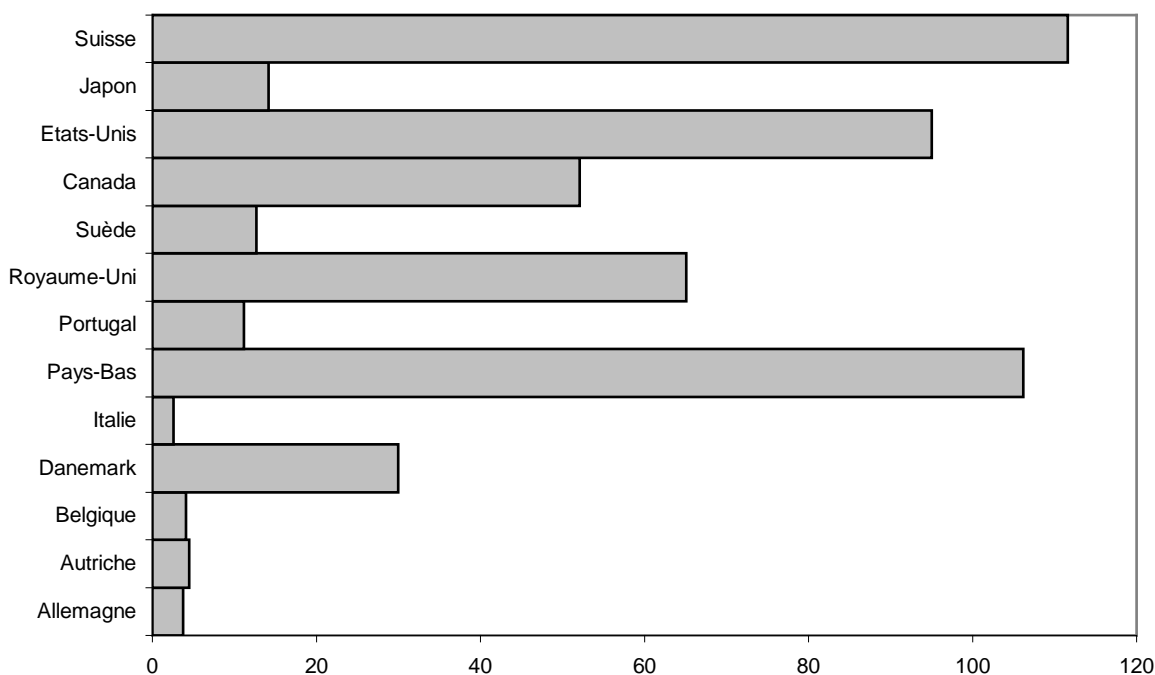
Tableau 2 : Actifs financiers des fonds de pension (en % du PIB)

	1992	2001	2004	Variation 1992/2004	Variation 2001/2004
Allemagne	2,9%	3,3%	3,8%	31,0%	15,2%
Autriche	0,5%	3,9%	4,5%	800,0%	15,4%
Belgique	2,6%	5,6%	4,1%	57,7%	-26,8%
Danemark	15,9%	27,2%	30%	88,7%	10,3%
Italie	3,7%	2,3%	2,6%	-29,7%	13,0%
Pays-Bas	75,5%	107%	106,2%	40,7%	-0,7%
Portugal	3,1%	12,1%	11,2%	261,3%	-7,4%
Royaume-Uni	59,8%	72,5%	65,1%	8,9%	-10,2%
Suède	1,8%	8,3%	12,7%	605,6%	53,0%
Canada	33,5%	53,3%	52,1%	55,5%	-2,3%
Etats-Unis	47,7%	93,9%	95%	99,2%	1,2%
Japon	12,4%	13,9%	14,2%	14,5%	2,2%
Suisse	61,7%	104,4%	111,6%	80,9%	6,9%

Source : OCDE, *Global Pension Statistics* et calculs de l'auteur.

En proportion du PIB, les plus fortes capitalisations des fonds de pension pour l'année 2004 sont observées en Suisse (111,6% du PIB), aux Pays-Bas (106,2% du PIB) et au Royaume-Uni (65,1% du PIB).

Figure 1 : Importance des fonds de pension dans l'économie en 2004 (en % du PIB)



Source : OCDE, *Global Pension Statistics*

Les ratios des Pays-Bas et de la Suisse sont même supérieurs à celui des Etats-Unis (95% du PIB). Sur la période 1992-2004, les progressions les plus significatives concernent la Suède et le Danemark (respectivement de 1,8% à 12,7% du PIB et de 15,9% à 30% du PIB). Les rapports actifs financiers/PIB pour les Pays-Bas et les Etats-Unis ont aussi fortement augmenté entre 1992 et 2004 : respectivement 40,7% et 90,2%.

• Une disparité des taux de couverture de la population active

Le taux de couverture de la population active est un indicateur intéressant pour estimer l'importance des fonds de pension dans un système de retraite. La plupart des fonds de pension étant facultatifs, leur taux de couverture mesure la part des actifs affiliés à un fonds de pension par rapport à la population active globale.

Tableau 3 : Taux de couverture de la population active par un fonds de pension

	Taux de la couverture de la population active
Allemagne	50%
Autriche	11%
Belgique	31%
Danemark	80%
Espagne	15%
Finlande	Nd
France	Nd
Grèce	5%
Irlande	50%
Italie	5%
Luxembourg	17%
Pays-Bas	91%
Portugal	7%
Royaume-Uni	44%
Suède	90%

Source : Rapport conjoint de la Commission et du Conseil sur des pensions viables et adéquates

A la lecture du tableau 3, il apparaît que les piliers financés par capitalisation sont particulièrement développés dans les pays nordiques. Ils couvrent 91% de la population active aux Pays-Bas, 90% en Suède et 80% au Danemark.

Aux Pays-Bas, les régimes fonctionnant par capitalisation prévoient une pension complémentaire à la pension légale (AOW) sous forme d'une rente périodique. Deux formes de fonds de pension s'imbriquent : les fonds de pension sectoriels et les fonds de pension d'entreprises. Les entreprises ne sont pas obligées de procurer des retraites à leurs salariés, mais elles doivent participer au fonds de pension de la branche à laquelle elles appartiennent quand il y en a un. Lorsqu'un fonds de pension existe dans une entreprise, les salariés sont obligés d'y être membres. Ces fonds de pension professionnels sont généralement à prestations définies et l'objectif fixé est d'assurer conjointement à la pension publique un taux de remplacement brut de 70% du dernier salaire pour une retraite à 65 ans après 40 ans d'activité⁵.

⁵ Le plus important fonds de pension est le fonds ABP (« Algemeen Burgerlijk Pensioenfonds ») qui couvre la population des fonctionnaires. A la fin de l'année 1999, ce fonds de pension détenait un portefeuille d'actifs financiers équivalent à 39,3% du PIB. Le second plus important fonds de pension est le PGGM qui est le fonds des travailleurs du secteur de la santé avec un portefeuille équivalent à 13,4% du PIB.

En Suède, la réforme de 1999 a introduit une partie de capitalisation obligatoire où les salariés choisissent librement la répartition de leurs actifs. Les 2,5 points de cotisations sont transférés à un organisme public, le « Premium Pension Authority » (PPM) qui détermine et verse une rente viagère.

Au Danemark, le système public par répartition a d'abord été complété par un pilier obligatoire en capitalisation à cotisations définies avec un montant de pension dépendant du nombre d'années de cotisations⁶ puis par des fonds de pension professionnels qui couvrent quasiment l'ensemble de la population. Ces fonds de pension professionnels sont des régimes de pensions créés par des accords entre syndicats et employeurs ou par les seuls employeurs.

Au Royaume-Uni, près de la moitié des personnes actives est affiliée à un régime de retraite autre que les régimes publics. Ce second pilier est composé de régime de retraite d'entreprise (« Occupational pensions schemes ») et des plans de retraite individuels. Les salariés peuvent renoncer au régime complémentaire public par répartition en faveur d'un régime privé agréé.

La création d'un fonds de pension d'entreprise est à la libre appréciation de l'employeur. Depuis 1986, les employeurs ne peuvent plus rendre obligatoire l'affiliation au système de retraite de l'entreprise. Les plans de retraites individuels permettent d'épargner pour sa retraite indépendamment de son entreprise. En avril 2001, un nouveau dispositif d'épargne individuelle a été créé : les « Stakeholder pension schemes », plans à cotisations définies, destinés aux revenus moyens.

Le développement des fonds de pension en France se fait plutôt à la marge. Les principaux régimes d'épargne – retraite sont les suivants.

L'article 39 du Code des impôts permet aux entreprises de créer des régimes à prestations définies. L'article 83 leur permet de constituer des fonds de retraite par capitalisation à cotisations définies⁷.

La Préfon (Prévoyance de la Fonction Publique) représente le premier exemple de fonds de pension français. Ce régime facultatif est destiné aux agents de la fonction publique⁸.

Le COREM (Complément de Retraite Mutualiste), issu du CREF (Complément de Retraite de la Fonction Publique), s'adresse aux enseignants et aux adhérents des mutuelles de la fonction publique.

⁶ La pension supplémentaire d'activité (ATP), le fonds spécial de pension (SP), et le fonds de pension des employés (LD) sont des fonds obligatoires par capitalisation.

⁷ La somme versée est acquise aux salariés même dans le cas où ils quittent l'entreprise. La sortie se fait obligatoirement en rentes.

⁸ En 2002, la Préfon ne comptait que 280 000 affiliés sur une population estimée à 4,5 millions de personnes.

La loi Madelin, votée en 1994, crée des fonds de pension pour les professions indépendantes. Les versements sont encadrés et obligatoires durant toute la durée du contrat et la sortie se fait obligatoirement en rente.

Le CRH (Complément de Retraite des Hospitaliers), créé en 1963 est réservé aux fonctionnaires hospitaliers.

Le FONPEL (le fonds de pension des élus locaux) et la CAREL (Caisse Autonome de Retraite des Elus locaux) sont ouverts aux élus locaux.

La loi du 21 août 2003 définit 2 nouveaux dispositifs d'épargne-retraite. Le premier est un produit d'épargne individuel : le "Plan d'Epargne Retraite Populaire" (PERP). Le PERP est un produit d'épargne retraite individuel qui offre la possibilité de constituer en franchise d'impôt un complément de retraite sous forme d'une rente viagère liquidée à l'âge de la retraite⁹. Le second est un dispositif collectif : le "Plan d'Epargne pour la Retraite Collectif" (PERCO) qui se substitue au Plan Partenarial d'Epargne Salariale (PPESV). A la différence du PPESV, dont la durée est de 10 ans, les sommes versées sur le PERCO restent bloquées jusqu'au départ à la retraite. Le PERCO est instauré par un accord collectif de travail et peut être négocié au niveau de l'entreprise, du groupe ou de plusieurs entreprises n'appartenant pas à un même groupe¹⁰.

• Une tendance à la diversification des portefeuilles d'actifs financiers

Les choix réalisés en terme de structure de portefeuille sont un facteur essentiel de l'évolution des actifs des fonds de pension.

Les comportements en matière de placement des fonds de pension peuvent être distingués selon deux critères : le poids des différents types d'actifs financiers retenus et la composante internationale du portefeuille.

⁹ En 2006, la FFSA (Fédération Française des Sociétés d'Assurances) estimait à 1,9 million le nombre de PERP ouverts. Le dispositif enregistrait 950 millions d'euros de cotisations.

¹⁰ Selon l'Association Française de la Gestion Financière, l'encours total géré à l'intérieur des PERCO a atteint 540 millions d'euros au 30 juin 2006. A cette date, 27 374 entreprises avaient signé un PERCO et offraient ainsi la possibilité d'accéder à ce dispositif à plus de 1 million de salariés.

**Tableau 4 : Allocations des fonds de pension par grand type d'actif
(en % de l'actif total)**

	Actions Nationales	Actions Internationales	Obligations Nationales	Obligations Internationales	Monétaire	Immobilier	Autres
Australie	31	22	17	5	6	12	7
Japon	29	16	26	11	11	1	6
Pays-Bas	7	40	7	32	4	4	6
Suède	21	16	29	26	2	6	6
Suisse	13	14	34	10	8	16	5
Royaume- Uni	39	28	23	1	2	7	0
Etats-Unis	47	13	33	1	1	2	3

Source : *Pension Fund Indicators 2005*

Les choix de portefeuille des fonds de pension varient d'un pays à l'autre (tableau 4).

Les fonds de pension anglo-américains privilégient fortement les placements en actions. Ces placements représentent respectivement 60% et 67% des placements financiers des fonds de pension américains et britanniques¹¹. Concernant les Pays-Bas, la Suisse et la Suède, les fonds de pension ont davantage recours aux placements obligataires (respectivement 40%, 44% et 55% des portefeuilles d'actifs). Les fonds suisses et australiens se distinguent par la part non négligeable de l'immobilier dans la structure du portefeuille d'actifs (respectivement 16% et 12%).

¹¹ Les placements en actions nationales sont d'ailleurs d'une tradition ancienne en Grande-Bretagne. En 1962, les actions représentaient 48% du portefeuille des fonds de pension.

Tableau 5 : Evolution entre 1991 et 2004 de l'allocation des fonds de pension par grand type d'actif (en % de l'actif total) pour les Etats-Unis, les Pays-Bas et le Royaume-Uni

	Actions Nationales	Actions Internationales	Obligations Nationales	Obligations Internationales	Monétaire	Immobilier
Etats-Unis						
1991	40	3	45	1	8	3
2000	52	10	29	1	5	3
2004	47	13	33	1	2	7
Pays-Bas						
1991	7	9	69	3	2	10
2000	9	39	21	23	3	5
2004	7	40	7	32	4	4
Royaume-Uni						
1991	55	20	8,5	4,5	4	8
2000	49	22	14,5	6,5	5	3
2004	39	28	23	1	2	7

Source : Legros et Lavigne [2005] d'après Pension Fund Indicators, UBS Global Asset Management [2005].

Depuis quelques années, on assiste à un mouvement de diversification internationale des portefeuilles gérés par les fonds de pension.

Aux Etats-Unis, aux Pays-Bas et au Royaume-Uni, les portefeuilles gérés par les fonds de pension comportent de plus en plus de titres internationaux (tableau 5). Par exemple aux Pays-Bas, si les actifs internationaux ne représentaient que 12% de l'allocation des fonds de pension en 1991, ils constituent, en 2004, 72% des actifs détenus par les fonds. Concernant les Etats-Unis et le Royaume-Uni, les parts d'actions internationales sont passées respectivement de 3 et 20 % en 1991 à 13 et 28% en 2004.

Cependant, ce processus de diversification est limité par des contraintes réglementaires. Ces réglementations nationales qui régissent l'activité des fonds de pension visent à essayer de protéger les épargnes des personnes et de réduire les risques supportés par les retraités. Ces réglementations peuvent comprendre des restrictions quantitatives ou qualitatives aux investissements des fonds de pension. Dans certains pays comme la Suisse ou le Danemark, l'allocation des actifs financiers est encadrée par des plafonds ou des planchers réglementaires (Tableau 6). Les fonds de pension suisses ne doivent pas investir plus de 50% du portefeuille en actions (avec au maximum 30% d'actions du marché national). Sur le marché de l'immobilier, le taux maximal est également fixé à 50% du montant total des avoirs. Au Danemark, les actions doivent représenter moins de 70% des actifs financiers. L'alternative

aux limitations quantitatives d'investissement est une règle de "personne prudente" ("prudent man rule") qui correspond à une gestion en bon père de famille. Aux Pays-Bas ou au Royaume-Uni, le législateur préconise aux fonds de pension de mener une politique de diversification prudente. Il n'y a donc pas de contraintes de placements. Au Royaume-Uni, la réglementation se réfère à la Pension Act de 1995¹². Les fonds de pension doivent gérer les avoirs qui leur sont confiés dans l'intérêt des salariés.

Tableau 6 : Réglementation des placements des fonds de pension de quelques pays

Pays retenus	Règles de diversification ou « prudent man rule »	Restrictions quantitatives sur des actifs nationaux	Restrictions quantitatives sur des actifs étrangers
Allemagne	Diversification requise Pas de règles quantitatives		
Etats-Unis	Diversification requise mais pas de règles quantitatives		
Grande-Bretagne	Diversification requise mais pas de règles quantitatives		
Japon	Diversification requise mais pas de règles quantitatives		
Pays-Bas	Diversification requise mais pas de règles quantitatives		
Danemark	Règles quantitatives	<= 70% actions	
Suisse	Règles de diversification quantitatives	<= 50% du portefeuille en actions dont 30% suisses <=50% immobilier	<=25% actions étrangères <=5% immobilier

Source : OCDE [2005]

¹² Peu après la mort de Maxwell en novembre 1991, on a découvert que 450 millions de livres avaient été retirées du fonds de pension du groupe. Ce dernier fut mis en faillite. Le gouvernement intervint y compris financièrement pour protéger les pensions et mit en place une commission indépendante destinée à réformer les systèmes de retraite d'entreprise. Les recommandations ont donné lieu au *Pension Act* de 1995. Les principales décisions contenues dans la Pension Act de 1995 ont été la création d'une autorité de régulation des régimes professionnels, l'OPRA (Occupational Pensions Regulatory Authority) dont les prérogatives ont depuis été étendues à l'ensemble des fonds de pension, l'obligation pour les fonds de pension d'entreprises d'être assurés auprès d'un Pension Compensation Board qui garantit le paiement des pensions en cas de fraude et l'obligations d'indexer les pensions sur les prix jusqu'à une inflation de 5%.

● **Un recours accru aux plans à cotisations définies au détriment des plans à prestations définies**

Il convient maintenant de distinguer les différents modes de financement des systèmes par capitalisation. Comme l'indique le tableau 7, Les régimes à prestations définies sont particulièrement développés en Finlande, aux Pays-Bas et en Irlande (respectivement 100%, 98,5% et 71,3% des plans-retraites en 2000). Les plans à cotisations définies couvrent la majorité des adhérents à des fonds de pension en Espagne, en Italie et en Suisse.

Tableau 7 : Répartition du nombre total de membres actifs et retraités par types de plan en %

	Plans à prestations définies	Plans à cotisations définies	Plans hybrides
Allemagne	n.d	n.d	n.d
Autriche	n.d	n.d	n.d
Belgique	n.d	n.d	n.d
Danemark	n.d	n.d	n.d
Espagne	0,6%	93,7%	5,7%
Finlande	100%	0%	0%
France	n.d	n.d	n.d
Grèce	n.d	n.d	n.d
Irlande	71,3%	28,7%	0%
Italie	7,7%	84,2%	8,1%
Luxembourg	n.d	n.d	n.d
Pays-Bas	98,5%	1,4%	0,1%
Portugal	66,4%	31,9%	1,7%
Royaume-Uni	n.d	n.d	n.d
Suède	n.d	n.d	n.d
Etats-Unis	41,8%	58,2%	n.d

Sources : Statistiques des fonds de pension, Statistiques en bref, thème 4-36/2002, Eurostat
Private pension plan bulletin, abstract of 1998 form 5500, annual reports, US Dept of Labor, n°11, winter 2001/2002.

Les plans à cotisations définies ont connu de fortes expansions entre 1997 et 2000 en Espagne, en Italie, en Irlande et au Portugal (tableau 8). L'Italie et l'Espagne ont récemment créé des régimes complémentaires facultatifs, ouverts à tous, à cotisations définies.

**Tableau 8 : Variation du nombre total de membres actifs et retraités
par type de plan en %**

	Plans à prestations définies	Plans à cotisations définies	Plans hybrides
Allemagne	n.d	n.d	n.d
Autriche	n.d	n.d	n.d
Belgique	n.d	n.d	n.d
Danemark	n.d	n.d	n.d
Espagne	70,2%	87,6%	88,8%
Finlande	-16%	0	0
France	n.d	n.d	n.d
Grèce	n.d	n.d	n.d
Irlande	111,8%	79,7%	
Italie	-50,7%	77,3%	
Luxembourg	n.d	n.d	n.d
Pays-Bas	6,6%	767,4%	100%
Portugal	-8,8%	45,2%	307%
Royaume-Uni	n.d	n.d	n.d
Suède	n.d	n.d	n.d
Etats-Unis	1,1%	14,4%	n.d

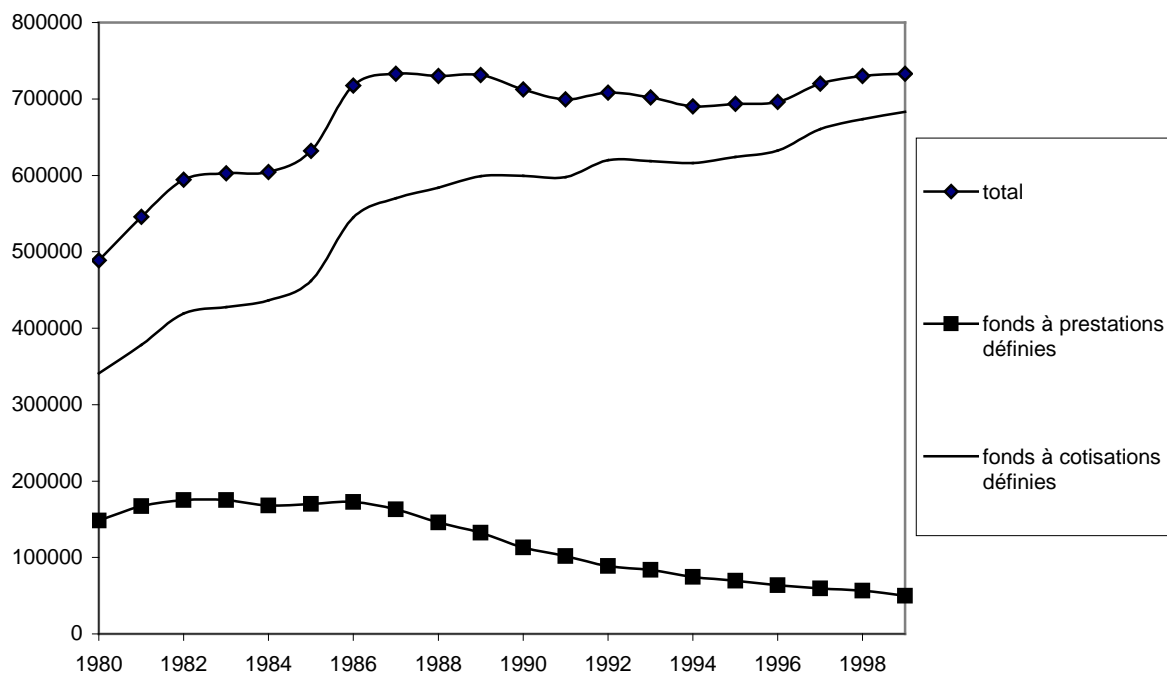
Sources : Statistiques des fonds de pension, Statistiques en bref, thème 4-36/2002, Eurostat

Private pension plan bulletin, abstract of 1998 form 5500, annual reports, US Dept of Labor, n°11, winter 2001/2002.

Ce développement des dispositifs à cotisations définies n'est pas propre aux pays européens : par exemple, aux Etats-Unis, les plans à cotisations définies ont augmenté de plus de 14% entre 1996 et 1998 alors que les plans à prestations définies n'ont augmenté que de 1,1% sur cette même période (Figure 2). La plupart des plans à cotisations définies sont des plans 401(k)¹³. Ces plans sont établis par l'employeur et sont financés par des cotisations s'élevant en moyenne à 6% du salaire.

¹³ 401(k) fait référence au numéro de l'article du code fiscal qui autorise les exemptions fiscales sur le financement de ce type de plan.

Figure 2 : Evolution des plans à cotisations définies et à prestations définies aux Etats-Unis sur la période 1980-1999



Source : *Private pension plan bulletin, abstract of 1998 form 5500, annual reports, US Dept of Labor, n°11, winter 2001/2002.*

1.2 La constitution de fonds de réserves pour les retraites

Le recours accru à la capitalisation peut aussi prendre la forme de fonds de réserve de retraite. Un fonds de réserve correspond à une accumulation de réserves capitalisées au sein d'un régime par répartition. Ces offres offrent un support de capitalisation, mais ici collectif et public. Jusqu'au milieu des années 1990, seuls quelques pays comme les Etats-Unis, le Japon, le Canada, la Suède et la Finlande avaient accumulé des réserves au sein de leur régime de base. Ces dernières années, de nombreux pays européens ont mis en place des processus d'accumulation de réserves (Irlande, France, Belgique, Espagne, Portugal, Pays-Bas).

Vernière [2002a et 2002b] distingue trois types de fonds de réserve :

- le fonds de précaution ; les réserves sont utilisées pour compenser l'impact du cycle économique sur l'activité budgétaire.
- le fonds de lissage ; la constitution de réserves collectives capitalisées organise un transfert d'épargne pour financer une partie des charges du financement des retraites. Ce type de fonds est en principe temporaire puisqu'il a vocation à être épuisé au terme de la phase d'utilisation.

- le fonds permanent ; il permet au régime de retraite par répartition de compléter ses recettes courantes par les produits financiers encaissés. Ce fonds permet de compléter les cotisations des employeurs et des salariés.

2.1 Les caractéristiques des fonds de réserves pour les retraites

Le tableau 9, tiré de Vernière [2005], présente les principales caractéristiques des différents fonds de réserves en distinguant l'origine des réserves et les modalités de gestion financière.

La Finlande constitue le meilleur exemple de capitalisation collective. Le principe est que la capitalisation doit couvrir le tiers des droits acquis entre 23 et 54 ans pour la part des pensions à servir après 65 ans. La capitalisation doit fournir un taux de remplacement de 15% après 65 ans, le restant étant financé par les cotisations au système de retraite par répartition. Quant à la gestion financière du système, elle est confiée à plusieurs types d'opérateurs (compagnie d'assurance ou fonds de pension) qui se font concurrence.

Les Etats-Unis, le Japon, le Canada et la Suède ont accumulé des réserves par surcotisation par rapport au taux de cotisation nécessaire pour le financement du système par répartition. Les réserves accumulées ont ainsi une fonction de lissage. Notons que trois de ces pays, le Japon, le Canada et la Suède ont décidé, ces dernières années, de confier la gestion des réserves accumulées à des organismes spécialisés avec comme objectif de diversifier les placements financiers¹⁴.

Les Pays-Bas, l'Espagne, le Portugal, la France et la Belgique ont récemment constitué des fonds de réserve. Ceux-ci se caractérisent par l'objectif d'accumuler des réserves pour financer les retraites futures en affectant différentes sources d'abondement, le plus souvent d'origine budgétaire.

Si aux Pays-Bas, le fonds de réserve est géré au sein du Ministère des finances, les autres pays ont créé des organismes indépendants chargés de la gestion des actifs détenus¹⁵.

Créé par la loi de financement de la sécurité sociale pour 1999, le Fonds de Réserve pour les Retraites (FRR) a pour mission de gérer les sommes qui lui sont affectées en les mettant en réserve jusqu'en 2020 afin de constituer des réserves destinées à contribuer à la pérennité des régimes de retraite. Les réserves du FRR s'élèvent à 31,1 milliards d'euros au 31 décembre

¹⁴ La Suède a créé quatre nouveaux organismes indépendants : les « AP-Fonden » 1 à 4. Le Canada a créé en 1999 « l'Office d'investissement du régime des pensions du Canada » (OIRPC). Au Japon, la gestion financière est confiée au « Government Pension Investment Fund ».

¹⁵ Précisons que le FRR (Fonds de Réserve pour les Retraites) est organisé comme un investisseur institutionnel.

2006. Il perçoit 4 catégories de dotation : une part du prélèvement social de 2% sur les revenus du patrimoine et de placement, les excédents de la CNAV (Caisse Nationale d'Assurance Vieillesse), le produit de cessions d'actifs comme les privatisations ou le produit de la vente des licences UMTS, et de dotations de natures diverses.

Tableau 9 : Caractéristiques des fonds de réserve pour les retraites

	Origine des réserves	Organisme gestionnaire	Composition du portefeuille
Finlande	Provisions techniques des régimes contributifs du deuxième étage (règles de calcul fixées par la loi)	Opérateur gestionnaire de la retraite	Diversifiée
Etats-Unis	Excédents des régimes de retraite	Trésor public via le trust fund	Obligations publiques spéciales
Japon	Excédents des régimes de retraite	GPIF pour partie	Progressivement diversifiée
Canada	Excédents des régimes de retraite	OIRPC pour partie	Progressivement diversifiée
Suède	Excédents des régimes de retraite	AP-Fondsen	Diversifiée
Pays-Bas	Transferts budgétaires (fixés par la loi de finances annuelle)	Trésor Public	Obligations publiques
Espagne	Transferts budgétaires (excédents des régimes de la Sécurité Sociale)	Fondo de Reserva	Obligations publiques
Portugal	Surcotisation (2 points de cotisation retraite)	FEFSS	Faiblement diversifiée
France	Transferts budgétaires et recettes fiscales affectées (variables)	FRR	Diversifiée
Belgique	Transferts budgétaires (variables)	Fonds de vieillissement	Obligations publiques spéciales
Irlande	Transferts budgétaires (un point du produit national brut)	NPRF	Diversifiée
Nouvelle-Zélande	Transferts budgétaires (fixés par la loi de finances : lissage sur 40 années)	NZSF	Diversifiée
Norvège	Réserves dépendant du marché pétrolier	NGPF	Diversifiée

Source : Vernière [2005]

Enfin, la Norvège se présente comme un cas atypique avec un fonds de réserve alimenté par l'exploitation du pétrole, le montant des abondements étant déterminé par le cours de cette ressource naturelle.

Comme nous le montre le tableau 10, les premiers pays ayant mis en place des fonds de réserve ont accumulé d'importantes réserves pour les retraites.

Tableau 10 : Valeur de marché des portefeuilles en % du PIB

	2000	2001	2002	2003	2004
Finlande	53,0%	54,3%	54,1%	59,2%	62,5%
Etats-Unis	10,7%	12,0%	13,1%	13,9%	14,4%
Japon	37,9%	38,3%	39,4%	39,9%	39,7%
Canada	4,1%	4,4%	4,6%	4,6%	5,7%
Suède	33,4%	24,9%	20,7%	23,7%	25,7%
Pays-Bas	1,8%	2,3%	2,9%	3,5%	4,2%
Espagne	0,1%	0,4%	0,9%	1,6%	2,5%
Portugal	2,7%	3,1%	3,7%	4,2%	
France				1,1%	1,2%
Belgique		0,2%	0,4%	1,5%	4,3%
Irlande		6,7%	5,9%	7,1%	8,1%
Nouvelle-Zélande			0,5%	1,5%	2,8%
Norvège	26,3%	40,2%	40,1%	54,7%	60,3%

Source : Vernière [2005]

En 2004, les montants des réserves capitalisées représentent 62,4% du PIB en Finlande et 25,4% du PIB en Suède. Les Pays-Bas, l'Irlande et la Belgique ont déjà accompli un effort assez important avec des réserves accumulées estimées à respectivement 4,2% du PIB, 8,1% du PIB et 4,3% du PIB. Parmi les pays européens, la France est le pays où le montant des réserves est le plus faible en points de PIB (1,2% du PIB en 2004).

2.2 Une gestion financière diversifiée et active

Le tableau 11 présente la composition du portefeuille des principaux fonds de réserve selon les actifs financiers choisis.

Tableau 11 : La composition du portefeuille des fonds de réserve selon les classes d'actifs

	Composition du portefeuille			Part des actifs étrangers dans le portefeuille
	Actions	Obligations et titre de taux	Autres	
Finlande (2004)	31,5%	52,9%	15,6%	65,6%
Etats-Unis (2004)	0,0%	100,0%	0,0%	0,0%
Japon GPIF (2004)	25,5%	74,5%	0,0%	14%
Canada OIRPC (2004)	97,0%	1,0%	2,0%	27,5%
Canada RPC (2004)	45,2%	43,2%	11,6%	12,8%
Suède (2004)	59,1%	37,6%	3,3%	59,0%
Pays-Bas (2004)	0,0%	100,0%	0,0%	0,0%
Espagne (2004)	0,0%	100,0%	0,0%	4,5%
Portugal FEFSS (2003)	9,4%	86,1%	4,5%	0,0%
Belgique (2004)	0,0%	100,0%	0,0%	0,0%
Irlande NPRF (2004)	76,0%	12,7%	11,3%	100,0%
Nouvelle-Zélande NZSF (2004)	67,4%	24,0%	8,6%	76,9%
Norvège NGPF (2004)	41,0%	59,0%	0,0%	100,0%

Source : Vernière [2005]

La plupart des pays ont décidé d'adopter une gestion financière du portefeuille diversifiée et active. Cette politique vise d'une part à augmenter les rendements financiers des placements et d'autre part à éviter que les réserves capitalisées soient utilisées pour financer les déficits publics. En 2004, les actions constituaient l'essentiel du portefeuille des fonds de réserve au Canada (OIRPC), en Suède, en Irlande et en Nouvelle-Zélande (NZSF). Les parts d'actifs étrangers dans le portefeuille sont très importantes en Irlande, en Finlande, en Suède et en Norvège.

Seuls les Pays-Bas et les Etats-Unis n'ont pas choisi de confier la gestion financière de leurs réserves à un organisme chargé du placement des actifs. Les réserves sont placées en obligations et titres de taux. La Belgique et l'Espagne ont des portefeuilles d'actifs exclusivement composés de titres publics de taux¹⁶.

Avec cette montée de la capitalisation, il paraît tout à fait légitime de s'intéresser aux risques liés à ce mode de financement des retraites.

¹⁶ En Belgique, un instrument spécifique de dette a été créé : les bons du Trésor-Fonds de vieillissement zéro coupon avec échéances finales à partir de 2010, titres dématérialisés non négociables émis par le Trésor à la demande du Fonds de vieillissement dont le taux est basé sur la courbe d'intérêt des obligations linéaires.

2 L'objectif de la thèse : une évaluation des risques de la capitalisation

De plus en plus de pays ont ainsi recours à des formes de capitalisation pour réformer leur système de retraite remis en cause par le vieillissement inéluctable de leur population. Les effets macroéconomiques et budgétaires de la capitalisation ainsi que les répercussions découlant du passage d'un système reposant sur la répartition à un système dépendant en grande partie des marchés financiers suscitent, depuis maintenant un certain nombre d'années, un fort intérêt des économistes et des décideurs publics. Les raisons pour lesquelles la capitalisation peut être envisagée comme une alternative à la répartition font toujours l'objet d'un vif débat et soulèvent encore aujourd'hui un certain nombre d'interrogations.

Le principal argument avancé par les tenants de la capitalisation, notamment par Feldstein aux Etats-Unis, est l'idée que les rendements de ce système seraient nettement supérieurs à ceux offerts par la répartition.

Cependant le krach boursier de 2002 et les nombreuses faillites de fonds de pension américains, comme celui de General Motors, ont mis en évidence que les systèmes de retraite par capitalisation ont un certain nombre de risques qui leur sont spécifiques. Ces risques sont sans aucun doute l'une des craintes majeures suscitées par la capitalisation.

Le montant des pensions perçues dans le cadre d'un système reposant sur la capitalisation dépend de l'épargne accumulée au cours de la vie active et du rendement des actifs financiers dans lesquels cette épargne est investie. Les risques de la capitalisation sont donc principalement des risques financiers et sont liés à l'incertitude sur les rendements financiers. Il n'y a donc pas de partage intergénérationnel des risques à la différence du régime par répartition : chaque génération subit le risque propre de ses investissements. La situation est différente dans le cadre d'un système de retraite fonctionnant par répartition. Dans ce régime, les risques sont partagés avec les futurs cotisants. Les cotisations retraite sont prélevées sur les salaires des actifs de la période courante et immédiatement reversées aux retraités pour financer leurs pensions. En cas de chocs démographiques ou économiques défavorables, il est par exemple possible d'augmenter les cotisations afin que le niveau des pensions promis soit effectivement atteint. Ce contrat social implicite par la puissance publique peut néanmoins être remis en cause par les actifs ; il s'agit de ce que l'on appelle le risque politique.

L'objectif de la thèse est de mesurer les risques de la capitalisation en France.

Plus précisément, le but de cette thèse est de donner quelques instruments de mesure des risques de l'épargne-retraite à partir de séries financières historiques longues. Ce travail est essentiellement empirique.

Quels sont les risques propres à la capitalisation ? Comment estimer et mesurer ces risques ? La capitalisation permet-elle d'offrir des pensions supérieures à celles assurées par la répartition ? Donne-t-elle la possibilité d'atteindre plus facilement les différents objectifs des autorités publiques en termes de retraites ? Quel est l'impact des frais administratifs sur les pensions reçues dans le cadre de la capitalisation ? Une diversification nationale ou internationale du portefeuille peut-elle contribuer à une réduction des risques encourus ? Une combinaison répartition – capitalisation permet-elle de réduire le risque tout en assurant des pensions convenables ? L'allongement de la durée de vie active modifie-t-il l'arbitrage entre répartition et capitalisation ? Quels types de sortie du capital accumulé durant la vie active sont préférables en termes de rendements et de risques ? Quelle stratégie de distribution du capital à adopter pour un agent altruiste ?

Cette thèse cherche à apporter un éclairage particulier à ces questions et est organisée selon quatre grands chapitres.

Nous débutons cette analyse par une présentation de la littérature économique traitant de l'évaluation des risques de la capitalisation (chapitre 1). Après avoir rappelé pourquoi la capitalisation peut théoriquement avoir un rendement supérieur à celui implicite de la répartition, nous recensons les risques propres à la capitalisation et discutons des différentes méthodologies utilisées afin d'estimer ces risques. La lecture de cette littérature fait ressortir qu'il n'y a pas de consensus sur la méthode à employer et met l'accent sur la sensibilité des résultats à quelques paramètres : la prise en compte des frais administratifs, le mode de sortie du capital et surtout la période historique retenue concernant les rendements des actifs financiers.

Dans le chapitre 2, nous estimons, à partir d'une analyse historique, les risques de la capitalisation en France. L'étude porte sur le risque de liquidation de la capitalisation.

Plus précisément, nous calculons les taux de remplacement historiques qu'aurait pu procurer, sur l'ensemble du siècle, un système de retraite par capitalisation à cotisations définies et à prestations non définies. Le point de vue adopté est donc uniquement empirique et

microéconomique. Nous ne tenons ainsi pas compte des effets macroéconomiques et financiers de l'instauration d'un système de retraite reposant sur la capitalisation. Nos simulations reposent, comme tout travail d'analyse historique, sur l'hypothèse suivante : les montants investis en Bourse n'auraient pas modifié la chronique des rendements financiers. Nous ne prenons ainsi pas en considération les effets de la demande sur le prix des actifs financiers.

La période couverte par notre évaluation des taux de remplacement historiques est de plus d'un siècle : 1901-2003. Compte tenu de l'espérance de vie, le choix d'une retraite par capitalisation engage les individus pour au moins 60 ans soit les 40 années de la phase d'accumulation et 20 années de retraite qu'il peut espérer vivre en moyenne.

Le principal résultat mis en évidence dans ce chapitre est que les obligations et l'actif monétaire ne constituent pas une alternative aux actions. Cependant la dispersion des taux de remplacement offerts par des portefeuilles d'actions s'avère assez élevée.

Nous estimons aussi l'apport d'une diversification du portefeuille d'actifs financiers gérée par le fonds de pension. Premièrement, nous démontrons que la réduction du risque apportée par l'introduction de titres obligataires et de l'actif monétaire dans le portefeuille est faible et très coûteuse en ce qui concerne les pensions reçues. Par rapport à ces actifs, l'immobilier peut présenter des performances intéressantes en termes de rendements et de réduction du risque. Deuxièmement, nous effectuons une diversification géographique en pondérant le portefeuille avec des actifs américains (actions et obligations) sur le siècle, ces actifs n'ayant pas subi les crises majeures des deux guerres mondiales. Historiquement, ces actifs américains permettent d'obtenir des taux de remplacement plus élevés que ceux obtenus par des portefeuilles nationaux pour un risque moindre.

Ce chapitre 2 repose sur une mesure du risque par l'écart-type des taux de remplacement historiques. Or, en matière de retraites, le risque le plus important est le risque à la baisse. Une autre mesure du risque à retenir dans ce type d'étude est la probabilité que le taux de remplacement tombe en dessous d'un certain seuil visé.

Le chapitre 3 de cette thèse applique cette définition du risque afin d'estimer les risques de trajectoire et le risque de liquidation d'un système par capitalisation.

La méthode employée consiste à simuler des taux de remplacement par la technique du bootstrap paramétrique : des séries financières sont recréées récursivement à partir des résidus ré-échantillonnés.

Dans un premier temps, nous calculons l'allocation optimale d'un portefeuille d'actifs financiers pour différents degrés d'aversion au risque. Nous mettons en évidence que, quelle que soit l'aversion au risque du cotisant, il est préférable que le portefeuille comporte une part importante d'actions. Puis, nous évaluons les risques de trajectoire et de liquidation de la capitalisation. Nous calculons ainsi la probabilité, pour différents taux d'épargne, que le taux de remplacement tombe en dessous de certains seuils retenus.

Nos résultats montrent que la norme gouvernementale définie dans la loi Fillon peut être atteinte seulement une fois sur deux avec un taux de cotisation équivalent au taux actuel et un investissement exclusif en actions. Mais il s'avère difficile de garantir sans redistribution une pension nette égale à 85% du SMIC. Quant aux placements obligataires et monétaires, les différents objectifs sont hors d'atteinte. Investir une partie du portefeuille en actions américaines ou en immobilier permet d'atteindre moins difficilement le taux de remplacement garanti par la répartition ou celui correspondant à la norme gouvernementale. Par contre, le taux garanti aux smicards (pension nette égale à 85% du SMIC) reste difficile à envisager même pour des portefeuilles diversifiés.

Une approche alternative est de calculer les taux d'épargne qui garantissent les taux de remplacement de référence avec une certaine probabilité. Ces taux de cotisation requis sont calculés pour des portefeuilles à support unique et des portefeuilles diversifiés. En acceptant le risque de ne pas obtenir une fois sur deux le taux de remplacement visé, le taux de cotisation actuel peut être diminué fortement et permettre d'atteindre le taux d'équilibre vers lequel convergerait le régime général d'après le COR avant la réforme des retraites de 2004.

Enfin, deux politiques visant à limiter les risques de trajectoire et de liquidation sont examinées : l'allongement de la durée de vie active et la mise en place d'un système mixte combinant répartition et capitalisation. Nos simulations indiquent que la probabilité de ne pas atteindre, dans un système par capitalisation, le taux de remplacement garanti par la répartition augmente avec la durée de cotisation. Mais, quel que soit le système de retraite choisi, répartition ou capitalisation, l'allongement de la durée de cotisation augmente le taux de remplacement tout en réduisant les risques. Le recours à un système mixte ne permet pas non plus de garantir à la fois les taux de remplacement visés et une prise de risque acceptable. Notre analyse montre qu'un individu ayant une forte aversion au risque a clairement intérêt à

choisir 100% de répartition. Par contre, l'individu prêt à tolérer un risque assez élevé a intérêt à choisir 100% de capitalisation.

Dans toutes les simulations des chapitres 2 et 3, nous avons formulé la même hypothèse concernant le mode de sortie du capital : l'individu convertit, à l'âge du départ à la retraite, le capital accumulé en une rente viagère nominale ou réelle. Cette conversion en rente n'est cependant pas la seule solution. En raison de leur plus grande souplesse et de la possibilité de legs qu'elles permettent, les stratégies de retraits programmés ou de prélèvement sur le capital sont souvent présentées comme une alternative à la rente viagère.

Cette distribution du capital sous forme de retraits programmés est cependant liée à deux risques : un risque de longévité propre à la phase de distribution qui est le risque d'épuiser la totalité du capital avant décès et un risque d'investissement puisque le portefeuille est réinvesti sur les marchés financiers durant la période de retraite.

Le chapitre 4 consiste donc à estimer le risque de longévité d'une sortie en capital à partir des données financières historiques et des données de mortalité actuelles. La méthodologie retenue pour simuler les rendements financiers est le bootstrap paramétrique utilisé pour mesurer le risque de trajectoire de la phase d'accumulation. Nos résultats démontrent sans surprise que le risque de ruine augmente avec le taux de retrait. Seul l'immobilier peut inciter le retraité à ne pas privilégier l'investissement exclusif en actions.

Différentes stratégies de retraits programmés sont ensuite comparées à une rente viagère. Le taux de conversion est calculé à partir des nouvelles tables de mortalité françaises. Nous définissons quatre mesures du risque : le rendement des retraits programmés par rapport à la rente viagère, la probabilité de prélever un montant inférieur à la rente viagère, l'estimation des pertes occasionnées par les stratégies de retrait lorsque le prélèvement est inférieur à la rente et enfin la probabilité d'obtenir certains taux de remplacement cibles à partir de stratégies de prélèvement.

Nos résultats soulignent que le choix de retraits programmés peut conduire à bénéficier de pensions nettement inférieures à celles perçues sous forme de rente viagère, et ce, quelle que soit la stratégie de prélèvement choisie.

A partir d'indicateurs tenant compte des espérances de survie à chaque âge, nous démontrons que la stratégie de retrait optimale dépend à la fois de l'aversion au risque de l'individu mais aussi de son degré d'altruisme.

Un individu très réticent au risque a intérêt à choisir la conversion du capital en rente viagère dès l'âge du départ à la retraite. L'individu risquophile et altruiste préfère la stratégie de retraits programmés. Pour un individu ayant une aversion au risque et un degré d'altruisme intermédiaires, certaines configurations mixtes, retraits programmés – rente viagère, peuvent s'avérer intéressantes.

Nous discuterons ainsi dans cette thèse de différentes mesures complémentaires des risques propres à la capitalisation : le risque de liquidation, le risque de trajectoire et le risque de longévité.

Chapitre 1

Systeme de retraite par capitalisation et risques : un survol de la littérature

Le choix de la technique du financement des retraites, répartition ou capitalisation, constitue un thème récurrent dans le débat public. Dans le cadre d'une réforme des régimes de retraite, ces modalités de financement sont envisagées en considérant les performances respectives de chacune d'elles. Dans un contexte de vieillissement de la population qui remet en cause la viabilité des systèmes de retraite par répartition, plusieurs interrogations sont posées depuis maintenant quelques années : quelles sont les performances respectives des deux techniques de financement des retraites à savoir la répartition et la capitalisation ? Quelles sont les avantages et inconvénients des deux systèmes ? Pour quelles raisons la capitalisation est-elle souvent envisagée comme une alternative et un système préférable à la répartition ?

Deux grands arguments sont souvent avancés en faveur de la capitalisation.

Le premier insiste sur les bénéfices macroéconomiques attendus d'une transition de la répartition vers la capitalisation. La réduction de la pression fiscale qui résulterait d'un passage à la capitalisation aurait des effets non négligeables sur la croissance de long terme en raison de la hausse de l'épargne et de l'offre de travail qui en découleraient¹⁷.

¹⁷ Voir notamment les revues de la littérature de Davis [1997], Holzmann [1997], Barr [2000] ou Persson [2000].

Le second argument est sans aucun doute le plus couramment utilisé.

L'écart de rendement des deux modalités de financement des retraites serait nettement favorable à la capitalisation. Cette dernière permettrait aux salariés de profiter des rendements du marché financier (en moyenne et en réel 7% par an aux Etats-Unis au XX^{ème} siècle pour les placements en actions). Comme nous allons l'évoquer dans ce chapitre, si le rendement de la répartition était de l'ordre de 4 à 5% durant les trente glorieuses, il devrait chuter à moins de 1% dans un futur proche sous l'effet du vieillissement démographique et du ralentissement de la croissance attendue dans les pays développés.

On ne peut cependant pas examiner la question des rendements de ces deux modalités sans tenir compte des risques qui leur sont associés. Comme nous l'avons remarqué dans l'introduction générale de cette thèse, les régimes de retraite par capitalisation ne permettent pas un partage intergénérationnel des risques à la différence du régime par répartition. Le krach boursier de 2002 a mis en évidence que la capitalisation a un certain nombre de risques qui lui est propre. Le développement récent des piliers financés par capitalisation rend d'autant plus légitime de s'intéresser aux risques liés à ce système.

Ce chapitre vise donc à faire le bilan des travaux récents qui s'attachent à estimer et apprécier le risque des systèmes de retraite par capitalisation durant les phases d'accumulation et de distribution du capital.

Nous verrons qu'aucun véritable consensus ne se dégage des différents travaux économiques menés et les conclusions peuvent s'avérer parfois contradictoires selon la méthodologie retenue pour mesurer le risque.

La section 1.1 discute de la différence de rendements des deux régimes. L'argument de base pour choisir entre la répartition et la capitalisation est la situation de sur ou sous accumulation de l'économie. Les estimations de rendement de la répartition pour les prochaines années peuvent laisser penser que la capitalisation est préférable à la répartition. Mais l'existence d'un coût de transition et la possibilité d'avoir des frais administratifs assez élevés relativisent cette supériorité supposée.

La section 1.2 recense les principales études empiriques visant à examiner les différents risques de la phase d'accumulation d'un plan épargne-retraite.

La revue de la littérature révèle qu'il n'y a pas de consensus sur la méthode à employer pour évaluer les risques spécifiques aux plans d'épargne retraite. Une première approche consiste à

évaluer ces risques par une analyse historique. Une seconde approche est davantage prospective en utilisant différentes méthodes de simulation de trajectoire de rendements financiers. Enfin, deux stratégies sont souvent étudiées afin d'estimer la réduction du risque qu'elles peuvent permettre : une stratégie dynamique de diversification du portefeuille et l'instauration d'un système de retraite mixte (répartition – capitalisation) ou multi-piliers.

La section 1.3 se focalise sur les risques inhérents à la phase de distribution du capital et en particulier le risque d'épuiser la totalité du capital avant décès. Après avoir rappelé qu'une rente viagère est la meilleure assurance contre ce risque, nous énonçons les différentes raisons pour lesquelles la demande de rentes viagères est relativement limitée dans la plupart des pays industrialisés. Puis nous présentons les différentes méthodologies employées afin de déterminer ce risque de longévité. Comme pour les risques de la phase d'accumulation, nous constaterons qu'il n'y a pas de consensus sur la méthodologie à retenir.

1.1 Les rendements de la capitalisation sont-ils supérieurs à ceux de la répartition ?

Dans cette première section, nous définissons d'abord les rendements des 2 systèmes de retraite. Puis, nous présentons rapidement les différents coûts qui relativisent la supériorité supposée des rendements de la capitalisation : le coût de transition et les frais administratifs.

1.1.1 Les rendements des systèmes de retraite

L'un des arguments économiques les plus couramment avancés par les tenants de la capitalisation est l'idée que les rendements offerts par la capitalisation seraient supérieurs aux rendements obtenus dans un système fonctionnant par répartition.

Depuis les travaux de Samuelson [1958], nous savons que le rendement de la répartition est égal à la somme du taux de croissance de la population active et du taux de la productivité du travail¹⁸.

Le rendement de la répartition est le taux x tel que :

$$p_t = (1 + x)\tau_{t-1}w_{t-1}$$

¹⁸ Cette partie s'inspire de l'ouvrage d'Artus et Legros [1999].

avec w représentant le revenu de l'agent durant sa vie active, p la pension versée par le régime de retraite public lorsque l'agent devient retraité et τ le taux de contribution au système de retraite. Le régime par répartition verse des pensions aux retraités à partir de cotisations assises sur les salaires des actifs du moment.

A chaque période, l'équilibre du régime de retraite par répartition repose sur l'égalité des cotisations perçues aux pensions versées. L'hypothèse d'un régime sans fonds de réserve est formulée dans un souci de simplification.

$$p_{t-1}N_{t-1} = N_t\tau_t w_t$$

Or l'accroissement démographique au taux n conduit à :

$$\frac{N_t}{N_{t-1}} = 1 + n$$

alors que les progrès de productivité γ sont tels que :

$$\frac{w_t}{w_{t-1}} = 1 + \gamma$$

On peut donc réécrire (1) de la manière suivante :

$$p_t = (1 + n)(1 + \gamma)\tau_t w_{t-1}$$

Donc :

$$p_t \approx (1 + n + \gamma)\tau_t w_{t-1}$$

Le progrès de productivité et le taux de croissance démographique jouent le même rôle dans le rendement de la répartition : $1+n+\gamma$ ¹⁹.

Concernant le rendement de la capitalisation, il est égal au taux d'intérêt. On peut déduire ses déterminants à l'aide d'un petit modèle à la Solow en posant l'égalité du taux d'intérêt au rendement marginal du capital et en modifiant le modèle de Solow de base en intégrant deux catégories d'agents. Les premiers agents, les capitalistes forment grâce à leur épargne le capital dit structurel noté K_K . Cette épargne est une fraction s_K des produits financiers qui composent le revenu au taux r de ce capital. Les seconds agents épargnent en vue de leur retraite. Cette épargne est réalisée grâce à des cotisations prélevées sur leur salaire et vient alimenter un fond qu'ils font augmenter durant le premier stade de leur cycle de vie et qui diminue durant leur retraite. Le capital total de l'économie correspond à la somme de ces deux capitaux. Après plusieurs générations d'épargnants, le second est relativement stable

¹⁹ En négligeant le produit $n\gamma$ du second ordre.

puisque alors que certaines cohortes l'alimentent de leur épargne, d'autres en tirent des revenus consommés durant leur retraite. En d'autres termes, à long terme, lorsque la structure démographique est stabilisée, les cotisations nouvelles équilibrent les prestations versées, le capital-retraite ne variant pas.

Ceci permet de déduire immédiatement le résultat du modèle en situation de règle d'or ; le capital croît au même taux que l'économie :

$$\frac{\dot{K}_K}{K_K} = s_K r - \delta = n + \gamma$$

δ étant le taux de dépréciation du capital.

On peut écrire le rendement net du capital, r_{net} , lorsque $s_K = 1$:

$$r_{net} = n + \gamma + \delta$$

Ce résultat est celui traditionnellement obtenu dans le modèle de Solow.

Le taux brut est donc égal au taux de croissance de l'économie, égal, à un terme du second ordre près, au rendement de la répartition. Dans ce modèle, l'hypothèse est faite selon laquelle, la totalité de l'épargne nouvelle est affectée à la croissance du capital productif. Si tel n'est pas le cas, et en particulier dès que $s_K < 1$, on a :

$$r_{net} = r - \delta > n + \gamma$$

Ce qui signifie que dans une hypothèse de sous-accumulation, le rendement de la capitalisation est supérieur à celui de la répartition.

Si le taux de rendement du système de retraite par répartition a pu dépasser les 5% durant la faste période des "trente glorieuses", il paraît difficile d'envisager un taux supérieur à 2% pour les prochaines années. Par exemple, dans un rapport pour le Conseil d'Analyse Economique, Davanne, Lorenzi et Morin [1998] estiment que l'écart entre le rendement du capital et le taux de croissance de la masse salariale sur longue période est compris entre 4 et 5% : compte tenu des perspectives démographiques françaises et de la tendance des gains de productivité, la croissance de long terme de l'économie française devrait être proche de 2%²⁰ tandis que le rendement des portefeuilles d'actifs financiers composés prioritairement d'actions devrait être entre 6 et 7%.

²⁰ Cette estimation du taux de croissance de la masse salariale est très proche de celle formulée par Mc Morrow et Roeger [2002] dans un document de la Commission Européenne [2002].

1.1.2 Le coût de la transition vers la capitalisation

Pour certains économistes comme par exemple Geanakoplos, Mitchell et Zeldes [1998], cette supériorité des rendements offerts par la capitalisation n'est pas nécessairement vraie dans un pays déjà doté d'un régime par répartition. Pendant la période de transition complète ou partielle d'un système par répartition à un système par capitalisation, les salariés doivent à la fois épargner pour leur propre retraite et cotiser au système par répartition pour les retraités qui ont initialement accumulé des droits sans une durée complète de cotisations. C'est ce que l'on appelle le coût de transition.

Pour démontrer ce coût de transition, nous reprenons ici une présentation faite récemment par Geanakoplos, Mitchell et Zeldes [1998] ou Vernière [1998b].

Dans cette démonstration, deux types de régimes de retraite sont analysés, l'un reposant sur la répartition et l'autre sur la capitalisation. Chacun de ces deux régimes est supposé être à l'équilibre (le taux de dépendance, le taux de cotisation retraite et le taux de remplacement sont supposés être constants au cours du temps). Les salariés vivent deux périodes : une période active où ils versent des cotisations d'un montant initial égal à T , et une période de retraite où ils perçoivent des pensions. Ces retraites sont financées soit par les actifs de la période courante dans un système de retraite par répartition, soit par l'épargne accumulée au cours de la période active dans un système reposant sur la capitalisation. Le taux de croissance de la masse salariale est constant et égal à g , le taux d'intérêt est sans risque et égal à r . On fait l'hypothèse que $r \geq g$ ²¹. Le tableau 1.1 indique les flux de cotisations et de pensions des deux systèmes de retraite ainsi que l'écart de rendement et de retraites perçues entre les deux systèmes de retraite.

²¹ Dans une économie dynamiquement efficace, le taux d'intérêt est supérieur au taux de croissance de l'économie (ou au taux de croissance de la masse salariale). Il est profitable d'investir puisque le rendement permet de maintenir constant le ratio capital/production et d'accroître la consommation financée par le surplus.

Tableau 1.1 : Régimes de retraites et rendements

	Répartition			
Périodes	1	2	3	n+1
Cotisations	T	$T(1+g)$	$T(1+g)^2$	$T(1+g)^n$
Pensions	T	$T(1+g)$	$T(1+g)^2$	$T(1+g)^n$
Rendement		g	g	g
	Capitalisation			
Périodes	1	2	3	n+1
Cotisations	T	$T(1+g)$	$T(1+g)^2$	$T(1+g)^n$
Pensions		$T(1+r)$	$T(1+r)(1+g)$	$T(1+r)(1+g)^{n-1}$
Rendement		r	r	r
	Ecart de rendement et de montant de retraite			
Périodes	1	2	3	n+1
Ecart de rendement de chaque cohorte		$(r-g)$	$(r-g)$	$(r-g)$
Ecart de montant de pensions par génération		$T(r-g)$	$T(1+g)(r-g)$	$T(1+g)^{n-1}(r-g)$

Sources : Vernière [1998b]

Dans un régime par répartition, les cotisations de la période t sont transférées aux retraités de la période t . Etant donné que la masse salariale croît au taux g , le rendement implicite du régime de retraite par répartition est égal à g . Dans cette présentation, les retraités de la première période bénéficient de transferts bien qu'ils n'aient pas jamais cotisé au régime par répartition.

Dans un régime par capitalisation, il n'y a plus de transferts intergénérationnels instantanés : les individus épargnent leurs cotisations et les capitalisent à un taux d'intérêt sans risque égal à r . Le rendement de leur épargne retraite est en conséquence égal à r avec $r \geq g$.

Après la période 1, pour chaque génération participant au système de retraite par répartition, le rendement obtenu est inférieur de $r-g$ à celui du système reposant sur la capitalisation. Cet écart se traduit par un montant de retraite plus faible. Lorsqu'on fait le somme actualisée, au taux sans risque r , des écarts de pensions par génération, on obtient un montant égal à T ,

c'est-à-dire le « repas gratuit » initial représenté par des pensions versées aux retraités n'ayant pas cotisé lors de la mise en place du régime par répartition.

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{T(r-g)(1+g)^{i-1}}{(1+r)^i} = T$$

Il n'y a donc pas de repas gratuit : perpétuellement, les générations d'un régime par répartition rembourseront le transfert initial T aux retraités de la première période par un rendement inférieur de $r-g$ au rendement d'un régime par capitalisation. Ce transfert est le prix que les générations successives doivent payer pour que les retraités de la première période bénéficient de transferts : elles se partagent le coût de ce transfert. De la sorte, chaque génération t contraint la génération $t+1$ à participer au système de la répartition et par conséquent à supporter une partie du transfert initial. Le passage à un système reposant sur la capitalisation est donc un jeu à somme nulle : le coût de transition correspond au gain d'efficacité attendu. Ce montant est égal à ce qui a été consenti aux générations initiales qui ont bénéficié de pensions de retraites sans une durée complète de cotisations.

Ce résultat a aussi été démontré par Breyer [1989] et Boldrin et al. [1999] : le coût de la transition vers un système de retraite fonctionnant par capitalisation est égal au gain consenti aux générations initiales qui ont bénéficié de pensions de retraite sans une durée complète de cotisations.

Quelques études évoquent cependant que le recours à la capitalisation peut entraîner un gain supplémentaire d'efficacité. Ce gain supplémentaire permettrait l'instauration d'un mécanisme redistributif par lequel toutes les générations auraient intérêt à la réforme du système de retraite. Breyer et Straub [1993] affirment notamment que la réduction des prélèvements sociaux distorsifs au profit d'une épargne privée volontaire dans le cadre d'un système reposant sur la capitalisation peut entraîner un gain d'efficacité supplémentaire. Demange et Laroque [2000] tirent une conclusion similaire de leur étude. S'il existe un impôt sur le capital et/ou si l'offre de travail est élastique de sorte que les prélèvements fiscaux et sociaux provoquent des distorsions sur l'allocation d'équilibre, alors il est possible de passer d'un équilibre stationnaire avec régime de retraite par répartition à un autre équilibre stationnaire meilleur avec un stock de capital productif supérieur. Brunner [1996] souligne cependant que l'instauration d'un système reposant sur la capitalisation exigerait l'instauration de règles de calcul des prélèvements et des prestations redistributives coûteuses pour certains agents. Pour Lindbeck et Persson [2003], une réforme Pareto améliorante n'est possible que si le système

par répartition tel qu'il existe avant la réforme ne comporte qu'un lien faible entre cotisations et retraites.

A la suite des travaux d'Auerbach et Kotlikoff [1987], tout un courant de la littérature économique sur les réformes des systèmes de retraite a tenté d'évaluer quantitativement la transition vers un système de retraite fonctionnant par capitalisation. Elles concluent généralement sur la difficulté de mener une réforme Pareto-améliorante²².

1.1.3 Les frais administratifs des plans épargne-retraite

Le rendement réel de la capitalisation peut être inférieur à ce qu'il paraît si l'on prend en compte les frais administratifs. Les frais administratifs sont des sommes retenues par les gestionnaires de fonds pour l'administration des dossiers et l'investissement des fonds. Certains frais sont proportionnels et d'autres sont fixes. Certains sont prélevés sur les contributions, d'autres sur la valeur des avoirs dans le fond, d'autres encore sur les retours sur investissement. Ces différents coûts se cumulent et interagissent tout au long de la durée d'une adhésion à un plan de pension.

La mesure la plus courante de ces frais administratifs est la réduction au rendement. Cette mesure consiste à ajouter tous les frais tout au long du déroulement de la phase d'accumulation et à les exprimer en pourcentage des avoirs. Une autre approche consiste à mesurer les frais par rapport aux contributions, ce qui revient à calculer les frais sur toute la durée de la phase d'accumulation par rapport à la valeur finale du portefeuille. Cette seconde mesure est appelée le ratio des frais ou la réduction à la prime.

Diamond [1993] indique que les frais de gestion représentaient près de 30% de la valeur des primes dans les années 80 au Chili, soit une réduction équivalente de la pension. Cependant, selon Valdes-Prieto [1994], les frais administratifs au Chili ont diminué entre 1987 et 1992 passant de 30,3% à 22,5%.

Whitehouse [2000] effectue une comparaison internationale des frais administratifs prélevés par les fonds de pension. Parmi les pays d'Amérique Latine ayant un pilier reposant sur la

²² On peut citer Miles [1999] pour une étude concernant le Royaume-Uni, Iben et Miles [2000] pour l'Allemagne et le Royaume-Uni, Kotlikoff, Smetter et Walliser [1999], Huang et al. [1997], De Nardi, Imrohoglu et Sargent [1999] et Conesa et Krueger [1999] pour des études américaines et Hénin et Weitzenblum [2003] pour une étude sur données françaises. Cette dernière étude met en évidence la dégradation spontanée de la situation des "jeunes agents", nés ou à naître, dans un scénario tendanciel. Elle souligne l'importance des efforts redistributifs et prouve que les efforts à consentir par les générations actuellement actives sont relativement élevés. L'impact de mesures de départs à la retraite retardés sur des indicateurs d'inégalités comme les coefficients de Gini est plus défavorable que celui de mesures visant à réduire les taux de remplacement. Le lecteur peut se référer à Hénin et Weitzenblum [2003] pour une revue détaillée de ces études.

capitalisation, le ratio de frais moyen varie de 13,5% en Colombie à plus de 23% en Argentine et de 26% au Mexique. Les réductions au rendement pour ces trois pays sont respectivement de 0,65%, 1,20% et 1,39%. Les frais les plus élevés concernent les fonds de retraites privés en Australie (35%, soit des frais administratifs représentant 1,9% des avoirs). Concernant le Royaume-Uni, le ratio des frais est estimé à 23% par Whitehouse [2000], soit une réduction au rendement de 1,2%. Il y a cependant une grande diversité des politiques de frais prélevés par les fonds de pension britanniques. Le plus petit ratio est de 15% et le plus élevé est de 33%. Enfin, Whitehouse [2000] explique que la moyenne des frais administratifs prélevés par les fonds de pension britanniques a diminué de 14% entre 1989 et 1998. Les estimations de James, Smalhout et Vittas [1999] sont assez proches de celles de Whitehouse [2000] : le ratio de frais est de 14,1% pour la Colombie, de 22,1% pour le Mexique et de 23% pour l'Argentine.

Murthi, Orszag et Orszag [1999b et 2000] réalisent une estimation des frais administratifs des fonds de pension britanniques. Les auteurs définissent un ratio des charges qui mesure l'ensemble des frais administratifs inhérents à l'épargne retraite rapporté au capital accumulé durant la vie active. Ce ratio est la somme de trois composantes : le ratio d'accumulation qui mesure l'ensemble des frais durant la phase d'accumulation, le ratio de modification qui mesure les coûts supplémentaires dus à des modifications de plan d'épargne ou de fin de participation à un fonds de pension comme par exemple des transferts, des abandons de plan, ou des constitutions de nouveaux plans, et le ratio de conversion qui reflète les frais occasionnés par la conversion du capital accumulé en rentes viagères. Murthi et al. [1999b et 2000] estiment que les frais absorbent en moyenne plus de 40% de la valeur des comptes individuels au Royaume-Uni. Le ratio d'accumulation correspond environ aux deux tiers du ratio des charges.

1.2 Evaluation des risques de la phase d'accumulation d'un système de retraite reposant sur la capitalisation

Les systèmes de retraite par capitalisation ont un certain nombre de risques qui leur sont spécifiques.

Durant la phase d'accumulation, c'est-à-dire la période durant laquelle l'individu est actif et cotise à un fonds de pension, deux risques propres à la capitalisation interviennent. Le premier est le risque de liquidation. Ce risque se matérialise lorsque le prix des actifs dans lesquels est investie l'épargne retraite chute au moment où l'individu part à la retraite. Un krach boursier

comme celui de 2002 réduit sensiblement la valeur du portefeuille lorsque celui-ci est liquidé au moment du départ à la retraite. Le second risque est le risque de trajectoire. La valeur finale du portefeuille dépend non seulement du taux de rendement moyen des actifs choisis mais aussi de la chronique des rendements : pour un même rendement moyen, des taux de rendement faibles dans les dernières années peuvent réduire sensiblement la valeur finale du portefeuille²³.

La revue de la littérature confirme qu'il n'y a pas de consensus sur la méthode à employer pour évaluer les risques spécifiques aux plans d'épargne retraite. Une première approche consiste à évaluer ces risques par une analyse historique. Une seconde est davantage prospective en utilisant différentes méthodes de simulation de rendements financiers. Enfin, deux stratégies sont souvent simulées afin d'estimer la réduction du risque qu'elles peuvent permettre : une stratégie dynamique de diversification du portefeuille et l'instauration d'un système de retraite mixte (répartition – capitalisation) ou multi-piliers.

1.2.1 Evaluation du risque de liquidation par analyse historique

L'analyse historique a d'abord été utilisée pour estimer le risque de liquidation d'un régime par capitalisation aux Etats-Unis.

Burtless [2000] calcule les taux de remplacement historiques qui auraient pu être assurés aux Etats-Unis si les cotisations sociales avaient été investies en actions ou en obligations américaines. La période historique retenue est assez longue : 1911 – 1999. Elle permet l'étude de 89 cohortes. Ces cohortes sont supposées avoir le même profil d'évolution du salaire et épargnent 6% de ce salaire dans un compte épargne retraite. Trois stratégies de placement sont possibles : un portefeuille investi exclusivement en actions, un portefeuille mixte comprenant 50% d'actions et 50% d'obligations et un portefeuille comportant uniquement des obligations. Les rendements des actifs financiers ne sont pas diminués de frais administratifs

²³ L'exemple suivant permet de faciliter la compréhension de ce risque. Supposons une période d'accumulation de 5 ans. Une contribution constante est versée à la fin de chaque année. Le portefeuille final dépend de la séquence de 4 rendements $\{R_1, R_2, R_3, R_4\}$. Supposons que le taux de rendement moyen est de 20%, avec 2 années fortes où $R = 44\%$ et 2 mauvaises années où $R = 0\%$. Il est aisé de montrer que le portefeuille final obtenu avec la séquence $\{0\%, 0\%, 44\%, 44\%\}$ est plus élevé d'un tiers (+32,96%) que celui obtenu avec la séquence $\{44\%, 44\%, 0\%, 0\%\}$.

ou de coûts de gestion. A 62 ans, le capital accumulé est converti en une rente viagère nominale.

Tableau 1.2 : Ratios d'accumulation, taux de remplacement historiques et taux de rendement interne des contributions aux Etats-Unis sur la période 1911-1999

	Taux de remplacement initial (en %)			Taux de rendement interne (en %)	
	Ratio d'accumulation	Annuité simple	Annuité avec Réversion	Estimé à 62 ans	Estimé en fin de vie
Moyenne	6,08	52,2	40,6	6,30	5,10
Minimum	2,18	18,2	14,0	1,54	2,20
1^{er} quartile	4,19	35,1	26,2	5,02	3,78
Médiane	5,09	47,4	35,9	5,96	5,19
3^{ème} quartile	7,58	63,8	49,8	7,76	6,27
Maximum	12,17	100,2	78,1	9,87	7,89
Ecart type	2,63	22,2	17,5	1,95	1,46

Source : Burtless [2000]

Trois indicateurs du rendement du système de retraite sont calculés par Burtless [2000] : le ratio capital accumulé / moyenne des quatre derniers salaires reçus, le taux de remplacement initial du dernier salaire et le taux de rendement interne des cotisations-retraite. Ces résultats sont présentés dans le tableau 1.2.

Investir le portefeuille exclusivement en actions permet d'obtenir un capital nettement plus important que celui accumulé à partir d'une stratégie obligataire ou mixte. La stratégie 100% actions aboutit à un capital accumulé moyen égal à 6,1 fois le salaire moyen des quatre dernières années de vie active. Le ratio médian est de 5,1 et l'écart type de 2,6. Le taux de remplacement moyen procuré par un portefeuille mixte ne représente que la moitié de celui offert par un portefeuille d'actions. Burtless [2000] insiste sur la forte volatilité des taux de remplacement historiques. Alors qu'un individu prenant sa retraite en 1966 aurait pu obtenir une pension représentant la totalité de son dernier salaire, un individu cessant son activité en 1921 aurait reçu moins de 20% de sa dernière rémunération. La moitié des cohortes a un taux de remplacement inférieur à 47,4%. Une cohorte sur quatre obtient une pension inférieure à 35,1% du dernier salaire alors que 25% des cohortes ont un taux de remplacement supérieur à 63,8%, le taux de remplacement moyen étant de 52,2%. Le calcul des taux de rendement interne des cotisations indique aussi l'importance du risque de liquidation d'un plan épargne-retraite : le plus petit taux de rendement interne est de 1,54%, soit un taux inférieur de 4,5

points à la moyenne historique, alors que le plus élevé approche les 10%. Une cohorte sur 4 cohortes bénéficie d'un taux de rendement interne supérieur à 7,76%. La moyenne et la médiane sont respectivement de 6,3% et 6% mais l'écart type est assez élevé (1,95%).

Toujours sur données américaines, Alier et Vittas [1999 et 2001] effectuent une étude similaire à celle de Burtless [2000]. La période historique retenue est assez longue puisque 86 cohortes sont aussi étudiées. Ces cohortes épargnent 10% de leur salaire pendant 40 ans et sont supposées vivre une période de retraite de 20 années. Les cohortes peuvent investir dans trois actifs financiers : les actions, les obligations et les papiers commerciaux. Quatre allocations sont possibles : 100% actions, 100% obligations, 60% actions - 30% obligations - 10% papier commerciaux, et 30% actions - 60% obligations - 10% papier commerciaux. Les auteurs soulignent que ces deux dernières stratégies s'inspirent des compositions de portefeuilles des fonds de pension américains et chiliens. Deux types d'achats de rentes viagères sont possibles : une rente réelle calculée à partir d'un taux d'intérêt réel de 2,5% et une rente nominale calculée à partir du rendement des obligations d'Etat à 15 ans à la date de départ en retraite. Tout comme Burtless [2000], les auteurs ne prennent pas en compte les frais administratifs et les coûts de gestion.

Les résultats d'Alier et Vittas [1999 et 2001], présentés dans le tableau 1.3, mettent aussi en relief la forte volatilité des taux de remplacement historiques.

Le portefeuille investi exclusivement en actions est celui qui procure le taux de remplacement le plus élevé (60,51% pour une rente viagère réelle, 76,75% pour la première rente nominale versée contre respectivement 22,61% et 28,14% pour un portefeuille d'obligations) mais est aussi celui caractérisé par la plus grande volatilité, mesurée par l'écart type (respectivement 19,34% et 27,32%). Pour toutes les cohortes, le taux de remplacement procuré par un portefeuille d'actions est supérieur à celui offert par un portefeuille d'obligations. Quant aux stratégies à trois actifs, la stratégie 60-30-10 procure des taux de remplacement plus élevés que ceux de la stratégie 30-60-10, en raison de sa plus forte proportion en actions. Mais la stratégie 60-30-10 est plus performante que celle d'un investissement exclusif pour seulement sept cohortes (1932, 1933, 1935, 1938, 1941, 1942 et 1943).

Tableau 1.3 : Taux de remplacement pour différentes stratégies de diversification de portefeuille

Rente viagère réelle				
Portfeuille	100-0-0	0-100-0	60-30-10	30-60-10
Moyenne	60,51%	22,61%	42,02%	31,10%
Ecart type	19,34%	8,56%	9,93%	9,21%
Taux de remplacement maximum	99,73%	43,71%	69,28%	52,32%
Taux de remplacement minimum	24,59%	11,57%	21,99%	17,68%
Coefficient de variation	0,32	0,38	0,24	0,30
Ratio max/min	4,06	3,78	3,15	2,96
Rente viagère nominale				
Portfeuille	100-0-0	0-100-0	60-30-10	30-60-10
Moyenne	76,75%	28,14%	52,61%	38,75%
Ecart type	27,32%	10,99%	13,82%	11,97%
Taux de remplacement maximum	137,30%	58,41%	84,17%	69,91%
Taux de remplacement minimum	31,47%	15,66%	28,45%	23,98%
Coefficient de variation	0,36%	0,39%	0,26%	0,31%
Ratio max/min	4,36%	3,73%	2,96%	2,91%

Source : Alier-Vittas [1999]

Ces résultats rejoignent ceux de Burtless [2000] qui soulignent aussi à la fois la supériorité des placements en actions sur les placements obligataires mais aussi leur plus grande volatilité. Par la suite, Alier et Vittas [1999 et 2001] s'intéressent à différentes stratégies visant à réduire le risque de liquidation. Trois stratégies sont calculées : un remplacement progressif des actions par des obligations, une conversion progressive du portefeuille en rente viagère durant les cinq dernières années de cotisation, et une sortie du capital sous forme de prélèvements programmés ou d'annuités variables investies sur les marchés financiers. Les deux premières stratégies réduisent la dispersion mais au détriment d'une diminution conséquente des taux de remplacement. Par contre la stratégie de retraits programmés diminue le risque sans pour autant réduire le montant des pensions. En convertissant le capital accumulé en une rente viagère réelle, moins de 2% des cohortes qui investissent leur portefeuille en actions obtiennent un taux de remplacement inférieur à 30%, et plus d'une cohorte sur deux a un taux de remplacement compris entre 30 et 60%. Réinvestir le portefeuille pendant la période de retraite et procéder à des retraits programmés conduisent à des taux de remplacement supérieurs à 60% pour chaque cohorte étudiée. Ce résultat est dû

d'une part à la persistance de la prime de risque mais aussi au fait que la volatilité des rendements des actions est d'autant moins forte que la période de placement longue.

Dans une étude semblable aux deux précédentes, Garrett et Rhine [2005] comparent les rendements du régime public avec ceux d'un hypothétique système par capitalisation. Dans leurs simulations, l'ensemble des cotisations au système public est investi dans un compte d'épargne privé. Les calculs sont effectués pour trois durées de cotisation : 62, 65 et 70 ans et quatre profils de carrières salariales différents. Le portefeuille peut être investi en actions américaines qui ont un rendement annuel moyen de 8,5% ou en certificats de dépôts à 6 ans qui ont un rendement annuel moyen de 6,9%. Les simulations de Garrett et Rhine [2005] établissent qu'en moyenne moins de 5% des retraités actuels recevront chaque mois une annuité inférieure à la retraite assurée par le régime public.

Quelques études reprennent cette méthodologie consistant à évaluer le risque de liquidation par une analyse historique en utilisant des données financières européennes. Les principales études sont Arbulu et al. [2001, 2002] pour la France, Cannon et Tonks [2002, 2004a et b] pour le Royaume-Uni et Ceccarelli [2006] pour l'Italie.

Dans le cas de la France, Arbulu et al. [2001,2002] comparent les performances relatives de la capitalisation et de la répartition. Les auteurs calculent les taux de remplacement historiques qui auraient pu être assurés si les cotisations sociales avaient été investies en actions et obligations françaises²⁴. Pour les actions, le portefeuille réinvestit le coupon annuel ainsi que le crédit d'impôt alors que pour les obligations, le portefeuille réinvestit le dividende annuel ainsi que l'avoir fiscal. A la différence des études de Burtless [2000] et d'Aliev et Vitas [1999 et 2001], la rentabilité annuelle de ces fonds est diminuée de frais de gestion. Ces frais sont de trois sortes : les frais de conservation des titres, les frais de courtage en bourse et les honoraires de gestion. Les auteurs ont adopté un taux fixe annuel égal à 0,80 % des encours. Chaque cotisation annuelle est investie sur les marchés financiers en fin d'année et sa rentabilité finale correspond au produit cumulé des rentabilités annuelles (dividendes et avoir fiscal réinvestis) effectives depuis son placement jusqu'à la fin de sa vie

²⁴ Un fonds obligataire et un fonds actions françaises sont utilisés. Le fonds tout "*obligataire*", reflète le portefeuille indiciel des obligations françaises calculé par l'INSEE de 1950 à 1992, et par le CNO à partir de 1993. Le fonds tout "*actions françaises*" est représenté par le portefeuille indiciel "*actions*" de l'INSEE de 1950 à 1992 et par le SBF-250 depuis.

active²⁵. Le capital accumulé au bout de 40 ans²⁶ est consacré à l'achat d'une rente viagère. Les taux de conversion utilisés sont ceux de l'Association Française d'Épargne et de Retraite (AFER). Ce taux est calculé selon les hypothèses suivantes :

- conversion sur deux têtes, le salarié et son conjoint ;
- retraite à 65 ans pour le salarié (et âge moyen du conjoint de 62 ans) après 40 ans d'une vie active supposée avoir débuté à 25 ans ;
- taux de réversion de 54%.

Tableau 1.4 : Taux de remplacement (en %) de la retraite par capitalisation et par répartition (Arbulu et al. [2001, 2002])*

	Catégories socio-professionnelles			
	Cadres supérieures	Cadres moyens	Employés	Ouvriers
Régime Obligatoire	53	61	68	70
Obligations	62	66	66	70
	(1)	(3)	(5)	(5)
Actions	76	82	82	86
			(2)	(1)
Balancé	76	80	80	85
(50-50)			(2)	
Mixte	77	83	82	87
(30-70)				

* moyenne des taux des neuf cohortes

Notes : entre parenthèses, le nombre de cas où le taux de remplacement est inférieur à celui du Régime obligatoire.

Source : Arbulu et al. [2001, 2002]

Les auteurs distinguent 4 catégories de salariés (les cadres supérieurs et moyens, les employés et les ouvriers). Mais la période retenue est très courte : 49 années (1950-1997), soit 9 cohortes par catégorie (36 au total) alors que Burtless [2002] et Alier et Vittas [1999 et 2001] travaillent sur plus de 85 cohortes. Le tableau 1.4 indique les taux de remplacement historiques moyens calculés par Arbulu et al. [2001 et 2002].

Un portefeuille investi à 100% en actions procure un taux de remplacement moyen de 76% (du dernier salaire brut) pour les cadres, et de 86% pour les ouvriers. Pour l'assurance vieillesse, les taux respectifs sont de 53% et 70%. Par contre, la rente obligatoire est inférieure à la retraite du Régime Général dans 39% des cas, soit 14 cohortes sur 36. Ces pertes

²⁵ Par exemple pour la cohorte 1950-1989, la cotisation vieillesse de 1950 est investie le 31 décembre et sa rentabilité est le résultat du placement de 1951 à 1989.

²⁶ En moyenne, 10 années de salaire pour un portefeuille obligatoire et 12 années de salaire pour un portefeuille d'actions.

représentent entre 7 et 25% du montant de la Retraite Générale. Le risque de liquidation est faible : un portefeuille mixte (70% actions - 30% obligations) procure toujours un meilleur taux de remplacement que l'assurance vieillesse, alors que le portefeuille le plus risqué (100% actions) ne procure un rendement inférieur à la répartition que dans 3 cas sur 36.

Cannon et Tonks [2002 et 2004a et b] construisent une série historique des prix des rentes viagères sur la période 1972-2002 concernant le Royaume-Uni. Tout comme l'étude d'Arbulu et al. [2001 et 2002], la période historique retenue est assez courte et, qui plus est, assez particulière puisque cette période est très favorable aux placements financiers en actions.

De 26 à 65 ans, l'individu représentatif d'une cohorte investit 10% de son salaire dans un plan épargne-retraite. Les frais administratifs diminuent le taux de cotisation de 0,5 point (soit un taux de 9,5%) et les rendements des actions et des obligations respectivement de 2% et 1% chaque année. Quatre stratégies de portefeuille sont possibles : un portefeuille 100% actions, un portefeuille mixte 50% actions – 50% obligations, un portefeuille mixte 50% actions 50% obligations jusqu'aux trois dernières années de cotisations à partir desquelles le portefeuille est investi entièrement en obligations, et un portefeuille contenant exclusivement des actions pendant les 28 premières années de cotisation avant de voir cette dotation décroître avec l'âge au profit des obligations. Pour les cohortes partant à la retraite entre 1975 et 1993, le portefeuille d'actions procure les meilleures performances. Par contre, pour les cohortes 1994-2002, la stratégie consistant à remplacer progressivement les actions par des obligations est celle offrant les taux de remplacement les plus élevés (entre 120 et 140%). Le risque de liquidation est malgré tout non négligeable : si la cohorte cessant son activité en 1998 a un taux de remplacement de plus de 160%, celle partant à la retraite en 1974 a un taux de remplacement inférieur à 40%.

Dans le cas de l'Italie, Ceccarelli [2006] calcule les taux de remplacement historiques offerts par un système de retraite par capitalisation. Le taux de cotisation est de 9% du salaire brut. A la différence des études précédemment citées, l'indice de performance des actions retenu est un indice mondial représentant les performances des marchés américain, britannique, japonais, français, allemand et italien. Le portefeuille peut aussi être investi sur les marchés obligataire et monétaire italiens. Afin de tenir compte des frais administratifs, ces rendements financiers sont diminués chaque année de 0,5 point. Cinq stratégies d'allocation d'actifs sont simulées : un portefeuille contenant exclusivement des actions internationales, un portefeuille obligataire, un portefeuille monétaire, un portefeuille mixte comprenant 50% d'actions

internationales, 25% d'obligations et 25% d'actif monétaire et un portefeuille où les actions sont progressivement remplacées par des obligations. Comparée aux modes de distribution appliqués dans les études précédemment citées, la formule de sortie est une nouvelle fois différente, le portefeuille étant converti en une rente viagère réelle. Les résultats expriment de nouveau la volatilité des taux de remplacement obtenus (tableau 1.5) : si les individus partant à la retraite en août 2000 obtiennent un taux de remplacement de 66%, ceux cessant leur activité en août 1992 ont un taux de remplacement de 18% et une cohorte sur deux a un taux de remplacement inférieur à 30%.

**Tableau 1.5 : Taux de remplacement historiques en Italie
(décembre 1984-décembre 2005)**

	Actions (indice mondial)	Obligations	Monétaire	Mixte	Stratégie Dynamique
Moyenne	33,2%	16,6%	15,6%	23,9%	20,5%
Min	18,5%	11,9%	10,0%	16,2%	13,2%
Premier Quartile	26,5%	13,9%	13,2%	19,2%	16,5%
Médiane	30,1%	17,4%	16,9%	23,8%	21,1%
Troisième Quartile	35,5%	19,1%	18,1%	26,8%	24,8%
Max	65,9%	19,3%	18,6%	36,7%	26,1%

Source : Ceccarelli [2006]

Les conclusions de ces différentes études, et tout particulièrement celles basées sur une période historique suffisamment longue, sont assez convergentes : le risque de liquidation d'un système de retraite reposant exclusivement sur la capitalisation n'est pas négligeable. Les études européennes reposent sur des périodes historiques assez courtes et favorables aux placements en actions. Le choix de cette période d'après-guerre peut certainement conduire à surestimer les rendements de la capitalisation.

Enfin, nous pouvons souligner l'absence de consensus sur 2 points importants concernant la simulation des taux de remplacement historiques : la modélisation des frais administratifs et le mode de sortie du capital accumulé durant la vie active.

1.2.2 Estimation des risques de trajectoire et de liquidation par analyse prospective

L'analyse historique ne permet de prendre en compte réellement que le risque de liquidation du système par capitalisation. Le risque de trajectoire est aussi, si ce n'est plus encore,

important. Le résultat d'un investissement boursier dépend tout autant de l'ordre des rendements annuels que de la moyenne de ces rendements sur la période de placement. L'analyse prospective qui consiste à simuler des "trajectoires" de rendements boursiers permet une bonne évaluation de ce risque. Mais là encore, il n'existe pas d'accord sur la méthode à employer. Deux techniques sont cependant généralement utilisées pour générer des séries de chocs et simuler des trajectoires. La première est la méthodologie de Monte-Carlo où le processus générateur de données est spécifié pour chaque expérience. La seconde est la technique du bootstrap où l'ensemble de données disponible est utilisé pour approximer la distribution des aléas et des quantités aléatoires.

Arbulu et al. [2001 et 2002] complètent l'analyse historique présentée précédemment en réalisant une estimation du risque de trajectoire subi par la cohorte ayant débuté sa vie active en 1958. Les auteurs mesurent la probabilité pour un salarié d'obtenir un montant de retraite par rapport à son dernier salaire inférieur à celui du régime de répartition. Cette probabilité est mesurée par une simulation de Monte-Carlo (encadré 1). Cette procédure permet de "balayer" toutes les trajectoires boursières possibles. La rente obtenue dépend tout autant de l'ordre des rentabilités que de la moyenne de ces dernières.

Les bases de la simulation sont les suivantes :

- les paramètres de la dernière période 1958-1997 (et non ceux de la période totale) sont retenus pour les deux portefeuilles de base. Ces rentabilités moyennes des actions et des obligations sont diminuées des frais de gestion fixés à 0,8%²⁷.
- le pas de variation de cours est quotidien afin d'avoir le maximum de chocs aléatoires. C'est-à-dire que 250 chocs aléatoires conduisent au cours terminal de l'année qui détermine la rentabilité annuelle. Une trajectoire correspond à 40 rentabilités annuelles.
- chaque trajectoire valorise toute une série de portefeuilles : un portefeuille obligataire, trois portefeuilles mixtes (80% obligations – 20% actions, 50% obligations – 50% actions, 40% obligations – 60% actions), un portefeuille composé uniquement d'actions, et un portefeuille dépendant de l'âge du salarié (pendant les vingt premières années, le portefeuille est composé

²⁷ Soit une rentabilité moyenne et un risque (écart type) des actions respectivement de 13,61%, et de 24,27% et une rentabilité moyenne et un risque (écart type) des obligations respectivement de 10,49% et de 7,09%.

Cette période de 1958-1997 a été choisie afin que les résultats des simulations puissent être directement comparés aux résultats "historiques" de cette cohorte. Ce sont les cotisations-vieillesse de cette dernière qui sont placées en Bourse et accumulées.

uniquement d'actions, puis par période de 5 ans, des obligations sont incluses : 20%, 40%, 60% puis 100% pour les cinq dernières années).

- les simulations sont effectuées sur 50 000 trajectoires²⁸.

Encadré 1 : la méthode de Monte Carlo utilisée par Arbulu et al. (2001 et 2002)

La technique de Monte-Carlo retenue par Arbulu et al. consiste à simuler toutes les trajectoires possibles de l'actif analysé. Cette technique est fondée sur le processus de variation du cours des actions ou des obligations suivant :

$$dS/S = \mu dt + \sigma \sqrt{dt} Z \quad (1)$$

μ représente l'espérance de rentabilité de l'actif, σ sa volatilité (c'est-à-dire l'écart-type des rentabilités logarithmiques) et Z une variable aléatoire normale de moyenne nulle et d'écart-type unité. La variation du cours suit une tendance mesurée par μ tout en étant soumise à des fluctuations autour de cette tendance, fluctuations mesurées par σ et provoquées par des chocs aléatoires Z .

La technique de Monte-Carlo génère une série de chocs et simule ainsi une trajectoire de cours. Une fois qu'une trajectoire est obtenue, on recommence autant de fois qu'il est nécessaire pour obtenir le degré d'erreur désiré (qui est égal à $1/\sqrt{n}$ avec n = nombre de trajectoires simulées) : 1 000 fois, 10 000 fois, 100 000 fois...

La formule de Z est :

$$Z = [-2 \ln(a_1)]^{1/2} \sin(2 \pi a_2) \quad (2)$$

avec a_1 et a_2 deux nombres au hasard compris entre zéro et un.

Cette formule permet d'obtenir que Z suive une loi normale d'espérance nulle et de variance unitaire.

Arbulu et al. [2001 et 2002] calculent pour chacun des portefeuilles considérés, la probabilité que l'annuité soit inférieure à la pension du régime par répartition. Le taux de remplacement de la répartition correspond au taux de remplacement moyen offert par le Régime obligatoire sur la période 1958-1997. Les résultats de ces simulations sont présentés dans le tableau 1.6 pour les quatre CSP étudiées : cadres supérieurs, cadres moyens, employés et ouvriers. La probabilité que la capitalisation fasse moins bien que la répartition est de 41% pour un portefeuille constitué exclusivement d'actions, de 55% pour un portefeuille comportant exclusivement des obligations et de 36% pour un portefeuille contenant 50% d'actions et 50% d'obligations.

²⁸Ce qui signifie que ces résultats sont entachés d'un degré d'erreur de 0,45 %.

Tableau 1.6 : Taux de remplacement des simulations de Monte-Carlo pour les portefeuilles à support unique (cohortes 1958-1997)

	Moyenne	Régime obligatoire	Nombre de fois inférieur au Régime obligatoire (en %)
Obligations			
Cadres supérieurs	57,70%	51,88%	36,88%
Cadres moyens	61,30%	60,18%	52,06%
Employés	62,11%	66,16%	66,07%
Ouvriers	68,62%	72,01%	63,54%
Moyenne	62,43%	62,56%	54,64%
Actions			
Cadres supérieurs	104,24%	51,88%	35,58%
Cadres moyens	106,4%	60,18%	39,99%
Employés	105,38%	66,16%	44,42%
Ouvriers	116,43%	72,01%	43,63%
Moyenne	108,11%	62,56%	40,90%

Source : Arbulu et al. [2001, 2002]

La démarche d'Arbulu et al. [2001 et 2002] reprend celle développée par Feldstein et Ranguelova [1998 et 2001].

Feldstein et Ranguelova [1998 et 2001] évaluent le risque de marché aux Etats-Unis. Leur stratégie consiste à simuler par la méthode de Monte-Carlo l'évolution d'un plan épargne retraite individuel (IRA) investi dans un portefeuille comportant 60% d'actions et 40% d'obligations. Les auteurs fixent un taux de rendement logarithmique du portefeuille de 5,9% avec un écart type de 12,5%²⁹. Le rendement moyen de 5,9% est réduit à 5,5% pour tenir compte des frais administratifs. 10 000 simulations sont effectuées.

L'épargne constituée au cours d'une phase d'accumulation de 45 ans est utilisée pour acquérir une annuité variable qui dépend des tables de mortalité et des rendements du marché. L'annuité est aussi investie dans un portefeuille comprenant 60% d'actions et 40% d'obligations.

Les auteurs comparent ensuite cette annuité avec la pension que l'on peut attendre du système d'assurance vieillesse américain compte tenu des prévisions actuelles en terme de démographie et de croissance des salaires.

²⁹ Ces paramètres sont déterminés à partir des rendements effectifs des actions et des obligations américaines sur la période historique 1946-1995.

Pour un taux d'épargne de 6%, la probabilité que l'annuité IRA soit inférieure à la pension attendue du système d'assurance vieillesse américaine est de 17% au moment du départ à la retraite (67 ans), mais l'individu a une chance sur deux d'obtenir une annuité IRA 2 fois plus élevée que la pension offerte par la répartition. Pour un taux d'épargne de 4%, l'individu a 50% de chances de bénéficier d'une pension supérieure de 41% à la pension offerte par le système reposant sur la répartition. Pour 66% des simulations, l'annuité est supérieure à la pension du système par répartition. Mais pour 10% des simulations, l'annuité est inférieure à 52% de la pension du système d'assurance vieillesse. Augmenter le taux de cotisation permet une diminution du risque mais aussi une augmentation des pensions perçues. Un taux d'épargne de 9% permet à l'individu d'avoir une chance sur deux de recevoir une pension supérieure à trois fois celle offerte par le système d'assurance vieillesse américaine.

La probabilité que l'annuité du système reposant sur la capitalisation soit inférieure à la pension attendue du système d'assurance vieillesse américaine augmente avec l'âge de l'individu (17% à 67 ans, entre 20 et 30% à 77 ans, entre 30 et 40% à 87 ans). Cette hausse du risque est due à l'indexation des pensions du système public sur les salaires courants.

Feldstein et Ranguelova [1998 et 2001]³⁰ développent ce modèle en introduisant un système de garantie publique. Si l'annuité du compte épargne-retraite obtenue en investissant 6% du salaire dans un portefeuille contenant 60% d'actions et 40% d'obligations est inférieure à l'annuité offerte par le système de retraite américain, le gouvernement intervient pour garantir ce montant minimal aux générations malchanceuses. La différence entre la pension publique de référence et l'annuité IRA est financée par une taxe prélevée sur le salaire des actifs. Cette cotisation supplémentaire est immédiatement reversée aux retraités. Rappelons qu'avec un taux de cotisation de 6%, il y a une chance sur cinq de bénéficier d'une annuité IRA inférieure à l'annuité du système d'assurance vieillesse américaine et une chance sur dix de recevoir une pension inférieure à 80% de la pension du système public. Les auteurs calculent les annuités IRA des 34 cohortes retraitées en 2077 âgées de 67 à 100 ans. L'analyse de Feldstein et Ranguelova [1998 et 2001] révèle qu'un transfert des actifs vers les retraités n'est nécessaire que pour seulement 40% des simulations. Il y a seulement 5% de chances que le montant des cotisations reversées aux retraités soit supérieur à 12% du salaire des actifs et seulement une chance sur cent que ce transfert soit supérieur à 14,8% du salaire. Mais, même avec une cotisation de 12% du salaire reversée aux retraités et une cotisation au plan épargne-retraite de

³⁰ Voir aussi Smetters [2001] pour une étude similaire.

6%, la cotisation retraite globale est encore inférieure à celle requise pour le système de répartition (18,4%).

Burless [2003a,b] a une méthode légèrement différente de celles employées par Arbulu et al. [2001 et 2002] ou Feldstein et Rangelova [1998 et 2001]. Il estime les taux de remplacement et le risque de liquidation pour 5 pays (Etats-Unis, Japon, Allemagne, Royaume-Uni et France). L'évolution des portefeuilles est simulée en utilisant la méthode du bootstrap : les rendements sont tirés de manière aléatoire dans une série de rendements historiques correspondant à la période 1927-2002. L'auteur suppose que le portefeuille accumulé au bout de 40 ans est investi dans l'achat d'une rente viagère dont le taux est celui du compartiment long du marché obligataire au moment de la liquidation. Il n'y a pas de coûts administratifs. L'objet de la simulation est de calculer, pour les cinq pays, le taux d'épargne qui permet d'assurer au salaire médian un taux de remplacement à la sortie d'au moins 70%. Comme nous l'indique le tableau 1.7, les taux d'épargne requis vont de 6,5% pour les Etats-Unis à 9,2% pour la France, avec un portefeuille composé entièrement d'actions (9% à 14,1% respectivement pour un portefeuille mixte (60% actions 40% obligations)). Tous les autres pays sont dans cet intervalle. Le risque de liquidation est estimé en calculant la distribution des taux de remplacement pour ce taux d'épargne. Ainsi, pour un portefeuille composé entièrement d'actions, le taux de remplacement moyen est de 85% en France. Mais l'épargnant a 10% de chance d'avoir un taux de remplacement inférieur ou égal à 37% (et une probabilité de 10% d'avoir plus de 137%). Pour les Etats-Unis, le taux de remplacement moyen est de 77% avec un premier décile à 51% et un neuvième décile à 117%.

Tableau 1.7 : Taux de contribution, taux de rendement des cotisations et taux de remplacement à 62 ans pour la France, l'Allemagne, le Japon, le Royaume-Uni et les Etats-Unis

	France	Allemagne	Japon	Royaume-Uni	Etats-Unis
Taux de contribution	9,2	8,0	8,8	6,7	6,5
Taux de rendement interne					
Moyenne	5,2	6,0	4,5	6,5	7,5
Ecart type	3,2	2,5	8,0	1,7	1,7
Taux de remplacement à 62 ans					
Moyenne	85	84	111	73	80
D9	147	162	233	105	117
Médiane	70	70	70	70	70
D1	37	44	26	43	51

Source : Burtless [2000]

Blake et al. [2001] présentent une approche particulière concernant le Royaume-Uni. Ils évaluent le risque des systèmes de retraite par capitalisation à cotisations définies en comparant les taux de remplacement obtenus par ce système avec ceux offerts par un système par capitalisation à prestations définies.

Mais le principal intérêt de cette étude est de comparer différentes méthodologies de construction de trajectoires de rendements boursiers.

La cible retenue est le taux de remplacement assuré par un système par capitalisation à prestations définies. Ce système offre une pension égale aux deux tiers du dernier salaire perçu. Sur la période 1947-1998, un individu représentatif de chaque cohorte cotise de 25 ans à 65 ans³¹.

La valeur aléatoire PR est évaluée de la manière suivante :

$$PR = \frac{X_{RCD}}{X_{RPD}}$$

où X_{RCD} et X_{RPD} représentent respectivement les rentes obtenues dans un système à cotisations définies et à prestations définies.

Ce ratio est ensuite comparé à 1. S'il est inférieur à 1, le plan à cotisations définies est moins intéressant que le plan à prestations définies équivalent.

Afin de garantir un niveau de prestations, les auteurs calculent la Value-At-Risk (VaR) d'ordre α , c'est-à-dire la valeur du ratio obtenu au minimum dans $(100 - \alpha)\%$ des cas. Le

³¹ Un risque de chômage est modélisé pour chaque année par une variable de Bernouilli.

plan à cotisations définies est plus intéressant que le plan à prestations définies si la VaR est plus grande que 1 avec un niveau de risque α acceptable par l'individu.

$$P(PR < VaR_\alpha) = \alpha$$

Concernant l'évolution du portefeuille, sept méthodologies différentes sont comparées : un modèle normal multivarié, un modèle normal multivarié mélangé, un modèle t-multivarié, un modèle t-multivarié non centré, un modèle bootstrap, un modèle de Markov et un modèle de Wilkie (Tableau 1.8).

Différentes stratégies de portefeuilles sont aussi possibles :

- une stratégie de risque minimal qui consiste à construire un portefeuille composé de 50% d'obligations et de 50% de bons du trésor ;
- une stratégie correspondant à l'allocation moyenne des fonds de pension anglais en 1998 à savoir 5% de bons du trésor, 51% d'actions anglaises, 15% d'obligations anglaises, 5% d'immobilier anglais, 20% d'actions internationales et 4% d'obligations internationales ;
- un portefeuille où la part en actions décroît avec l'âge ; il est composé à 100% d'actions pendant les trente premières années puis la part en actions diminue progressivement pour être de 50% en fin de phase d'accumulation
- une méthode de seuil : 100% investi dans le PFA si $PR_{actuel} < T_L$ avec T_L , 100% investi dans le portefeuille peu risqué (50-50), si $PR_{actuel} < T_U$, augmentation linéaire vers le 50-50 entre ces deux seuils³².

Blake et al. [2001] démontrent qu'un plan à cotisations définies est assez risqué comparé au plan à prestations définies équivalent. Par exemple, sous le modèle multivarié, le plan à cotisations définies est moins intéressant que le plan à prestations définies dans plus d'un cas sur quatre. La Value-at-Risk apparaît davantage sensible à la stratégie d'allocation d'actifs choisie plutôt qu'à la méthodologie retenue pour l'évolution du portefeuille. En simulant le portefeuille par le modèle multi varié normal, la VaR à 95% est de 95% pour la stratégie où le portefeuille contient 5% de bons du trésor, 51% d'actions, 15% d'obligations, 5% d'immobilier, 20% d'actions internationales et 4% d'obligations internationales alors qu'elle n'est que de 61% pour le portefeuille mixte comportant 50% d'actions et 50% d'obligations.

³² Blake et al. [2001] fixent $T_L = 0,4$ et $T_U = 0,8$.

Tableau 1.8 : Value at-Risk et simulations des trajectoires de rendements d'actifs

Méthodologie	VaR
Simulation des trajectoires de rendements d'actifs	Valeurs critiques
Modèle normal multivarié	73%
Modèle normal multivarié mélangé	74%
Modèle t-multivarié	73%
Modèle t-multivarié non centré	81%
Modèle bootstrap	74%
Modèle de Markov	74%
Modèle de Wilkie	60%

Source : Blake et al. [2001]

Cette rapide revue de la littérature, synthétisée dans le tableau 1.9, souligne ainsi qu'il n'y a pas d'accord sur la méthodologie à retenir afin d'estimer le risque de ne pas atteindre certains taux de remplacement seuils. Comme pour l'analyse historique, les hypothèses formulées concernant les rendements financiers, l'allocation du portefeuille ou le mode de sortie du capital influencent considérablement les résultats.

Tableau 1.9 : Synthèse des principales études prospectives

Etudes	Pays	Séries de rendements historiques	Méthodologie	Mesure du risque
Arbulu, Gallais-Hamonno, Cotreuil de Belmont, Monsigny [2001 et 2002]	France	Actions et obligations françaises 1958-1997	Monte-Carlo	Probabilité d'avoir un montant de retraite par rapport au dernier salaire perçu inférieur à celui du régime par répartition
Feldstein et Ranguelova [1998 et 2001]	Etats-Unis	Actions et obligations américaines 1946-1995	Monte-Carlo	Probabilité d'avoir une annuité inférieure à la pension attendue du système d'assurance vieillesse américain
Burtless [2003a,b]	Etats-Unis Japon Allemagne Royaume-Uni France	Actions et obligations de chaque pays 1927-2002	Bootstrap	Calcul du taux d'épargne permettant d'assurer au salaire médian un taux de remplacement à la sortie d'au moins 70%
Blake, Cairns et Dowd [2001]	Royaume-Uni	Actifs domestiques : actions, obligations, immobilier et bons du trésor 1947-1998. Actions et obligations américaines 1947-1998	Normal multivarié Normal multivarié mélangé t-multivarié t-multivarié non centré Bootstrap Markov Wilkie	Comparaison plan à cotisations définies – plan à prestations définies. Calcul de la Value-At-Risk (VaR)

Source : Arbulu, Gallais-Hamonno, Cotreuil de Belmont, Monsigny [2001 et 2002], Feldstein et Ranguelova [1998 et 2001], Burtless [2003a,b] et Blake, Cairns et Dowd [2001]

1.2.3 Stratégies dynamiques et risques de trajectoire et de liquidation

Les stratégies dynamiques d'allocation du portefeuille sont souvent présentées comme un moyen de limiter les risques financiers de la phase d'accumulation. Il est souvent conseillé aux jeunes ménages d'investir dans des actifs risqués comme les actions et aux ménages plus âgés de préférer des actifs moins risqués comme les obligations ou l'actif monétaire. Pour le dire autrement, l'investissement doit dépendre de l'horizon de placement : les jeunes ménages doivent s'orienter vers des placements longs et risqués, et les vieux ménages doivent privilégier les placements courts. L'allocation en fonction de l'âge la plus couramment conseillée consiste donc à allouer dans un premier temps une forte proportion de son investissement en actions, puis à réduire progressivement cette part au profit de celle d'actifs moins risqués comme les titres obligataires. Mankiel [1996], par exemple, conseille de détenir une part d'actions égale à "100 – l'âge du cotisant". Selon cette recommandation, le portefeuille d'un individu de 40 ans devrait par exemple détenir 60% d'actions.

Pourtant cette règle ne fait pas le consensus dans la littérature théorique et empirique sur les choix de portefeuille des agents et leur degré d'aversion au risque³³.

La théorie des choix de portefeuille est née avec les travaux de Markowitz [1952]. Dans un cadre statique (l'investisseur fait un choix à la date 0 puis ne réalise aucune transaction jusqu'en t), l'investisseur arbitre l'espérance de rentabilité et la variance de cette rentabilité qui exprime le risque du placement : à espérance de rentabilité donnée, l'investisseur minimise la variance.

A la suite de ces travaux, Merton [1969 et 1971] est le premier économiste à développer une analyse dynamique du choix de portefeuille. L'investisseur peut maintenant réviser son portefeuille en effectuant des transactions entre 0 et t . Dans ce cadre d'analyse, l'objectif est de maximiser l'espérance de l'utilité de la valeur terminale du portefeuille. Merton [1969 et 1971] montre que l'allocation d'un portefeuille ne dépend ni de la richesse, ni de l'âge de l'investisseur. Il suppose qu'un agent cherche à maximiser l'utilité espérée de sa consommation jusqu'à un horizon de temps fixé. Les préférences sont représentées par une fonction d'utilité de type CRRA (aversion relative à l'égard du risque constante). Le choix de portefeuille ne dépend que des rendements et de la volatilité des actifs financiers. La stratégie optimale d'allocation d'un portefeuille consiste ainsi à investir une proportion constante du

³³ La revue des principaux modèles d'allocations stratégies dynamiques est disponible dans El Mekkaoui, Lavigne et Mahieu [2001], Mc Carthy [2004], Legros et Lavigne [2005] et Lavigne [2006].

capital en actifs risqués, et ce, quel que soit le montant de richesse³⁴. Hanoch [1977] démontre cependant que la fonction d'utilité CRRA est le seul type de fonction faisant apparaître une indépendance entre l'âge et la composition du portefeuille d'actifs financiers.

Selon Jagannathan et Kocherlakota [1997], l'horizon de placement n'est pas déterminant pour les individus. Les auteurs simulent différentes allocations de portefeuilles en choisissant différents paramètres d'aversion au risque dans une fonction d'utilité CRRA. Pour une faible aversion au risque (paramètre égal à 2), la part d'actif risqué est de 98,14% à l'horizon d'un an, de 98,64% à l'horizon de 10 ans, et de 99,1% à l'horizon de 40 ans. Pour une forte aversion au risque (paramètre égal à 7), cette part d'actif risqué est de 27,9% à l'horizon d'un an, de 26,89% à l'horizon de 10 ans, et de 26,1% à l'horizon de 40 ans.

Pye [1973] remet en cause les conclusions de Merton en mettant en évidence que la part d'actifs risqués dépend des rendements et du risque des actifs financiers mais aussi de l'âge et du degré d'aversion au risque. Un individu risquophile voit son goût pour le risque diminuer au cours du temps et la part en actifs risqués de son portefeuille baisser en conséquence. Par contre, un individu risquophobe a une aversion pour le risque qui diminue en vieillissant ; de ce fait, la proportion en actifs risqués augmente avec l'âge.

Par la suite, plusieurs auteurs ont tenté de prendre en compte l'ensemble des risques auquel sont confrontés les individus, en particulier ceux rencontrés durant la vie active.

Dans ce cadre d'analyse, l'une des principales explications théoriques récentes pour justifier une détention en actions décroissante avec l'âge est celle de Bodie, Merton et Samuelson [1992]³⁵. Ces auteurs font intervenir le capital humain dans le modèle de Merton et expliquent que la flexibilité de l'offre de travail a un effet positif sur la demande d'actions. Les jeunes ménages ont davantage la possibilité de faire varier leur offre de travail au cours de leur période d'activité. Autrement dit, une forte allocation en actions vient contrebalancer l'importante dotation en capital humain moins risquée. Un mauvais investissement peut être compensé par une augmentation du travail fourni et des revenus qui en découlent. Les

³⁴La stratégie d'investissement la plus connue tirée des conclusions de Merton [1971] est celle Black et Perold [1992] appelée la CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance, soit Assurance de portefeuille en proportion constante).

³⁵ Voir aussi Heaton et Lucas [1997] pour un modèle semblable.

individus ayant une offre de travail parfaitement flexible sont incités à prendre plus de risques dans leur choix financiers.

Dans une étude plus récente, Gollier et Zeckhauser [1997]³⁶ introduisent l'existence d'un risque de fond subi par les agents (« background risk »), les revenus du travail étant comme les placements financiers, sources d'incertitude, et définissent une clause DER (« Duration Enhances Risk »). Deux effets contradictoires influencent la décision de choix de portefeuille des agents. Les jeunes individus, ayant un horizon de placement plus long, bénéficient d'une plus grande flexibilité dans leur stratégie d'allocation de portefeuille, ce qui les incite à investir davantage dans les actifs risqués. Par contre, ils doivent faire face à d'autres risques (appelés "background risk") liés au marché du travail comme par exemple le risque de chômage ou le risque d'une baisse de leurs rémunérations. Ces risques peuvent inciter les agents à réduire la part de leur portefeuille en actifs risqués. Gollier et Zeckhauser [1997] démontrent que si la tolérance au risque des investisseurs est une fonction convexe, et non linéaire comme dans le modèle de Merton [1971], et décroissante de la richesse détenue, les jeunes investissent davantage que les plus âgés dans les actifs risqués. La clause DER est ainsi respectée si l'effet "flexibilité" l'emporte sur l'effet "background".

En tenant compte aussi de l'incertitude sur les revenus du travail, Cocco et al. [2001 et 2005] développent un modèle dynamique de choix de portefeuille où l'individu peut investir en actions ou dans un actif sans risque. Pour les auteurs, les revenus du travail ne sont pas corrélés avec le rendement des actions et constituent un substitut à l'actif financier sans risque. Le profil de carrière salarial étant décroissant, la part du portefeuille investie en actions est décroissante avec l'âge. Avec l'âge, les revenus du travail deviennent moins importants et en conséquence l'investisseur réagit en remplaçant des actions par l'actif sans risque.

En respectant les recommandations de Cocco et al. [2001 et 2005], la part optimale en actions du portefeuille peut être approximée de la manière suivante :

lorsque $t < 40$, $\alpha_t = 100\%$;

pour $t \in [40, 60]$, $\alpha_t = (200 - 2,5t)\%$;

pour $t > 60$, $\alpha_t = 50\%$.

³⁶ Voir aussi Gollier et Pratt [1996] pour une étude similaire tenant compte de l'existence d'un risque de fond inassurable.

Mais ce résultat de Cocco et al. [2001 et 2005] est contesté par Lynch et Tan [2004]. Selon ces auteurs, les jeunes ménages peuvent détenir une part d'actions plus faible que les ménages plus âgés étant donné que, lorsqu'il y a une baisse des rendements des actions, il y a à la fois une diminution de la croissance des revenus du travail mais aussi une plus grande volatilité.

Une revue de la littérature empirique sur les choix individuels de portefeuille ne permet pas non plus de trancher en faveur d'une détention en actions décroissante avec l'âge.

Si Mitchell et Moore [1997] mettent en évidence une allocation décroissante en actions avec l'âge, Tiomo et Laurent [1998] et Ameriks et Zeldes [2002] démontrent empiriquement le contraire.

Mitchell et Moore [1997] étudient la structure de portefeuille des plans 401(k) aux Etats-Unis et mettent en évidence que les jeunes ménages détiennent davantage d'actions que les ménages plus âgés. Les 31-40 ans ont en moyenne 41% d'obligations contre 85% pour les plus de 60 ans. Ces résultats sont notamment conformes aux recommandations de Mankiel [1996].

Tiomo et Laurent [1998] étudient la part des actifs risqués dans le patrimoine financier des ménages en fonction de l'âge du chef de ménage, à partir de deux enquêtes réalisées en 1995 sur la détention d'actifs financiers. Leurs résultats indiquent que les ménages âgés détiennent plus d'actifs risqués que les jeunes ménages, que l'on s'intéresse aux propriétaires ou aux non propriétaires et ce pour toutes les classes de richesse.

En utilisant l'enquête du TIAA-CREF, Ameriks et Zeldes [2002] séparent les effets d'âge et de génération et confirment une détention croissante d'actifs risqués avec l'âge. Cette détention croissante est due aux bonnes performances des actions américaines. Les auteurs soulignent que les sommes initialement investies ne font pas l'objet d'une réallocation de la part de l'agent.

A partir de l'enquête Patrimoine 1998 de l'INSEE, El Mekkaoui-de Freitas et al. [2001] affirment que la part d'actifs risqués détenus dans le patrimoine financier est influencée par l'âge. Leurs résultats rejoignent en partie ceux de Tiomo et Laurent [1998]. Mais la particularité de cette étude est de souligner que ces effets d'âge se manifestent surtout aux âges extrêmes du cycle de vie. Si les 17-25 ans détiennent une part significativement plus faible d'actifs risqués que les 36-49 ans, les 60 ans en possèdent une qui est significativement plus importante. L'une des principales explications avancées par El Mekkaoui-de Freitas et al. [2001] est que les vieux ménages, n'étant plus exposés aux risques liés au marché du travail

comme les baisses de salaire ou les aléas de carrière, peuvent prendre davantage de risques dans leurs placements financiers.

Dans une étude expérimentale sur les choix individuels de portefeuille, Arrondel, Masson et Verger [2005] travaillent dans le cadre d'un modèle élargi de la théorie du cycle de vie qui fait dépendre les comportements de l'épargnant de l'interaction entre deux paramètres de préférence, l'un caractérisant les attitudes à l'égard du risque, l'autre, les comportements à l'égard du temps. A partir de l'enquête « Insee Patrimoine 1997 », les auteurs obtiennent des mesures synthétiques de ces deux paramètres. Leur étude confirme l'existence de régimes d'accumulation patrimoniale pour quatre types d'agents : « les bons pères de familles », « les entrepreneurs », « les têtes brûlées » et « les cigales prudentes ». Arrondel, Masson et Verger calculent les probabilités d'appartenir aux différents types d'épargnant selon l'âge. Un homme de 65 ans a 58,2% de chance d'être dans la catégorie des bons pères de famille contre 11,3% d'être « une tête brûlée ». Par contre, un homme de 30 ans a 42,30% de chance d'être « tête brûlée » contre 16,5% d'être bon père de famille. L'étude suggère une dynamique d'évolution : de « tête brûlée », on peut devenir « bon père de famille » lorsqu'on vieillit.

Le projet de réforme Bush qui fait l'objet d'un débat intense aux Etats-Unis est basé sur cette idée que le portefeuille d'actifs financiers doit être géré selon l'horizon de placement de l'individu. Au cours de la phase d'accumulation, les actions du portefeuille sont progressivement remplacées par des actifs financiers moins risqués.

Par une analyse historique, Shiller [2005] estime les rendements qu'aurait pu procurer pour 91 cohortes ce système de retraite correspondant au projet de réforme Bush.

En utilisant les rendements des actions, des obligations et du marché monétaire sur la longue période 1871-2005, Shiller [2005] calcule le taux de rendement interne de trois stratégies de portefeuilles : un portefeuille de "référence" où la part en actions est de 85% jusqu'à 29 ans pour diminuer chaque année et atteindre 15% lorsque l'individu a 60 ans, un portefeuille "prudent" avec une part en actions de 70% au début de la période de placement et de 10% à la fin de la phase d'accumulation et enfin un portefeuille "agressif" où les actions représentent 90% du portefeuille les premières années de placement pour atteindre 40% lorsque l'individu a 40 ans. Les cotisations représentent 4% du salaire annuel et le rendement annuel du portefeuille est diminué de 0,30%, correspondant aux frais administratifs prélevés.

Ce taux de rendement interne est ensuite comparé au rendement des bons du trésor fixé à 3% pour toutes les cohortes étudiées. Rappelons en effet que dans le cadre de ce projet de réforme Bush, la retraite versée est diminuée d'une annuité fictive calculée à partir du rendement des bons du trésor, afin de financer la transition vers le nouveau régime. Les résultats laissent Shiller très perplexe sur ce projet de réforme. Le taux de rendement interne moyen des cotisations investies dans le portefeuille de référence n'est que de 3,4% soit un taux à peine supérieur au rendement des bons du trésor (3%). Le bénéfice moyen est donc très faible. Mais surtout 32% des cohortes ont un taux de rendement interne inférieur à 3%. La stratégie prudente présente des performances encore plus décevantes, plus d'une cohorte sur deux ayant un rendement interne inférieur à 3%. Ces calculs sont reproduits par la suite en modifiant la série de rendements financiers. Selon Shiller, il est en effet très peu probable que les rendements futurs des actifs financiers américains soient aussi élevés que ceux du siècle passé. Il diminue ainsi le rendement des actions de 2,2 points, un taux correspondant à l'écart entre le rendement des actions américaines sur le dernier siècle et le rendement moyen constaté au niveau mondial. A partir de ces rendements, les résultats de la capitalisation sont encore plus décevants : 71% des cohortes qui appliquent la stratégie de référence pour la constitution de leur portefeuille ont un rendement interne inférieur à 3% et près d'une cohorte sur trois a un rendement inférieur à 2%.

Cette étude de Shiller est vivement critiquée par Rettenmaier, Fellow et Wang [2005]. Pour ces auteurs, les conclusions de Shiller [2005] sont biaisées du fait de la valeur retenue pour le rendement des bons du trésor. Rettenmaier et al. [2005] effectuent à leur tour une analyse historique mais comparent les taux de rendement interne non pas à un taux fixé à 3% mais aux rendements effectifs des bons du trésor sur la période historique. Comme pour l'étude de Shiller, le choix de la période historique permet d'étudier 91 cohortes. Cinq stratégies de portefeuilles sont simulées : la stratégie de référence définie par Shiller (une part initiale en actions de 85% et une part finale de 15%), une stratégie dynamique, dite agressive, où la part en actions est de 89% jusqu'à 29 ans pour ensuite décroître et atteindre 47% à l'âge de 60 ans, un portefeuille obligataire, un portefeuille mixte (50% actions – 50% obligations) et un portefeuille d'actions. Les conclusions de cette étude sont très différentes de celles de Shiller. Seule la stratégie mixte peut procurer pour environ 55% des cas des taux de rendement interne inférieurs aux rendements historiques des bons du trésor. Pour toutes les autres stratégies, la capitalisation permet une augmentation des pensions versées, la stratégie

agressive étant la stratégie présentant les meilleures performances avec un taux de rendement interne moyen de 4,82%.

Rettenmaier, Fellow et Wang [2005] comparent les résultats de l'analyse historique avec ceux d'une analyse prospective en utilisant la méthodologie du bootstrap. Les auteurs procèdent à 2 sortes de tirages : un tirage de rendements annuels et un tirage de blocs de rendements sur 5 années. Les auteurs affirment que les stratégies dynamiques permettent de limiter en partie les risques de liquidation et de trajectoire. La stratégie agressive et la stratégie de référence de Shiller ont un risque de pertes moins important qu'un portefeuille d'actions (respectivement 7,3% et 6,7% contre 10,3% pour la stratégie de tirage de rendements annuels, 5,9% et 5,7% contre 8,1% pour la stratégie de tirage de blocs de 5 années).

Poterba et al. [2006] en appliquant une méthodologie totalement différente relativisent l'apport des stratégies dynamiques en terme de réduction de risque.

Dans leur modèle, l'agent maximise une fonction d'utilité $U(W)$ du type CRRA telle que :

$$U(W) = \frac{W^{1-\alpha}}{1-\alpha}$$

$$U(W_{401(k)}, W_{non-401(k)}) = \frac{(W_{401(k)} + W_{non-401(k)})^{1-\alpha}}{1-\alpha}$$

avec W exprimant la valeur du portefeuille à la fin de la phase d'accumulation du capital et α désignant l'aversion au risque. $W_{401(k)}$ représente le montant de la pension qui dépend de l'épargne retraite, $W_{non-401(k)}$ désigne le reste de la pension.

Avec cette méthodologie, les auteurs comparent différentes stratégies dynamiques avec des stratégies statiques dans le cadre des plans 401(k).

Selon Poterba et al. [2006], l'utilité espérée des stratégies dynamiques dépend de trois paramètres : le rendement des actions, l'aversion relative au risque et le montant de la retraite hors 401(k) perçu par l'agent. Pour de faibles aversions au risque, l'utilité espérée d'un portefeuille d'actions est plus importante que celles des stratégies dynamiques. Une assez forte aversion au risque et/ou une baisse du rendement des actions augmentent l'utilité espérée des stratégies dynamiques. Un autre résultat intéressant est que la distribution des pensions tirée de stratégies dynamiques est similaire à celle de stratégies statiques où la part en actions est égale à la dotation moyenne en actions des stratégies dynamiques équivalentes.

Ces quelques études appréciant le risque de trajectoire et de liquidation de la capitalisation dans le cadre d'une stratégie d'allocation dynamique donnent des résultats contradictoires. Ces études divergent à la fois sur la méthode employée pour simuler les trajectoires de rendements financiers mais aussi sur la mesure du risque retenue.

1.2.4 Risques et systèmes multi-piliers

Merton et al. [1987] suggèrent de réduire les risques de l'épargne-retraite en combinant capitalisation et répartition. On peut qualifier ce système de mixte ou multi-piliers. La variance des pensions publiques est, pour des raisons économiques et institutionnelles, très inférieure à celle du marché financier. Un régime à plusieurs piliers présente un meilleur équilibre risque / rendement qu'un régime à pilier unique.

Dans ce cadre, quelques études présentées dans les sous-sections précédentes notamment celles menées par Feldstein [1998 et 2001], ont été prolongées en intégrant un pilier reposant sur la répartition.

Feldstein, Ranguelova et Samwick [2001] analysent un système combinant la répartition et la capitalisation. Le taux de cotisation au régime de retraite par répartition est de 12,4%. Les actifs épargnent en complément 2,3% de leur revenu dans un fonds de pension. Les actifs détenus sont des actions et des bons du trésor avec un rendement moyen pour ce portefeuille de 5,5% et un écart type de 12,5%. La pension versée par le Régime Général et l'annuité du régime par capitalisation permettent d'obtenir un taux de remplacement supérieur à 1,27 fois le taux de remplacement de la situation de référence (sans modification du régime de retraite). Il existe une chance sur dix que le montant total reçu soit inférieur à 80% du taux de remplacement de référence.

Dans le même cadre d'analyse, Feldstein et Ranguelova [2001b] utilisent un « collar de pension » dans un système mixte où les cotisations au système par répartition représentent 12,4% du salaire et financent deux tiers de la pension totale. Ce collar³⁷ permet de garantir un montant de retraite plancher et de bénéficier d'une hausse de la pension jusqu'à un certain plafond. Avec cette stratégie, le système mixte où le taux d'épargne privée est de 2,5% garantit le taux de remplacement actuel offert par le Régime Général et laisse la possibilité d'obtenir un taux de remplacement supérieur de 16% au taux de remplacement assuré par le

³⁷ Un collar est une stratégie de couverture visant à limiter la fluctuation d'un taux variable entre 2 bornes. Cette stratégie permet à un investisseur de se garantir un taux minimum (Floor) tout en pouvant bénéficier d'une hausse des taux, limitée à un certain seuil (niveau du Cap).

Régime Général. Une augmentation du taux d'épargne privée d'un point peut permettre de bénéficier d'une retraite supérieure de 45% à celle du Régime Général.

Une partie de la littérature économique sur les retraites compare les risques propres à la capitalisation au risque politique de la répartition. Ce risque politique correspond au fait qu'il n'est pas certain que les retraites futures soient similaires aux retraites présentes qui sont financées par les cotisations des actifs. Ces derniers peuvent attendre la même générosité du système de retraite par répartition mais il est aussi possible, qu'à la suite d'une évolution démographique défavorable, le gouvernement modifie les règles du système par répartition en diminuant le montant des retraites. McHale [2001] étudie l'impact des modifications de la législation concernant les systèmes de retraite aux Etats-Unis et dans la plupart des pays européens sur le montant des pensions perçues. Leur étude met en évidence que la valeur présente des pensions a baissé de manière significative pour un individu de 45 ans. Schnabel [1998] calcule les taux de rendement interne prévus pour différentes cohortes participant au système de retraite par répartition en Allemagne. Schnabel [1998] affirme que les rendements internes sont plus faibles pour les jeunes cohortes. Shoven et Slavov [2006] soulignent que la volatilité des rendements du système par répartition est considérable en raison des modifications législatives mais aussi des variations du taux de croissance des salaires réels.

Concernant la comparaison des risques des deux systèmes, Nataraj et Shoven [2003] présentent une étude intéressante. Les auteurs comparent le risque de marché de l'épargne-retraite avec le risque politique du système de retraite par répartition. Dans leur modèle, un individu travaille pendant 45 ans et vit une période de retraite de 15 ans. Il épargne 10,5% de son salaire annuel dans un système de retraite mixte. Une fraction γ de ces contributions est consacrée au système par répartition. Le reste, noté $1-\gamma$, est destiné à l'épargne-retraite. Le portefeuille est composé de 60% d'actions et de 40% d'obligations. Lorsque $\gamma=0$, le système repose uniquement sur la capitalisation, et lorsque $\gamma=1$, il repose exclusivement sur la répartition. Les auteurs simulent, par la méthodologie du bootstrap, des chroniques de rendements financiers (actions et obligations américaines sur la période 1926-2001), de salaires réels (1930-2001) et de taux de croissance de la population de deux groupes d'âges (les actifs (20-64 ans) et les retraités (+65 ans)). Ces chroniques permettent de tenir compte du risque de marché propre à la capitalisation et du risque politique lié à la répartition. Ces simulations estiment le rendement effectif de la capitalisation à 6% et celui de la répartition à seulement 1%. La part optimale du système de retraite consacrée à la capitalisation dépend du

degré relatif d'aversion au risque γ . Un individu ayant une assez faible aversion au risque va préférer un système reposant uniquement sur la capitalisation. Un individu ayant une forte aversion au risque choisira un système mixte où la capitalisation peut représenter jusqu'à 40% du système mixte. Ainsi, quel que soit le degré d'aversion au risque de l'individu, il ne choisira jamais un système reposant uniquement sur la répartition.

Dans des études visant à établir des configurations mixtes optimales, Dutta et Kapur [2000], Matsen et Thogersen [2004] et De Menil, Murtin et Shushinski [2006] assimilent également la répartition à un actif financier.

Dutta et Kapur [2000] utilisent un modèle du type moyenne-variance pour estimer la part optimale de la capitalisation dans un système de retraite multi-piliers. Le rendement de la capitalisation correspond à celui des actions et le rendement de la répartition est approximé par le taux de croissance de l'économie.

Plus l'aversion au risque est faible, plus la part de la capitalisation dans le système mixte est importante. Des simulations sont faites à partir des rendements des actions et du taux de croissance de l'économie sur la période 1900-1989. Les résultats de Dutta et Kapur [2000] sont présentés dans le tableau 1.10 :

Tableau 1.10 : Part optimale de la capitalisation et degré d'aversion au risque

	Degré d'aversion pour le risque		
	$\alpha=0,10$	$\alpha=0,20$	$\alpha=0,40$
Etats-Unis	77,2%	38,6%	19,2%
Royaume-Uni	45,1%	19,3%	6,3%
France	20,6%	9,3%	3,5%
Allemagne	63,5%	24,9%	5,5%

Source : Dutta et Kapur [2000]

Concernant la France, pour un degré d'aversion au risque de $\alpha=0,10$, la part optimale de la capitalisation est de 20,6%. Cette part est de 3,5% pour une très forte aversion au risque ($\alpha=0,40$). En raison des rendements élevés des actions américaines, la part optimale de la capitalisation est très importante pour le système de retraite américain, et ce, même pour une forte aversion au risque (19,2% pour $\alpha=0,40$).

Matsen et Thogersen [2004] ont une approche similaire. Ils calculent la part optimale de la répartition dans le cadre d'un choix de portefeuille où la répartition est assimilée à un actif financier. Trois sources de risques sont prises en compte : les chocs technologiques qui influencent le taux de rémunération, les chocs démographiques qui jouent sur l'offre de travail et l'incertitude des rendements financiers.

Les auteurs démontrent que la part optimale consacrée à la répartition dépend de la définition même du concept de risque. La part optimale de la répartition est en effet plus faible si l'on prend en compte l'ensemble des risques auquel est confronté l'individu durant les phases d'accumulation et de distribution du capital, étant donné que la répartition accroît le risque lié aux revenus (chocs technologiques et démographiques). Les calculs numériques pour la Suède, la Norvège, les Etats-Unis et le Royaume-Uni mettent en évidence que la part optimale de la répartition dépend des rendements des deux systèmes mais aussi de la corrélation entre ces rendements. La part de la répartition doit être importante pour 3 des 4 pays étudiés : la Suède, la Norvège et les Etats-Unis.

De Menil, Murtin et Shushinski [2006] calculent, pour différents niveaux d'aversion au risque, les taux de cotisation et d'épargne optimaux dans le cadre d'un modèle à 2 générations. Quatre pays sont étudiés : les Etats-Unis, le Royaume-Uni, la France et le Japon.

La volatilité des salaires et des rendements financiers joue un rôle décisif dans le choix du planificateur. Pour une aversion au risque modérée, le taux de cotisation au pilier reposant sur la répartition varie de 5% pour les Etats-Unis à 22% pour le Japon et la France en raison de la volatilité du rendement implicite de la répartition.

Miles [2000] a une approche quelque peu différente des études précédentes puisqu'il calcule la part optimale du pilier reposant sur la répartition dans le cadre d'un modèle à générations imbriquées. Le critère d'optimisation est ici la maximisation du bien-être espéré des agents à l'état stationnaire de l'économie. Comme dans les études précédentes, le risque sur les revenus d'activité est pris en compte. La configuration optimale du système multi-piliers dépend de 2 critères : la distribution des taux de rendement et l'efficacité du marché d'annuités. Avec un rendement des actifs financiers au moins égal à 8%, les agents ont intérêt à choisir un système reposant uniquement sur la capitalisation, et ce, même si la volatilité des rendements est forte et le marché des annuités imparfait. Par contre, pour un rendement de 4% et une volatilité de 10%, la configuration du système dépend du degré d'efficacité du marché de rentes viagères.

Au total, tous ces travaux, qu'ils assimilent ou non la répartition à un simple actif financier, indiquent que la configuration optimale d'un système multi-piliers dépend étroitement du rendement de la capitalisation et de celui implicite de la répartition.

1.3 Evaluation du risque de longévité propre à la phase de distribution

Au cours de la phase de distribution, l'agent est soumis à un nouveau risque : le risque de longévité. Celui-ci correspond à la situation où l'agent a retiré avant décès la totalité du capital accumulé durant la vie active. L'augmentation de l'espérance de vie conduit à accroître ce risque de longévité pour un individu ayant cotisé à un plan épargne-retraite durant sa période d'activité.

Cette sous-section explique d'abord pourquoi la rente viagère, bien qu'étant une garantie contre le risque de longévité, fait l'objet aujourd'hui d'une demande assez limitée. Puis, nous présentons les différents outils méthodologiques permettant d'estimer ce risque.

1.3.1 Les explications théoriques de la demande limitée de rentes viagères³⁸

C'est à priori l'incertitude sur la durée de vie à la retraite qui peut justifier le recours à la conversion de l'épargne accumulée sous forme d'annuités de rente viagère (Mitchell et al. [1999]). En effet, en mutualisant le risque viager, la mise en place d'un dispositif de rente viagère garantit contre le risque d'une insuffisance de ressources en fin de vie, pour les individus dont la durée de vie effective s'avère plus longue qu'anticipée. Pour se garantir contre un tel risque, les acquéreurs de rente viagère sont prêts à aliéner le capital qu'ils ont épargné, quitte à renoncer à une partie de son montant, dans le cas où leur décès serait plus précoce que la moyenne. L'article pionnier de Yaari [1965] montre qu'en l'absence de motifs de transmission du patrimoine aux héritiers et de sources d'incertitude autres que le risque viager, un individu ayant une aversion pour le risque a intérêt à transformer la totalité de son capital en rente. Cette rente doit néanmoins être calculée de façon actuariellement neutre : l'espérance de la somme actualisée des rentes versées doit être égale au capital converti initialement.

³⁸ Voir les travaux de Blake [1999], Gaudemet [2001], d'Impavido, Thorburn et Wadsworth [2004], de Cannon et Tonks [2005] et de Vanbellingen [2007] pour des revues de la littérature concernant les explications théoriques à la demande limitée pour les rentes viagères.

Davidoff et al. [2005] analysent aussi la demande d'annuités d'un individu ne souhaitant pas transmettre un héritage. A la différence de Yaari [1965], le marché n'est plus considéré comme parfait, tous les actifs classiques n'ayant plus forcément un équivalent actuariel. Les simulations numériques démontrent cependant que, même sous cette hypothèse de marché incomplet, la demande d'annuités sous forme de rente viagère doit représenter une part très importante du capital accumulé.

Malgré le développement des régimes de retraite reposant sur des plans à cotisations définies, le marché d'annuités s'avère être très restreint. Dans la littérature économique, ce phénomène est appelé l'"annuity puzzle".

Plusieurs études ont cherché à expliquer le faible développement du marché privé des annuités aux Etats-Unis. Plusieurs explications sont souvent avancées. La plus courante est sans aucun doute l'absence d'une tarification actuariellement neutre.

Mitchell, Poterba et Warshawsky [1997 et 1999] évaluent le coût des annuités en comparant les prix d'achat des rentes sur le marché de l'assurance privée à la valeur présente escomptée de ces annuités compte tenu des probabilités de survie à chaque âge. Cette comparaison est souvent désigné par le terme "Money's worth ratio" (*MWR*).

Le *MWR* peut être représenté de la manière suivante :

$$MWR = \frac{\sum_{t=1}^{(T-a)12} \frac{AP_{a,t}}{(1+i_t)^t}}{C_a}$$

T représentant l'âge maximal des tables de mortalité, a l'âge de l'assuré au moment du contrat (achat de la rente viagère), P_{at} la probabilité d'être vivant au mois t sachant qu'il est vivant à l'âge a , A le montant mensuel de la rente viagère, C_a le prix de l'annuité et i_a le taux d'escompte mensuel nominal.

Le numérateur de cette expression correspond à la valeur espérée du futur flux d'annuités que l'acheteur de la rente viagère recevra.

Si $MWR=100\%$, le prix d'achat de l'annuité est actuariellement neutre, l'assuré récupère la totalité de ce qu'il a versé. Le marché est en concurrence parfaite.

Si $MWR<100\%$, l'agent ne perçoit pas la totalité du capital versé à la compagnie d'assurance. La différence $100\%-MWR$ représente les coûts de gestion, les frais administratifs mais aussi le

phénomène d'antisélection. Ce concept d'antisélection désigne la situation où les agents ont des informations concernant leur espérance de vie que les fournisseurs d'annuité ne peuvent déceler. Cette asymétrie d'information signifie que les agents ayant un risque de mortalité plus élevé peuvent s'attendre à une perte en achetant une annuité. L'espérance de vie moyenne des détenteurs de rente augmente, d'où une augmentation du prix des rentes viagères proposées par la compagnie d'assurance.

Pour évaluer l'importance de ce phénomène d'antisélection, différentes tables de mortalité sont utilisées par Mitchell, Poterba et Warshawsky [1997 et 1999] : une table construite sur l'ensemble de la population, une autre établie sur la seule population des souscripteurs de contrats. La comparaison des deux tables de mortalité mesure l'importance de l'effet de sélection. La date de décès obéit à une loi de probabilité qui n'est pas la même pour l'ensemble des individus. Les individus ayant une espérance de vie supérieure à la moyenne ont un intérêt plus important à l'achat d'une rente viagère et sont donc davantage incités à la conversion de leur capital accumulé.

Mitchell, Poterba et Warshawsky [1997 et 1999] estiment sur données américaines le coût de l'antisélection à environ 10% en 1995, ce qui représente environ la moitié du coût total estimé de l'annuité. Cette dernière est mesurée comme étant la différence entre le prix des annuités offertes par les compagnies d'assurance sur le marché américain en 1995 et la valeur actuarielle des annuités versées pour un individu ayant des probabilités de décès identiques à celles observées en moyenne sur l'ensemble de la population américaine. Le reste correspond aux frais administratifs de la rente viagère.

Finkelstein et Poterba [1999 et 2004] et Cannon et Tonks [2002 et 2005] réalisent des études similaires à celle de Mitchell, Poterba et Warshawsky [1997 et 1999] et estiment le coût de l'antisélection concernant le marché d'annuité au Royaume-Uni.

Les résultats de Finkelstein et Poterba [1999 et 2004] prouvent que les acquéreurs d'annuités ont une espérance de vie supérieure à celle de la population moyenne, ce qui implique une valeur de l'annuité supérieure de 13% à la moyenne. Le *MWR* moyen est de 90,1% pour une rente nominale et de 82,2% pour une rente réelle sur le marché de la rente obligatoire contre respectivement 86,1% et 79,1% sur le marché des annuités volontaires. Le coût de l'antisélection est d'un tiers à la moitié plus faible sur le marché de la rente obligatoire que sur celui des annuités volontaires. Cannon et Tonks [2002 et 2005] calculent les *MWR* sur la période 1972-2002. La valeur actuelle des annuités versées est de l'ordre de 90% à 100% du prix d'achat de l'annuité.

James et Song [2001] reprennent l'étude de Mitchell et al. [1999] pour plusieurs pays : l'Australie, le Canada, le Chili, Israël, Singapour, la Suisse et le Royaume-Uni. Le *MWR* des annuités nominales dépasse les 97% pour la plupart des pays mais celui des annuités réelles est en moyenne de 90%. Cette différence s'explique par le fait que les compagnies d'assurance qui proposent des annuités réelles ne peuvent diversifier pleinement leurs investissements puisque leurs produits reposent sur des obligations indexées sur l'inflation. Se protéger contre l'inflation se fait en contrepartie de rendements moins élevés et chercher des rendements plus élevés implique une protection contre l'inflation moins importante.

Brown, Mitchell et Poterba [1999] calculent le *MWR* de rentes viagères nominales et réelles au Royaume-Uni et aux Etats-Unis et aboutissent à des conclusions proches des études précédentes. Pour calculer la valeur présente escomptée des flux mensuels d'annuités réelles, les auteurs utilisent la formule suivante :

$$V_b(A_r) = \sum_{j=1}^{12*(115-b)} \frac{A_r * P_j}{\prod_{k=1}^j (1+r_k)}$$

avec A_r le montant de l'annuité réelle, P_j la probabilité de survie, r_k le taux d'intérêt réel.

Au Royaume-Uni, la valeur attendue du futur flux de revenus en terme nominal est de 91% du capital converti pour un individu de 65 ans. Le *MWR* est de 85% pour une annuité réelle. Pour les Etats-Unis, le *MWR* de la rente nominale est de 86% et celui de la rente réelle de 70%, soit 15 points de moins que le *MWR* correspondant à la rente réelle sur le marché d'annuité britannique.

Parallèlement à ces estimations du coût des annuités, une partie de la littérature économique sur les rentes viagères a cherché à modéliser la demande de rente.

Mitchell, Poterba et Warshawsky [1997] ont élaboré un cadre d'analyse déterminant pour chaque individu un équivalent patrimonial de l'annuité. Cet équivalent patrimonial de la rente estime le supplément d'utilité que procure à un individu averse au risque la possibilité de convertir son capital en rente viagère au moment du départ à la retraite. A partir de ce cadre d'analyse, Brown, Mitchell et Poterba [1999] effectuent une comparaison des utilités associées à des conversions de capital en rentes viagères sous différentes hypothèses

d'indexation de la rente. Leur étude met en évidence que les pertes en terme d'utilité associée à la conversion du capital en une rente nominale plutôt qu'en une rente réelle sont très modestes. Une rente liée à un investissement en actions paraît être plus attractive qu'une rente réelle pour un agent ayant une faible aversion au risque. Ces résultats dépendent néanmoins du niveau et de la volatilité de l'inflation.

Brown [2001] estime un équivalent patrimonial de l'annuité sur données individuelles. Il cherche ainsi à mesurer la capacité de ce cadre d'analyse à rendre compte des intentions de sortie en rentes déclarées par les souscripteurs de plans à contributions définies. Ses résultats semblent valider la notion d'équivalent patrimonial de l'annuité puisque les individus bénéficiaires de plans à cotisations définies qui projettent de convertir leur capital accumulé en rente sont ceux dont l'équivalent patrimonial de la rente prédit par le modèle est le plus élevé.

Mahieu et Sédillot [2002] adaptent la méthodologie de Brown [2001] sur données françaises pour évaluer l'intérêt qu'ont les ménages, au moment du départ à la retraite, à convertir une partie de leur patrimoine en rentes viagères afin de s'assurer contre le risque de mortalité. L'équivalent patrimonial de la rente est défini comme une mesure du surcroît de richesse qu'un individu averse au risque demanderait pour renoncer à la possibilité de convertir tout ou partie de son capital en rente au moment du départ à la retraite. Cet indicateur est établi à partir d'un échantillon d'individus issus de l'enquête Patrimoine 1998 de l'INSEE. Les auteurs mettent en évidence une forte variabilité de l'attrait de la rente viagère au moment du départ à la retraite. Cette variabilité est due à l'hétérogénéité du risque de mortalité, de l'aversion au risque et de la répartition initiale des actifs entre rente (droits à la retraite) et capital. Ils soulignent que l'existence de contraintes réglementaires en matière de tarification du risque viager (l'obligation de choisir la table de mortalité prospective féminine de la génération 1950) peut provoquer des effets d'antisélection potentiellement importants.

L'étude de Mathieu et Sédillot [2002] repose néanmoins sur la souscription de retraites complémentaires. Or, il existe d'autres produits financiers laissant la possibilité d'une conversion en rente viagère.

Si le prix d'achat élevé des annuités est certainement l'explication la plus souvent retenue d'autres facteurs peuvent réduire la demande pour les rentes viagères.

Un substitut aux annuités sous forme de rente viagère acquise auprès des assureurs privés peut être la famille de l'agent souvent décrite comme un marché d'annuités "incomplet".

Kotlikoff et Spivak [1981] et Munnell et al. [2002] affirment qu'il existe au sein des familles des contrats implicites relatifs aux transferts de capitaux. Les parents peuvent par exemple s'engager implicitement à laisser un héritage à leurs enfants en échange d'une aide de ces derniers en cas de ressources insuffisantes en fin de vie.

Brown et Poterba [2000] évaluent l'utilité accordée par un couple marié à une rente viagère. Pour chaque degré d'aversion au risque, l'équivalent monétaire d'une annuité est significativement plus bas pour un couple que pour une personne seule, une partie du risque de longévité étant gérée par le mariage lui-même.

L'épargne de précaution peut aussi réduire la demande pour les annuités. Selon Friedman et Warshawsky [1988], le retraité peut avoir besoin d'un capital susceptible de se couvrir contre le risque d'une grave maladie.

Palumbo [1999] élabore un modèle dynamique dans lequel les familles maximisent leur utilité en tenant compte de deux types de risques : le risque de longévité et l'incertitude relative à l'état de santé futur et les dépenses médicales qui lui sont associées. Les résultats de Palumbo [1999] indiquent qu'il existe une volonté de se prémunir contre le risque d'urgence médicale en détenant des réserves en actifs liquides.

Enfin, un dernier facteur important réduisant la demande de rente viagère est la volonté de transmission d'un héritage. Le retraité peut vouloir laisser une partie de sa richesse à ses descendants. Ces legs peuvent être altruistes ou tout simplement stratégiques : pour Bernheim et al. [1985], les legs peuvent être stratégiques dans le sens où ils sont utilisés par les parents comme un moyen d'inciter les enfants à s'occuper d'eux durant leurs vieux jours.

A partir de données empiriques, Hurd [1989] estime que le motif de legs n'a pas d'effet sur la décision des vieux ménages de convertir ou non le capital accumulé. Presque tous les héritages sont accidentels et résultent de l'incertitude concernant l'espérance de vie. Ces résultats sont contradictoires de ceux de Laitner et Juster [1996] qui, à partir d'une étude empirique sur les participants à un plan TIAA-CREF aux Etats-Unis, affirment que l'altruisme influence la décision de convertir le capital en rente viagère. La moitié des ménages envisage de léguer une partie du capital accumulé, ce comportement étant conforme aux modèles d'altruisme.

Brown [2001] modélise la demande de rente viagère aux Etats-Unis sur une base empirique. Ses simulations confirment qu'un individu pour qui il est important de laisser un héritage à ses descendants n'a pas une probabilité d'acheter une annuité significativement différente de celle d'un individu non intéressé par une transmission du capital. L'altruisme n'aurait qu'un effet très marginal sur la demande d'achat.

Selon Friedman et Warshawsky [1990], les conséquences de l'altruisme sur la demande de rente viagère sont plus complexes. Dans leur modèle, l'utilité des retraités dépend de la consommation à chaque période pondérée par la probabilité de survie ainsi que de l'héritage laissé en cas de décès. La volonté d'héritage combinée aux prix élevés des annuités n'a un impact sur la décision d'achat de rente viagère qu'à partir d'un âge avancé.

Cette rapide revue de la littérature souligne donc qu'il existe de multiples raisons à la faible demande de rentes viagères comme leurs prix d'achat élevés, en raison notamment du phénomène d'antisélection ou la volonté de transmettre un héritage à ses descendants.

1.3.2 Comment mesurer le risque de longévité ?

Aux Etats-Unis, toute une littérature s'est développée pour essayer d'estimer le risque de longévité des stratégies de prélèvements programmés.

Les travaux de Bengen [1994] sont un premier cadre d'analyse du risque de longévité. Bengen [1994] effectue une analyse historique pour déterminer le taux de retrait d'un plan épargne-retraite sans risque de ruine avant décès. La période historique retenue est suffisamment longue pour connaître l'impact de trois krachs boursiers : 1973-1974 (-37,2%), 1937-1941 (-33,3%) et 1929-1931 (-61%). Un retrait annuel de 3% du portefeuille initial apparaît soutenable pour chaque cohorte étudiée dans le sens où la totalité du portefeuille n'est pas liquidée au bout de trente ans. Un taux réel de 4% n'épuise pas le portefeuille si celui-ci comporte entre 50 et 75% d'actions.

Dans une seconde analyse historique, Bengen [1996] estime qu'un individu ayant une certaine aversion pour le risque sera réticent à détenir un portefeuille composé d'une part importante d'actions et étudie les conséquences sur le taux de retrait sans risque d'un remplacement progressif des actions par des titres obligataires. Un portefeuille comportant au minimum 63% d'actions permet un retrait annuel de 4,14% du portefeuille initial. Réduire de 1% chaque année la part en actions de ce portefeuille est compatible avec un taux de retrait réel de 4% du

capital initial. Par contre une réduction de 2 à 3 points entraîne une baisse non négligeable du taux de retrait optimal (respectivement 3,81% et 3,29%).

D'autres études ont abouti à des conclusions proches de celles de Bengen. Cooley, Hubbard et Walz [1998] procèdent à une analyse historique sur la période 1926-1996. Ils simulent une série de taux de retrait (3% à 12%) et calculent la valeur du portefeuille au bout de 15, 20, 25, 30 ans de placement. Cooley et al. [1998] expliquent qu'un taux de retrait de 4% du portefeuille initial est soutenable si le portefeuille contient au minimum 50% d'actions. Pour des périodes de placements plus courtes (15 années ou moins), des taux de retraits réels de 8% ou 9% sont possibles. Dans un prolongement de leur étude de 1998, Cooley, Hubbard et Walz [2003] évaluent le risque d'épuisement du capital pour différents taux de retrait du capital (3% à 12%). Les périodes de placement varient de 15 à 30 années. Cinq stratégies d'allocation d'actifs sont possibles : 100% actions, 75% actions - 25% obligations, 50% actions - 50% obligations, 25% actions - 75% obligations, et 100% obligations. Deux méthodologies sont utilisées : une simulation de trajectoires de rendements financiers par la méthode de Monte-Carlo et une analyse historique par cohorte. Pour des portefeuilles composés d'au moins 50% d'actions, le retrait doit être au plus de 4% du portefeuille initial afin d'avoir une probabilité de ruine inférieure à 25% pour des périodes de placements assez longues (25-30 années). La probabilité de ruine est décroissante avec le taux de retrait (nominal ou réel), la durée de placement et l'allocation en obligations du portefeuille.

Ameriks, Veres et Warshawsky [2001] confirment les résultats de Bengen [1994 et 1996] et de Cooley et al. [1998 et 2003] en utilisant deux méthodologies distinctes : une analyse des cohortes historiques et une analyse prospective par la méthode de Monte-Carlo. Pour cette dernière, 10 000 simulations sont effectuées. Quatre allocations d'actifs sont possibles pour le retraité : 20% actions - 50% obligations - 30% monétaire, 40% actions - 40% obligations - 20% monétaire, 60% actions - 30% obligations - 10% monétaire, 85% actions - 15% obligations - 0% monétaire. Le taux de retrait réel est de 4,5% du portefeuille initial. Le risque de longévité dépend négativement de la part en actions du portefeuille (Tableau 1.10). Si le risque d'épuisement du capital au cours des 30 premières années est de près de 70% pour le portefeuille contenant 20% d'actions, il n'est que de 8,4% pour le portefeuille comportant 85% d'actions (Tableau 1.11). Ces mêmes probabilités sont de 24,8% et de 4,9% pour une

liquidation du capital au cours des 20 premières années³⁹. La probabilité d'avoir consommé la totalité du capital au cours des 20 premières années de placement est très faible pour les quatre portefeuilles simulés. Ameriks, Veres et Warshawsky [2001] simulent ensuite des stratégies mixtes où l'annuité, égale à 4,5% du portefeuille initial, correspond à un prélèvement et à une rente viagère non indexée sur l'inflation. Cette rente représente 25 ou 50% de la valeur du portefeuille. Cette stratégie mixte diminue sensiblement le risque d'épuisement du capital non converti en rente viagère. Si la probabilité de ruine au cours des 30 premières années est de 67,4% pour le portefeuille le plus prudent (20% d'actions), elle est de 46,7% pour la stratégie où le quart du portefeuille est consacré à l'achat d'une rente viagère et de 18,7% pour la stratégie où la moitié du portefeuille est converti en rente.

Tableau 1.11 : Risque de ruine et part du portefeuille consacrée à l'achat d'une rente viagère

Risque de ruine au cours des n années	20% actions 50% obligations 30% monétaire			40% actions 40% obligations 20% monétaire			60% actions 30% obligations 10% monétaire			85% actions 15% obligations 0% monétaire		
	Part du portefeuille consacrée à l'achat d'une rente viagère											
	0%	25%	50%	0%	25%	50%	0%	25%	50%	0%	25%	50%
20 années	0,9%	0,1%	0,0%	0,9%	0,1%	0,0%	1,2%	0,4%	0,0%	1,7%	0,5%	0,1%
25 années	24,8%	8,8%	1,3%	8,1%	3,4%	0,6%	5,8%	2,6%	0,6%	4,8%	2,2%	0,9%
30 années	67,4%	46,7%	18,7%	23,7%	14,9%	5,5%	12,6%	7,8%	3,3%	8,4%	5,4%	2,5%
35 années	90,1%	78,6%	54,5%	41,1%	30,3%	17,4%	20,1%	14,3%	8,0%	11,8%	8,2%	5,0%
40 années	97,1%	93,5%	81,9%	55,4%	46,0%	32,8%	26,8%	21,2%	14,1%	14,7%	10,9%	7,4%

Source : Ameriks et al. [2001]

Les résultats d'Ameriks et al. [2001] sont remis en cause par Terry [2003]. Celui-ci emploie la méthodologie de Monte-Carlo en prenant comme paramètre un rendement nominal des actions américaines de 12% pour une volatilité de 10% et un rendement nominal certain des bons du trésor de 6%. L'auteur met en évidence une corrélation positive entre le risque d'épuisement du capital et la part du portefeuille en actions. Cependant, les paramètres de la simulation de Monte-Carlo ne correspondent pas à la réalité historique des rendements des différents actifs financiers.

³⁹ Pye [2000] obtient des résultats semblables en appliquant la méthodologie de Monte-Carlo. Un taux de retrait de 4% est associé à une probabilité de ruine de 8% pour une période de 10 ans et à une probabilité inférieure à 20% pour une période de placement de 35 ans.

Milevky [2001] procède également à une simulation de Monte-Carlo pour apprécier le risque de longévité sur le marché nord-américain. Mais la définition retenue de ce risque est quelque peu différente des études précédentes puisqu'elle intègre l'espérance de vie du retraité. Les études citées jusqu'à présent calculaient les probabilités d'épuiser le capital au cours d'un certain nombre d'années sans tenir compte de la probabilité d'être encore vivant au cours de cette période. La probabilité de ruine à la date t est la probabilité d'épuiser le capital et d'être encore vivant à cette date t . Pour un portefeuille initial de 200 000 \$ et un retrait annuel réel de 15 000\$, la probabilité de ruine pour un portefeuille comprenant 60% d'actions est de 23,7% pour une femme et de 14,9% pour un homme contre 46% et 27,4% pour un portefeuille ne comportant que 20% d'actions.

Dans une récente étude, Stout et Mitchell [2006] combinent ces différentes mesures du risque de ruine présentées précédemment et simulent un portefeuille contenant 65% d'actions et 35% d'obligations américaines. La méthodologie retenue est celle de Monte-Carlo et les rendements des actifs financiers correspondent à ceux observés sur la période 1926-2004, à savoir un rendement réel moyen des actions de 9,17% pour une volatilité de 20,27% et un rendement réel des obligations de 2,48% pour une volatilité de 6,86%. Un taux de retrait annuel réel de 4,5% du portefeuille initial est associé à une probabilité d'épuisement du capital au cours des 30 premières années de retraite de 13,44%. Les auteurs calculent ensuite les probabilités de ruine en tenant compte des espérances de vie à chaque période de retrait. Un individu partant à la retraite à 60 ans n'a plus que 7,16% de chance d'épuiser son capital avant sa mort. Un recul de l'âge de départ à la retraite diminue sensiblement le risque d'épuisement du capital. Un départ à la retraite à l'âge de 65 ans est lié à une probabilité de ruine de 4,53% et un départ à 70 ans à une probabilité de 2,48%. Stout et Mitchell [2006] simulent par la suite une stratégie dynamique de retraits programmés où le taux de retrait dépend du rendement des actifs financiers et de l'espérance de vie anticipée. Un taux de retrait moyen de 6,63% est lié à une probabilité de ruine inférieure à 5%.

Milevsky et Robinson [2005] supposent une distribution log normale des rendements réels des actions canadiennes avec une moyenne de 7% et un écart type de 20%. Les auteurs utilisent cette distribution log normale avec les probabilités de survie à chaque âge, calculées par les auteurs en utilisant la loi de Gompertz, pour calculer la probabilité d'épuisement du capital selon différentes stratégies de retraits programmés. La méthodologie retenue est ici quelque peu différente des études précédentes puisque la probabilité de ruine est représentée ici

comme la probabilité que la valeur présente stochastique (SPV, Stochastic Present Value) des retraits programmés soit supérieure à la valeur initiale du portefeuille investi sur les marchés financiers. Milevsky et Robinson [2005] annoncent qu'un individu partant à la retraite à l'âge de 60 ans et qui prélève chaque année un revenu à un taux réel de 4% du capital accumulé durant la vie active a une probabilité d'épuiser les avoirs de son vivant de 13,7%. Un taux réel de prélèvement de 5% augmente la probabilité de ruine de près de 10 points.

1.3.3 Retraits programmés versus rentes viagères

Une littérature récente compare, en termes de rendements et de risque, les stratégies de retraits programmés avec celle d'une conversion complète du capital en rente viagère.

Sur données allemandes, Albrecht et Maurer [2002] déterminent la probabilité de ruine en fixant un retrait programmé annuel égal à la valeur d'une rente viagère nominale achetée à la date du départ à la retraite. Trois rentes viagères, calculées à partir d'un taux d'intérêt de 4%, 5,5% ou 7%, sont prises en référence. Durant la phase de retraite, le portefeuille peut être investi dans trois actifs financiers : les actions, les obligations et l'actif immobilier. Les rendements sont simulés selon la méthodologie de Monte-Carlo. Les paramètres de cette simulation correspondent aux rendements moyens des actifs financiers allemands sur la période 1980-1998⁴⁰.

La probabilité de ruine (notée $POR(R)$) est calculée de la manière suivante :

$$POR(R) = \sum_{t=1}^{w-x} {}_t p_x \cdot P(\tau_R = t)$$

avec $P(\tau_R = t)$ la probabilité de ruine à la date t et ${}_t p_x$ les probabilités de survie à la date t .

⁴⁰ Les actions ont un rendement nominal moyen de 11,78%, les obligations de 7,52% et l'actif immobilier de 6,62%.

Encadré 2 : Estimation de la probabilité de ruine d'Albrecht et Maurer [2002]

$\{V_R(t) ; t \geq 0\}$ représente la dynamique stochastique d'un capital initial noté C et investi en $t = 0$.

Pour $t = 0, 1, 2, \dots, n$, un montant R est prélevé au début de chaque année.

T_x représente l'espérance de vie en $t = 0$ d'un individu âgé de x années.

$V_R(u) \leq 0$ signifie l'épuisement du capital au point du temps $t = u$.

Le point du temps de la ruine du capital est noté :

$$\tau_R = \inf \{u > 0; V_R(u) \leq 0\}$$

La probabilité de ruine $POR[R]$ est notée :

$$POR[R] = P(T_x > \tau_R)$$

En faisant l'hypothèse que T_x et τ_R sont indépendants, nous avons :

$$\begin{aligned} P(T_x > \tau_R) &= P(T_x - \tau_R > 0) \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} P(T_x - t > 0 | \tau_R = t) \cdot P(\tau_R = t) \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} P(T_x > t) \cdot P(\tau_R = t) \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} {}_t p_x \cdot P(\tau_R = t) \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} {}_t p_x \cdot P(\tau_R = t) \\ &= \sum_{t=0}^{w-x} {}_t p_x \cdot P(\tau_R = t) \end{aligned}$$

La probabilité de ruine peut être écrite de la manière suivante :

$$POR(R) = \sum_{t=1}^{w-x} {}_t p_x \cdot P(\tau_R = t)$$

Les troisième, quatrième et cinquième lignes du tableau 1.12 donnent les probabilités de ruine pour des portefeuilles comprenant un seul actif financier (actions, obligations ou actif immobilier). La sixième ligne donne la composition du portefeuille permettant de minimiser la probabilité de ruine (donnée dans la septième ligne du tableau).

Tableau 1.12 : Probabilité de ruine (PoR) sur données allemandes (1980-1998)

Taux d'intérêt utilisé pour le calcul de la rente viagère	4%	5,5%	7%
Portefeuille à support unique			
Actions	4,38%	8,77%	15,35%
Obligations	2,16%	13,37%	37,05%
Immobilier	1,56%	30,03%	61,54%
Portefeuille diversifié			
Portefeuille optimal	10% actions 0% obligations 90% immobilier	35% actions 15% obligations 50% immobilier	50% actions 30% obligations 20% immobilier
PoR(%)	0,15%	4,96%	14,18%
Influence du taux d'intérêt et de l'âge de départ à la retraite dans l'allocation du portefeuille			
Poids dans le portefeuille	Taux d'intérêt	Age de départ à la retraite	
Actions	+	+	
Obligations	+/-	+/-	
Immobilier	-	-	

Source : Albrecht et Maurer [2002]

Enfin, les trois dernières lignes du tableau résument l'influence du taux d'intérêt retenu pour le calcul de la rente viagère et de l'âge du départ à la retraite sur le choix d'allocation du portefeuille.

Le risque d'épuisement du portefeuille en retirant chaque année un capital égal au montant de la rente viagère calculée à partir d'un taux d'intérêt de 4% est relativement faible (4,38% pour un portefeuille d'actions, 2,16% pour un portefeuille d'obligations, 1,56% pour un portefeuille d'actif immobilier). Par contre, la probabilité de ruine concernant des retraits déterminés à partir d'un taux de 7% est très élevée pour des investissements obligataires et immobiliers (respectivement 37,05% et 61,54%) et non négligeable pour un portefeuille d'actions (15,35%). La diversification du portefeuille permet de diminuer le risque d'épuisement du capital. Ainsi, si le retrait programmé correspond au montant d'une rente viagère calculée à partir d'un taux d'intérêt de 5,5%, la probabilité de ruine n'est que de 4,96% pour un portefeuille contenant 35% d'actions, 15% d'obligations et 50% d'actif immobilier.

Basée sur les rendements des actifs financiers canadiens, l'étude de Milevsky et Robinson [2000] affirme qu'un portefeuille diversifié permet de réduire le risque de ruine. La probabilité d'épuisement du capital est représentée comme étant la probabilité que la valeur présente stochastique des retraits programmés soit supérieure à la valeur initiale du portefeuille investi sur les marchés financiers. Le prélèvement annuel est égal au montant de la rente viagère prise en référence. Pour un homme, un portefeuille contenant 60% d'actions et 40% d'obligations permet de minimiser le risque de ruine. La probabilité d'épuisement du capital est de 17% contre 23% pour un portefeuille obligataire et 19,5% pour un portefeuille d'actions. Pour une femme, l'allocation optimale consiste à détenir 80% d'actions et 20% d'obligations : la probabilité de ruine est de 26,7% contre 28,5% pour un portefeuille d'actions et 47% pour un portefeuille obligataire. Les femmes ont une probabilité d'épuisement du capital plus élevée que les hommes en raison de leur plus grande espérance de vie à la retraite.

Blake, Cairns et Dowd [2000 et 2003]⁴¹ comparent différents plans de retraits avec une rente viagère immédiate. Mais à la différence des études précédentes, les individus titulaires de plans de retraits programmés doivent convertir le capital restant en rente viagère à l'âge de 75 ans afin d'éviter le risque d'épuisement du capital. La méthodologie est aussi différente de celles précédemment citées étant donné que les agents maximisent une fonction d'utilité du type CRRA. Cette fonction d'utilité dépend notamment de deux paramètres importants : le niveau d'aversion pour le risque et le degré d'altruisme de l'agent. Concernant les rendements financiers, l'individu peut allouer son portefeuille en actions ou en obligations britanniques. Les rendements sont diminués tous les ans de 1% afin de tenir compte des frais administratifs⁴². Les résultats de Blake et al. [2000 et 2003] révèlent que le paramètre le plus important dans la maximisation de l'utilité est le degré d'aversion au risque. Un individu très averse au risque aura intérêt à convertir le capital accumulé immédiatement en rente viagère. Par contre, un agent risquophile préférera un placement reposant exclusivement sur les actions. Plus l'individu a un goût prononcé pour le risque, plus il a intérêt à choisir une stratégie de retraits programmés caractérisée par un portefeuille à forte proportion d'actions. Dans un prolongement de leur étude, Blake, Cairns et Dowd [2000 et 2003] s'intéressent à l'âge optimal pour convertir le capital accumulé en rente viagère. Un individu ayant une faible

⁴¹ Charupat et Milevsky [2002] présente un cadre d'analyse similaire. Les auteurs soulignent que l'allocation du portefeuille durant la phase de distribution du capital est identique à celle de la phase d'accumulation et correspond à la solution classique de Merton [1971].

⁴² Les auteurs font l'hypothèse que le cours des actions suit un mouvement brownien géométrique.

aversion au risque convertira son capital en rente viagère à l'âge de 79 ans. Par contre, un individu ayant une certaine aversion au risque aura intérêt à convertir son capital à 65 ans, c'est-à-dire à l'âge de départ en retraite. Plus généralement, l'agent n'a pas intérêt à convertir son capital à des âges intermédiaires. Enfin, toute chose égale par ailleurs, la volonté de laisser un héritage à ses descendants pousse l'individu à différer dans le temps la conversion du capital en rente viagère.

A partir des séries financières allemandes, Dus, Maurer et Mitchell [2005] réalisent une étude semblable à celle de Blake, Cairns et Dowd [2000 et 2003] et comparent différentes stratégies de retraits programmés de montants fixes ou variables à une rente viagère réelle. Différentes mesures du risque sont cependant utilisées. Les auteurs calculent d'abord la probabilité que le retrait soit d'un montant inférieur à la rente viagère réelle prise en référence, et l'importance de la perte lorsque le retrait est inférieur à la rente viagère. Puis, Dus et al. [2005] calculent la valeur présente escomptée des pertes par rapport à la rente viagère, compte tenu des probabilités de survie à chaque âge. Une composition optimale du portefeuille est déterminée pour chaque stratégie de prélèvement en minimisant la valeur présente escomptée des pertes. Un retrait programmé d'un montant fixe présente un risque d'épuisement du capital que n'a pas une stratégie de retraits d'un montant variable. Cependant, lorsque les auteurs utilisent comme mesure du risque la valeur actualisée des pertes par rapport à la rente viagère, la stratégie de prélèvement d'un montant fixe apparaît être moins risquée. Les stratégies optimales d'allocation conduisent à une forte composante en obligations du portefeuille. Le portefeuille optimal est de 25% d'actions et de 75% d'obligations pour la stratégie de retrait d'un montant fixe et de 34% d'actions et 66% d'obligations pour la stratégie de montants variables. Ces résultats sont contradictoires à ceux de Bengen [1994, 1996] ou Albrecht et Maurer [2002] qui recommandent une forte détention en actions durant la période de retraite. Enfin, Dus et al. [2005] révèlent qu'une stratégie mixte conduisant à associer une annuité différée et un retrait programmé d'un montant fixe permet une pension assez importante sans pour autant accentuer le risque de ruine. Cependant l'augmentation des annuités perçues se fait au détriment de l'héritage potentiel laissé aux descendants. Quant à une stratégie associant une annuité différée et un retrait variable, elle ne réduit pas le risque mesuré par la valeur escomptée des pertes éventuelles par rapport à la rente viagère.

1.4 Conclusion du chapitre 1

L'objet de ce chapitre était de recenser les principales études visant à estimer les différents risques propres à la capitalisation : le risque de liquidation, le risque de trajectoire et le risque de longévité.

Cette revue de la littérature met en évidence l'absence de consensus sur la méthode à employer afin d'apprécier ces différents risques.

Si l'analyse historique est souvent retenue comme une première approche afin d'estimer la volatilité des taux de remplacement éventuels, il nous semble, qu'en matière de retraites, le risque le plus déterminant est le risque à la baisse. Evaluer ce risque de trajectoire implique une analyse prospective qui consiste à simuler des trajectoires de rendements boursiers.

Plus généralement, les différents travaux d'évaluation des risques reposent sur l'hypothèse selon laquelle les rendements financiers suivent une loi normale.

Ce chapitre souligne aussi que trois paramètres sont déterminants dans l'estimation des différents risques inhérents aux phases d'accumulation et de distribution : la modélisation des frais administratifs, le mode de sortie du capital et surtout la période historique choisie concernant les rendements des actifs financiers.

L'essentiel des études présentées, et en particulier les études européennes, est basé sur la période d'après-guerre, période relativement favorable aux placements en actions. Elles confirment la supériorité des retraites perçues sous un système de retraite reposant sur la capitalisation sur celles garanties par la répartition. Elles insistent sur le fait que les placements en actions sont beaucoup plus intéressants que les placements obligataires mais montrent néanmoins que, quelle que soit l'allocation d'actifs du portefeuille, le risque de liquidation n'est pas négligeable.

Qu'elles soient historiques ou prospectives, peu d'études sont ainsi menées sur une période historique très longue. Par exemple, les études françaises sont faites à partir des rendements financiers effectifs des années postérieures à la seconde guerre mondiale.

Le choix de cette période conduit certainement à surévaluer les rendements de la capitalisation et en conséquence à sous-estimer le risque de ne pas bénéficier d'un montant de pension cible.

La phase de distribution, c'est-à-dire le moment où le capital accumulé est utilisé pour former un revenu au moment de la retraite, a été relativement moins étudiée.

Concernant cette phase, ce chapitre souligne l'intérêt de s'interroger sur la question du risque de longévité. Face aux différentes raisons pouvant expliquer la faible demande pour les annuités, comme par exemple le prix d'achat élevé des rentes viagères, et étant donné l'allongement de l'espérance de vie à la retraite, il est pertinent d'apprécier le risque d'épuisement du capital pour un retraité qui choisit de prélever un montant de retraite sous forme de retraits programmés.

Comme pour les études sur la phase d'accumulation, les conclusions des travaux sur les risques de la phase de distribution reposent beaucoup sur l'hypothèse formulée sur les rendements financiers. Travailler sur une période historique assez longue permet sans doute de mieux apprécier les différents risques de cette phase et tout particulièrement le risque de longévité.

L'intérêt de cette thèse est donc d'estimer les risques propres à la capitalisation en utilisant différentes mesures et définitions des risques, le tout pour une période historique couverte assez longue, permettant ainsi, à la différence de nombreuses études européennes, d'avoir une perspective longue.

Chapitre 2

Une évaluation des risques de la capitalisation par une analyse historique⁴³

L'objectif de ce chapitre est d'évaluer, à partir d'une analyse historique, les risques de la capitalisation en France. Nous concentrons l'étude sur le risque de trajectoire et sur le risque de liquidation. Les questions qui se posent dans ce cadre sont les suivantes : les pensions reçues dépendent-elles fortement de l'année de départ en retraite ? La diversification des portefeuilles d'actifs financiers permet-elle une réduction du risque pour l'épargnant ? Les taux de remplacement offerts par la capitalisation sont-ils sensibles aux conditions de cotisation ?

Un moyen simple de répondre à ces questions est de calculer quels auraient été les taux de remplacement si dans le passé un individu fictif avait cotisé dans un fonds de pension.

Plus précisément, nous calculons les taux de remplacement historiques qu'aurait pu procurer, sur l'ensemble du siècle passé, un système de retraite par capitalisation à cotisations définies et à prestations non définies. Le point de vue adopté est donc uniquement empirique et microéconomique. Ainsi, nous ne tenons pas compte des effets de bouclage macroéconomiques et financiers de l'instauration d'un système de retraite reposant sur la capitalisation. Plus précisément, un tel travail d'analyse historique repose sur l'hypothèse selon laquelle les montants investis en Bourse n'auraient pas modifié la chronique des

⁴³ Ce chapitre s'appuie sur une recherche menée en collaboration avec Rodrigue Mendez et Lionel Ragot et la développe.

rendements financiers. Nous ne prenons dès lors pas en considération les effets de la demande sur le prix des actifs financiers.

Comme nous l'avons souligné dans le chapitre 2, le développement des piliers des systèmes de retraite reposant sur la capitalisation a suscité un certain nombre de travaux visant à évaluer les risques spécifiques à l'épargne retraite par une analyse historique. Par exemple, Arbulu et al. [2001, 2002] montrent qu'un portefeuille mixte (70% actions – 30% obligations) procure toujours un taux de remplacement plus élevé que celui offert par la répartition. Le portefeuille le plus risqué, composé uniquement d'actions, n'offre jamais, dans quasiment tous les cas étudiés par Arbulu et al. [2001, 2002], un rendement inférieur à celui de la répartition. A partir des données financières américaines, Burtless [2000] et Alier et Vittas [1999 et 2001] mettent davantage en évidence le risque de liquidation propre à la capitalisation. Burtless [2000] démontre par exemple que si un individu liquidant son capital accumulé en 1966 pouvait obtenir une pension représentant la totalité de son dernier salaire, un individu partant en retraite en 1921 aurait reçu moins de 20% de son dernier salaire.

Notre chapitre s'inscrit dans la lignée de cette littérature. La période couverte par notre évaluation des taux de remplacement historiques est de plus d'un siècle : 1901-2003. Ceci nous permet de disposer de 65 cohortes puisque la phase d'accumulation dure 40 ans, contre seulement 9 cohortes pour Arbulu et al. [2001,2002]. Il est clair que la qualité des données que nous utilisons est moindre que celles des auteurs cités, en raison des nombreux changements dans le mode de calcul des indices. En revanche, notre série nous permet d'avoir ce que Arbulu et al. [2001, 2002] n'ont pas, c'est-à-dire une perspective longue.

La stratégie adoptée est la suivante : nous supposons qu'un individu investit pendant 40 ans une fraction constante de son salaire sur un compte d'épargne retraite bloqué. Plusieurs types de stratégies de placement à partir des principaux actifs financiers français (actions, obligations, actif monétaire et immobilier) sont étudiés. Le capital accumulé au bout de 40 ans est consacré à l'achat d'une rente viagère.

Le calcul des taux de remplacement historiques nécessite, comme nous l'avons évoqué dans le chapitre précédent, un grand nombre de données qui sont présentées en détail dans la section 2.1. C'est cette différence entre les différents types d'actifs financiers qui va éclairer l'explication des taux de remplacement. Dans un premier temps, nous présentons les méthodes de construction des différentes séries de rendements utilisées (actions, obligations, actif monétaire, immobilier) puis nous évaluons le rendement cumulé de ces différents placements sur l'ensemble de la période étudiée. Enfin, après avoir calculé les rendements

annuels des placements sur 40 ans, nous estimons les rendements effectifs historiques, basés sur l'idée que la contribution de l'individu n'a pas lieu en début de période, mais tout au long de celle-ci.

La section 2.2 évalue les taux de remplacement historiques obtenus par des portefeuilles à support unique. Le principal résultat de cette section est que les obligations et l'actif monétaire ne constituent pas une alternative aux actions. Cependant la dispersion des taux de remplacement offerts par des portefeuilles d'actions s'avère assez élevée. Nous montrons ensuite que ces résultats sont très sensibles aux différentes hypothèses formulées concernant notamment les frais administratifs ou les conditions de cotisation.

La section 2.3 s'intéresse à la diversification du portefeuille d'actifs financiers géré par le fonds de pension. Premièrement, nous montrons que la réduction du risque apportée par l'introduction de titres obligataires et de l'actif monétaire dans le portefeuille est faible et très coûteuse en ce qui concerne les pensions reçues. Seul l'immobilier présente des performances intéressantes en termes de rendements et de réduction du risque. Deuxièmement, nous effectuons une diversification géographique en pondérant le portefeuille avec des actifs américains (actions et obligations) sur le siècle, ces actifs n'ayant pas subi les crises majeures des deux guerres mondiales. Nous démontrons qu'historiquement ces actifs américains permettent d'obtenir des taux de remplacement plus élevés que ceux obtenus par des portefeuilles nationaux pour un risque moindre.

La section 2.4 simule des stratégies de portefeuilles dynamiques, avec la part du portefeuille en actions variant au cours de la phase d'accumulation. Ces stratégies, supposées réduire le risque de liquidation, présentent des résultats assez décevants pour des portefeuilles contenant des obligations ou l'actif monétaire. Selon nos estimations, elles s'avèrent notamment très coûteuses en entraînant une forte baisse des taux de remplacement par rapport à ceux procurés par des portefeuilles d'actions.

2.1 Les performances du marché français sur le vingtième siècle

Cette section donne un aperçu des performances du marché français de 1901 à 2003. La première sous-section présente la méthode de construction des séries de rendements utilisées. Nous construisons huit séries : deux séries qui donnent le rendement réel d'un indice large d'actions (une série de fin d'année et une série annuelle moyenne), trois séries de rendement obligataire, une série de rendement monétaire et deux séries de rendement immobilier. A ces séries françaises, nous ajoutons deux séries américaines : une série donnant le rendement réel

d'un indice large d'actions américaines et une série de rendement des obligations américaines. Dans une deuxième sous-section, nous calculons le rendement cumulé des placements en ces différents actifs financiers choisis sur la période 1900-2003. La troisième sous-section est consacrée à l'évaluation de la rentabilité historique des différents placements financiers lorsque l'horizon adopté est celui des plans d'épargne-retraite, soit 40 ans environ. Les résultats obtenus sont présentés dans des tables qui donnent les rendements réels moyens annuels, ainsi que l'écart type, la médiane, le minimum et le maximum. Nous distinguons deux périodes : le siècle (1901-2003) et l'après-guerre (1950-2003). Cette seconde sous-période est celle retenue dans de nombreuses études, notamment celle d'Arbulu et al. [2001, 2002]. Dans la quatrième sous section, nous calculons les rendements effectifs historiques d'un portefeuille placé sur 40 ans selon différentes stratégies d'allocation.

2.1.1 La construction des séries

Nous construisons quatre séries d'actifs financiers nationaux : les actions, les obligations, l'actif monétaire et l'immobilier.

• Le rendement réel des actions

Une série de fin d'année et une série annuelle moyenne sont conçues. Elles sont établies à partir d'un indice large d'actions et d'une série de taux de dividendes.

Concernant l'indice boursier, nous avons utilisé deux sources différentes. De 1900 à 1990, nous utilisons l'indice boursier des valeurs françaises à revenu variable (VFRV)⁴⁴ conçu et calculé par l'INSEE jusqu'en 1992 et abandonné depuis. L'échantillon, sur lequel l'indice est calculé, est constitué d'environ 300 actions caractérisées par une forte capitalisation boursière⁴⁵. L'échantillon est révisé chaque année. Cet indice est devenu mensuel à partir de

⁴⁴ L'indice général est élaboré à partir des indices sectoriels, eux-mêmes constitués à partir des indices de cours de titres individuels. Ces indices boursiers ne sont composés que de valeurs françaises à revenu variable (actions) et parmi ces dernières, seules les actions ordinaires sont retenues. Les sociétés émettrices de ces actions ordinaires exercent leur activité en France ou à l'étranger et ne sont cotées qu'à la Bourse de Paris. L'indice général des valeurs françaises à revenu variable est égal à la moyenne pondérée des indices sectoriels. Les coefficients de pondération utilisés sont proportionnels à la capitalisation boursière de chaque secteur. Cette pondération est révisée chaque fois qu'un nouveau secteur fait son entrée dans la composition de l'indice général.

⁴⁵ L'échantillon de l'indice des cours des valeurs mobilières à la Bourse de Paris avant 1939 comporte 300 valeurs. A partir de 1939, il comporte 295 valeurs. Plus précisément, à partir du 7 décembre 1945, par suite de la nationalisation de cinq banques, le calcul n'a porté que sur 295 valeurs à revenu variable dont 15 faisant parties

1919. A partir de 1991 et jusqu'à 2003, nous retenons l'indice SBF250. Cet indice, établi par la Société des Bourses françaises⁴⁶, prolonge les séries historiques de l'ancien indice hebdomadaire de l'INSEE (Source : Euronext). L'indice SBF250 est calculé chaque jour de bourse, à l'ouverture et à la clôture. Les valeurs de l'échantillon portent sur les actions admises au règlement mensuel, au comptant et au second marché. Elles sont principalement sélectionnées sur leur capitalisation totale : à chaque fin d'année, les valeurs, dont le taux de cotation est supérieur à 50%, sont classées par capitalisation boursière décroissante dans chacun des 12 secteurs économiques⁴⁷. Les valeurs les plus capitalisées sont sélectionnées pour constituer l'échantillonnage. A partir de ces indices, nous avons reconstruit deux séries d'indice boursier, base 1 en 1900 : une série de fin d'année⁴⁸ et une série annuelle moyenne⁴⁹. Concernant le taux de dividendes des actions, nous utilisons les taux bruts de capitalisation calculés par Denuc [1934]. De 1919 à 1962, nous prenons le taux de dividende appelé taux de rendement par l'INSEE et publié dans l'Annuaire Statistique Rétrospectif de l'INSEE [1966]. Le calcul de ce taux de rendement moyen des valeurs à revenu variable s'effectue en comparant, pour chacune des valeurs retenues dans le calcul de l'indice des cours, le montant du dernier dividende payé à la cotation du dernier vendredi du mois. Avant 1946, le taux est la moyenne arithmétique simple des taux des 300 valeurs de l'ancien indice des cours des valeurs à revenu variable. De 1946 à 1948, le nouvel échantillon utilisé ne comprenait pas les valeurs des sociétés nationalisées. Entre 1949 et 1965, le taux est la moyenne arithmétique pondérée des taux des valeurs du nouvel indice des cours (295 valeurs). Les pondérations sont proportionnelles aux capitalisations boursières (au 31 décembre précédent) des divers groupes

du groupe Banque. L'indice avec le portefeuille composé de 295 valeurs a ensuite été calculé et publié pour les années 1939-1945.

⁴⁶ Outre l'indice SBF250, la SBF établit les indices SBF120, CAC40 et MIDCAC pour les actions françaises. Toute valeur appartenant à l'échantillon du SBF120 fait partie de celui du SBF250.

⁴⁷ Energie, Produits de base, Construction, Biens d'Équipement, Automobile, Autres biens de consommation, Industrie Agro-alimentaire, Distribution, Autres services, Immobilier, Services Financiers, Sociétés d'Investissement.

⁴⁸ De 1900 à 1918, nous retenons l'indice boursier annuel, cet indice calculé par l'INSEE ne devenant annuel qu'à partir de 1919. Pour la période 1919-1938, nous prenons l'indice de décembre. De 1939 à 1949, il s'agit de l'indice de fin d'année sauf pour l'année 1940 où il s'agit de l'indice au 30 mai, la Bourse de Paris étant fermé de juin 1940 au 28 mars 1941. De 1950 à 1990, nous prenons la moyenne mensuelle de décembre de l'indice des cours des valeurs mobilières. A partir de 1991, nous retenons la moyenne mensuelle de décembre de l'indice SBF250. Les sources sont l'Annuaire statistique Rétrospectif de l'Insee [1966], l'Annuaire Rétrospectif de l'Insee [1988] et les différents numéros du Bulletin Mensuel de la Statistique à partir de l'année 1988.

⁴⁹ A l'exception des années 1947-1950 où il s'agit d'indices de fin d'année. Les sources sont l'Annuaire statistique Rétrospectif de l'Insee [1966], l'Annuaire Rétrospectif de l'Insee [1988] et les différents numéros du Bulletin Mensuel de la Statistique à partir de l'année 1988.

pour lesquels les indices des cours sont calculés. A partir de 1963, nous utilisons le taux de dividende calculé par l'INSEE et publié dans le BMS. Ce taux tient compte de l'avoir fiscal⁵⁰.

A partir de l'indice large des actions et des taux de dividendes, nous calculons le rendement réel des actions de l'année t qui est donné par la formule suivante :

$$1 + R_t = \frac{I_t}{I_{t-1}}(1 + d_t)$$

où I_t désigne soit la valeur annuelle moyenne de l'année t , soit la valeur en fin d'année de l'année t de l'indice action et d_t représente le taux de dividende. L'indice I_t est un indice réel, calculé à partir de l'indice nominal IN_t et de l'indice des prix à la consommation de l'INSEE, P_t , soit $I_t = IN_t / P_t$.

Ces deux séries sont construites sur une période longue : 1901-2003.

Dans le but de comparer les performances du marché français avec celles du marché américain, nous construisons une série de rendements réels des actions américaines sur la période 1901-2003. Nous prenons l'indice des actions américaines⁵¹ et les taux de dividendes publiés par Shiller [2000] dans son ouvrage intitulé « Irrational Exuberance »⁵². Pour calculer le rendement réel des actions de l'année t , nous appliquons la méthodologie utilisée précédemment pour les actions françaises à savoir :

$$1 + R_t^* = \frac{I_t^*}{I_{t-1}^*}(1 + d_t^*)$$

où I_t^* désigne la valeur annuelle moyenne de l'année t de l'indice des actions américaines et d_t^* représente le taux de dividende des actions américaines. L'indice I_t^* est un indice réel, calculé à partir de l'indice nominal IN_t^* et de l'indice américain des prix à la consommation, P_t^* , soit $I_t^* = IN_t^* / P_t^*$.

⁵⁰ Cet avoir fiscal est destiné à réduire l'imposition qui pèse sur les dividendes versés par les sociétés en raison de l'application successive de deux impôts, l'impôt sur les sociétés et l'impôt sur le revenu des personnes physiques.

⁵¹ Cet indice est construit à partir de l'indice boursier S&P500, basé sur 500 grandes sociétés cotées sur les bourses américaines et géré par Standard & Poor's.

⁵² Dans cet ouvrage, Shiller prolonge les séries construites dans « Market Volatility » [1989]. A partir de 2000, les séries sont actualisées sur le site personnel de Shiller : <http://www.econ.yale.edu/~shiller/>.

• Le rendement réel des obligations

La construction d'une série longue de rendement d'obligations pose à la fois des problèmes théoriques et de disponibilité des données. La théorie économique ne fournit pas de méthode indiscutable. Pour ces raisons, nous retenons trois séries de rendement obligataire.

La première est la série de pouvoir d'achat des obligations de l'INSEE, complétée par les données fournies par Catherine Rougerie de l'INSEE. Cette série va des années 1914 à 2002. La série de performances des obligations est construite à partir de deux indices. Avant 1990, la performance des obligations est calculée à partir de l'indice boursier des valeurs françaises à revenu fixe (VFRF) établi par l'INSEE⁵³. L'échantillon, sur lequel l'indice est calculé, est constitué d'une soixantaine de titres (fonds d'Etat, obligations des secteurs publics et privés). Après 1990, l'indice boursier de performance CNO fin de mois calculé par l'Agence REUTERS est utilisé. Cette série est publiée par l'INSEE dans l'étude intitulée « Les performances des placements en or, en actions et en obligations de 1913 à 2000 »⁵⁴ et établie par la Division Revenus et Patrimoine des Ménages. L'INSEE [2002] a effectué une mise à jour de la série de pouvoir d'achat des obligations pour les années 2001 et 2002 (base 100 en 1950), mise à jour que nous a transmise Catherine Rougerie. Notons que l'INSEE ne précise pas la stratégie de gestion obligataire utilisée dans la construction de cet indice. Par la suite, cette série est désignée par l'acronyme (i).

Encadré 2.1 : les performances réelles des placements calculées par l'INSEE

Dans l'article intitulé « *Les performances des placements en or, en actions et en obligations de 1913 à 2000* », l'INSEE définit deux notions estimant les gains réels procurés par les placements financiers.

La première notion est de type additif. Elle est obtenue en additionnant l'évolution de l'indice du cours durant l'année n au revenu obtenu au cours de l'année n . Ce résultat est alors divisé par l'évolution de l'indice des prix au cours de l'année n . L'évolution du pouvoir d'achat au cours de l'année est estimée en divisant le pouvoir d'achat de l'année par celui de l'année $n-1$.

La seconde notion est de type multiplicatif. C'est la notion privilégiée par l'INSEE.

⁵³ De 1950 à 1980, l'indice VFRF est composé de cinq sous-indices : rentes perpétuelles (3% et 5%), rentes amortissables, secteur public industriel à revenu fixe, secteur public indexé et secteur libre (les sociétés privées). A partir de 1981, l'indice VFRF est composé de trois sous-indices : emprunts d'Etat, emprunt du secteur public garantis par l'Etat et sociétés. Chaque sous-indice est calculé à partir d'un échantillon de titres et son poids dans l'indice d'ensemble correspond à la part de la capitalisation boursière de chaque sous-secteur dans le marché obligataire.

⁵⁴ Cet article de l'INSEE reprend les résultats de l'étude de Georges Gallais-Hamonno et Pedro Arbulu [1995] pour la période 1950-1992. Les séries ont été rétopolées de 1914 à 1949 à partir des données de Fabre [1981]. L'étude de Fabre [1981] reprenait les recherches antérieures de l'INSEE effectuées par Laforest [1969, 1971, 1973 et 1974] et par Laforest et Sallée [1977]. Ces séries ont ensuite été prolongées en privilégiant la notion multiplicative de pouvoir d'achat. Voir l'encadré 3.1 pour plus de détails.

La performance réelle de type multiplicatif est égale au produit de l'évolution du cours par le taux de rendement, observés au cours d'une période, déflaté de l'indice des prix à la consommation⁵⁵. Si une personne détient un titre de valeur C_{t-1} à la fin de l'année $t-1$ le jour de la distribution des coupons, elle reçoit un coupon $R_t = r_t C_d$ réinvesti immédiatement, C_d étant le cours le jour de la distribution des coupons. A la fin de l'année t , elle détient $(1 + r_t)$ titres d'une valeur de $(1 + r_t) C_t$. Or le titre a subi une plus ou moins value v_t telle que : $C_t = C_{t-1} (1 + v_t)$.

En remplaçant C_t par cette formule, la valeur des titres détenus par cette personne à la fin de l'année t est donc égale à :

$$C_{t-1} (1 + v_t) (1 + r_t)$$

Son capital nominal a donc été multiplié par $(1 + v_t) (1 + r_t)$ au cours de l'année t . Ce dernier terme est ensuite déflaté de l'indice des prix pour obtenir une performance réelle. La performance réelle s'écrit donc :

$$1 + p_t = \frac{(1 + r_t)(1 + v_t)}{(1 + i_t)}$$

La deuxième série donne ensuite le rendement réel d'un placement obligataire à 10 ans. La source utilisée est « Global Financial Data » et la méthode employée est celle proposée par Friggit [2001]. A l'inverse de la première série, nous disposons de données sur l'ensemble de la période considérée, soit 1901-2003. Mais l'indice ne comprend que des obligations publiques.

La valeur du placement obligataire à n ans avec coupon réinvesti est calculée selon la formule :

$$y_{(t)} = y_{(t-1)} (i_{(t-1)} + \frac{i_{(t-1)}}{i_{(t)}} (1 - \frac{1}{(1 + i_{(t)})^{n-1}})) + \frac{1}{(1 - i_{(t)})^{n-1}}$$

avec $y_{(t)}$ la valeur du placement l'année t et $i_{(t)}$ le taux d'intérêt l'année t .

Ce placement obligataire à n ans consiste à acheter une obligation à n ans et, après un an (elle est alors devenue une obligation à $n-1$ ans), à revendre et à réinvestir le produit de cette vente, augmenté du coupon, dans de nouvelles obligations à n ans⁵⁶.

⁵⁵ L'INSEE précise que sous l'hypothèse du réinvestissement immédiat du coupon dès la distribution des dividendes, la forme multiplicative de la performance est plus pertinente que la performance réelle de type additif.

⁵⁶ Ce placement suppose un rebalancement permanent du portefeuille de telle sorte que sa maturité soit constante.

Enfin, la troisième série est une série annuelle moyenne construite par Friggitt [2001]. Cette série, construite à partir de la formule citée précédemment, s'appuie sur les données suivantes :

- de 1901 à 1951, le taux de la rente perpétuelle à 3% calculé à partir de la moyenne des cours les plus hauts et les plus bas annuels figurant dans l'annuaire rétrospectif de l'INSEE [1966] ;
- de 1952 à 1997 le taux de rendement des obligations publiques et semi-publiques, dite de première catégorie (Insee (comptes nationaux) d'après Caisse des Dépôts et Consignations) ;
- de 1998 à 2003 le taux de rendement des emprunts d'Etat à long terme (d'après la Banque de France), moyenne des moyennes mensuelles.

Comme pour les actions, nous souhaitons comparer les performances du marché obligataire français avec celles du marché américain. Nous prenons la série de rendements des obligations d'Etat à 10 ans publiée par Shiller [2000] et actualisée sur son site personnel et nous employons la méthodologie proposée par Friggitt [2001] et utilisée précédemment pour nos séries obligataires françaises.

• Le rendement réel de l'actif monétaire

Cette série est construite par Friggitt [2001] en utilisant les données suivantes : de 1901 à 1928, Friggitt retient le taux d'escompte de la Banque de France, de 1929 à 1949, le taux de l'argent au jour le jour et de 1950 à 2003, le taux au jour le jour sur le marché monétaire⁵⁷. Ces données sont des moyennes annuelles et couvrent l'ensemble de la période considérée.

• Le rendement réel de l'immobilier

Concernant l'immobilier, nous avons retenu un actif fictif indexé sur le prix des logements à Paris⁵⁸. Nous reprenons une série du prix des logements à Paris construite par Friggitt [2001]. En connectant une série du prix des immeubles locatifs sur la période 1840-1944 établie en

⁵⁷ Le taux de la rente perpétuelle à 3% est tiré de l'INSEE (Annuaire Statistique Rétrospectif de l'INSEE [1966]), le taux de rendement des obligations publiques et semi-publiques est tiré des Comptes Nationaux de l'INSEE d'après la Caisse des Dépôts et Consignations et le taux de rendement des emprunts d'Etat à long terme provient de la Banque de France.

⁵⁸ Sur l'ensemble de la France, il n'est possible de remonter que jusqu'aux années cinquante. Voir Friggitt [2001] pour plus de détails.

1946 par Duon⁵⁹ à partir des fichiers des conservations des hypothèques et une série du prix des appartements sur la période 1950-1999 reconstituée à partir des bases de données notariales, Friggit [2001] obtient une série du prix des logements à Paris sur la période 1840-1999. L'auteur rappelle que cette série doit être utilisée avec précaution notamment pour les raisons suivantes :

- pendant la période considérée, le mode de détention des logements vendus s'est transformé : 3% des ménages parisiens étaient propriétaires de leur logement en 1944 contre 44% hors HLM en 1996 ;
- la qualité des logements a profondément évolué sur la période étudiée ;
- la différenciation des prix en fonction des statuts d'occupation et de la localisation géographique s'est modifiée. Par exemple, la décote d'un appartement vendu occupé par rapport à un appartement vacant était de 70% en 1950 contre environ 20% aujourd'hui.

Cette série est prolongée pour les années 1999-2003 en utilisant l'indice Notaires-INSEE Paris.

La deuxième série retenue est celle de la valeur d'un placement locatif à Paris, loyers nets de charges réinvestis. Elle a été établie par Friggit [2001] sur la période 1901-1999. Cette série estimant le rendement global des placements locatifs est la somme de leur rendement en capital (engendré par la variation du prix des biens) et de leur rendement locatif net des charges supportées par le propriétaire⁶⁰.

• La série des salaires

Nous utilisons une série de salaire ouvrier moyen (salaire nominal net annuel à plein temps, en francs courants jusqu'en 1998 et en Euros constants de 1988 à 2001). De 1900 à 1998, cette série est tirée de l'ouvrage de Piketty [2000]. De 1999 à 2003, cette série est complétée en utilisant les éditions 2002, 2003 et 2004 de l'Annuaire Statistique de la France de l'INSEE.

⁵⁹ Duon [1946] a construit deux séries. La première a été obtenue en appliquant une méthode de ventes répétées aux mutations figurant dans les fichiers des conservations des hypothèques. Après avoir constaté que, toutes choses égales par ailleurs, un immeuble perd 0,7% de sa valeur chaque année, sur la période étudiée par Duon, il a ensuite élaboré une seconde série, obtenue en corrigeant la première série de cette « dépréciation ». C'est cette série qui a été utilisée par Friggit [2001]. Elle reflète la valeur du parc à âge constant. Notons que, hors de Paris, il n'existe pas de série équivalente à celle de Duon [1946].

⁶⁰ De 1901 à 1914, la série est obtenue à partir de l'indice du prix des logements à Paris, d'un rendement locatif net de 4%, de frais de mutation réduisant la rentabilité de 1% par an. De 1914 à 1944, la série est construite à partir de la série de la valeur d'un placement locatif établie par Duon [1946], de frais de mutation réduisant la rentabilité de 1% par an. De 1944 à 1961, la série est issue de l'indice du prix des logements à Paris, d'un rendement locatif net forfaitisé à 1% sur l'ensemble de la période, de frais de mutation réduisant la rentabilité de 1% par an. De 1961 à 1999, la série est obtenue à partir de l'indice du prix des logements à Paris, de l'indice des loyers à Paris, de charges égales à 37% du loyer en 1999 et ayant crû au rythme du revenu disponible des ménages et de frais de mutation réduisant la rentabilité de 0,3% par an.

Il aurait été préférable de prendre une série de salaire moyen couvrant l'ensemble des CSP (on constate d'ailleurs des périodes de divergence entre le salaire moyen et le salaire ouvrier) mais nous ne disposons pas d'une série fiable sur le siècle. Soulignons aussi que la chronique des salaires moyens est une approximation très imparfaite des profils temporels individuels des salaires. Il est plus probable que l'évolution des salaires individuels soit plus rapide que celle des salaires moyens, du moins dans les premières années de la vie active.

Le tableau 2.1 récapitule l'ensemble des séries financières construites sur longue période.

Tableau 2.1 : Séries financières construites sur longue période

Actif financier	Série	Convention utilisée	Période historique	Pays	Remarques
Actions	1	Données annuelles moyennes	1901-2003	France	
	2	Données de fin d'année	1901-2003	France	
	3	Données annuelles moyennes	1901-2003	Etats-Unis	
Obligations	1	Données annuelles moyennes	1901-2003	France	
	2	Données de fin d'année	1901-2003	France	Notée Obligations (G)
	3	Données de fin d'année	1914-2002	France	Notée Obligations (i)
	4	Données annuelles moyennes	1901-2003	Etats-Unis	
Actif Monétaire	1	Données annuelles moyennes	1901-2003	France	
Immobilier	1	Données annuelles moyennes	1901-2003	France	Actif indexé sur le prix du logement à Paris
	2	Données annuelles moyennes	1901-1999	France	Placement locatif à Paris

2.1.2 Le rendement cumulé des principaux placements financiers

Les figures 2.1, 2.2, 2.3 et 2.4 représentent l'évolution de la rentabilité réelle cumulée des différents indices construits. La figure 2.1 reflète l'évolution de la rentabilité réelle cumulée

des actions, des obligations et de l'actif monétaire. Ces trois séries sont construites à partir des données annuelles moyennes. Concernant les données de fin d'année, la figure 2.2 représente l'évolution de la rentabilité réelle cumulée des actions, des obligations d'Etat (notées obligations (G)) et des obligations publiques et privées (notées obligations (i)). La figure 2.3 concerne les placements immobiliers et correspond à l'évolution de la rentabilité réelle cumulée d'un actif fictif indexé sur le prix du logement à Paris et celle d'un placement locatif à Paris. Enfin, la figure 2.4 indique l'évolution de la rentabilité réelle des deux actifs américains étudiés : les actions et les obligations américaines.

La lecture de ces figures est la suivante : La courbe d'un actif financier représente l'évolution de la valeur en log d'un portefeuille investi dans l'indice de cet actif financier, la valeur initiale du portefeuille étant de 1 franc⁶¹ au 1^{er} janvier 1900⁶².

Concernant les données annuelles moyennes, un franc investi en actions au début du siècle procure 23 francs en 2003, soit un rendement réel moyen de 3,09% par an. Ce même franc investi en 1950 aurait procuré environ 40 francs en 2003, soit un rendement réel moyen de plus de 7,1%.

Les performances des placements obligataires et monétaires sont assez catastrophiques sur l'ensemble du siècle. Un franc placé en obligations au début du siècle procure 19 centimes en 2003, soit un rendement annuel moyen de -1,61%. Un franc investi en actif monétaire au début du siècle ne procure que 7 centimes en 2003, soit un rendement réel moyen de -2,54%. La rentabilité de ces placements est assez différente sur une période plus récente. Ainsi, un franc investi en 1950 aurait procuré 4,40 francs sur le marché obligataire (soit un rendement annuel moyen de 2,80%) et 2 francs sur le marché monétaire (soit un rendement annuel moyen de 1,13%) en 2003.

Concernant les données de fin d'année, nous nous assurons dans un premier temps que les résultats ne sont pas radicalement différents. Un franc investi en actions début 1901 procure 33 francs en 2003, soit un rendement réel moyen de 3,4% par an. Le même franc aurait procuré 44 francs en 2003 s'il avait été placé au 1^{er} janvier de l'année de 1950, soit un

⁶¹ Concernant la figure 4 qui représente l'évolution de la rentabilité réelle des actions et des obligations américaines, la valeur initiale du portefeuille est de 1 dollar américain au 1^{er} janvier 1900.

⁶² Rappelons que pour les actions les dividendes sont réinvestis et que pour les obligations les coupons sont réinvestis.

rendement annuel moyen de plus de 7%⁶³. La différence s'explique par la piètre performance de la période 1901-1949 : -0,2% par an. Le siècle est encore plus cruel pour les placements obligataires. Un franc investi dans les obligations d'Etat (obligations (G)) procure 4,6 centimes fin 1949 et 14 centimes en 2003, soit un rendement annuel moyen de -1,9% sur le siècle (-6% de 1901 à fin 1949, 2,1% entre 1950 et 2003). Les résultats sont analogues pour l'indice calculé par l'INSEE (obligations (i)) qui est un peu meilleur dans l'après guerre en raison de la présence d'obligations privées (soit -0,8% de 1914 à 2002, mais 4,5% de 1950 à 2002). La performance catastrophique des placements obligataires s'explique aisément : les périodes d'après-guerre ont en effet été caractérisées par de fortes poussées inflationnistes.

Concernant les séries immobilières, un franc investi en actif indexé sur le prix du logement à Paris ne rapporte que 7 centimes en 1950 (soit -5,20% par an sur cette période) et 2,53 francs en 2003 (soit 0,9% par an en moyenne entre 1901 et 2003). Ce même franc aurait rapporté 36 francs en 2003, s'il avait été investi au 1^{er} janvier 1950. Si l'on considère le rendement global de l'immobilier, un franc investi en début 1901 procure 36 francs en 1999 (soit un rendement annuel moyen de 3,5% sur cette période, une performance assez proche des actions) alors qu'il n'offre que 44 centimes en 1950 (soit -1,6% en moyenne par an sur la période 1901-1950). Ce même franc aurait rapporté 81 francs, s'il avait été investi en 1950.

Les actifs américains offrent des rendements réels cumulés plus élevés. Un dollar investi en actions américaines début 1901 rapporte 623 dollars en 2003, soit un rendement réel moyen de 6,45% par an sur la période 1901-2003. Un dollar investi en actions américaines début 1950 rapporte près de 47 dollars en 2003, soit un rendement réel de 7,52% par an. Nous n'avons donc pas le même contraste entre la période d'après-guerre et l'ensemble du siècle constaté avec les séries françaises, le rendement annuel moyen des actions américaines n'étant supérieur de seulement un point au rendement annuel moyen calculé sur l'ensemble du siècle. Concernant les obligations, un dollar placé début 1901 procure un peu plus de 5 dollars en 2003 soit 1,6% en moyenne par an. Investi début 1950, ce dollar rapporte 2,75 dollars cinquante trois années plus tard, soit un rendement moyen de 1,93% par an (soit une moyenne supérieure d'un demi point à celle calculée sur l'ensemble du siècle).

⁶³ Ce même franc aurait procuré plus de 68 francs fin 2000, s'il avait été placé au 1^{er} janvier 1950, soit un rendement annuel moyen de 8,8% par an.

Figure 2.1 : Rendements réels cumulés (données annuelles moyennes)
(Echelle semi-logarithmique)

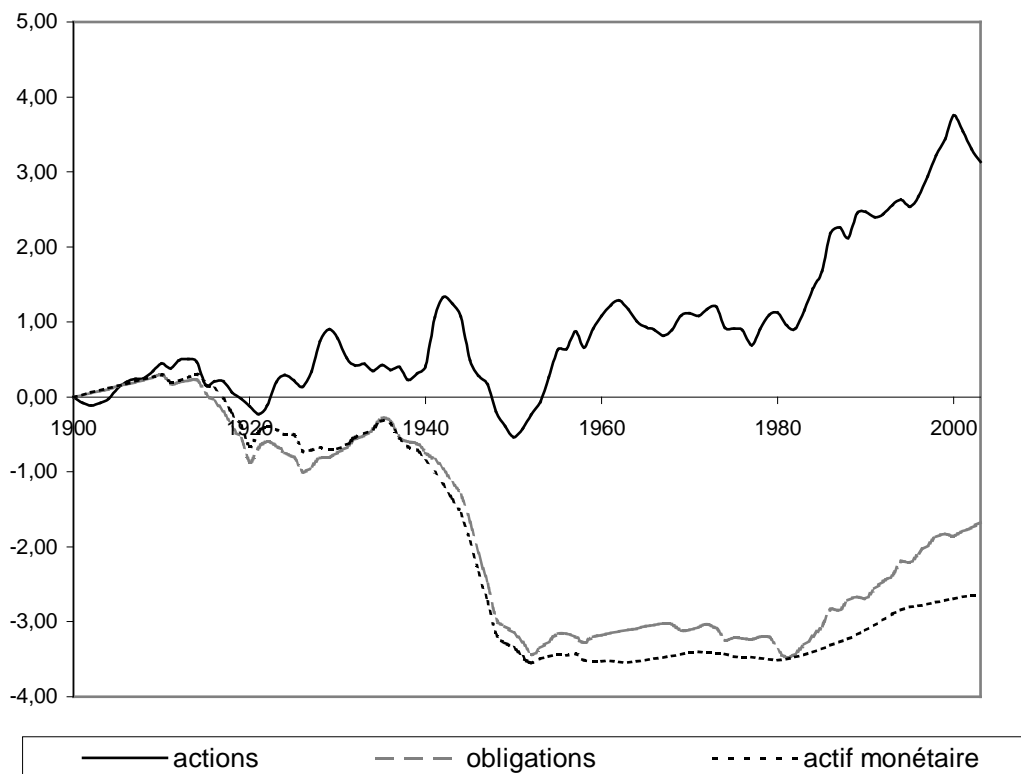
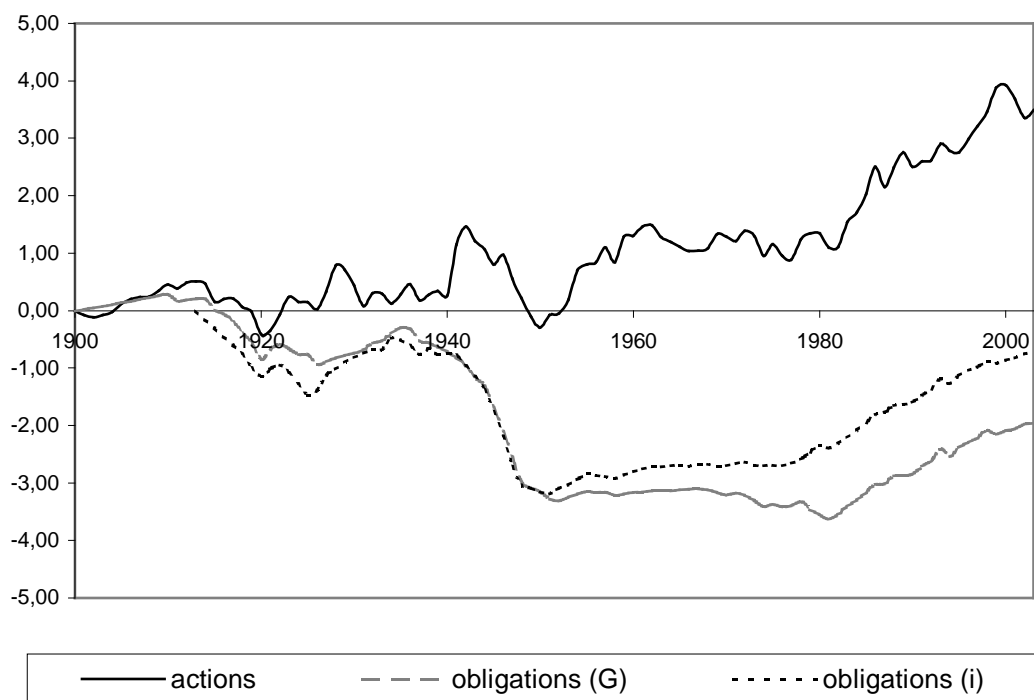
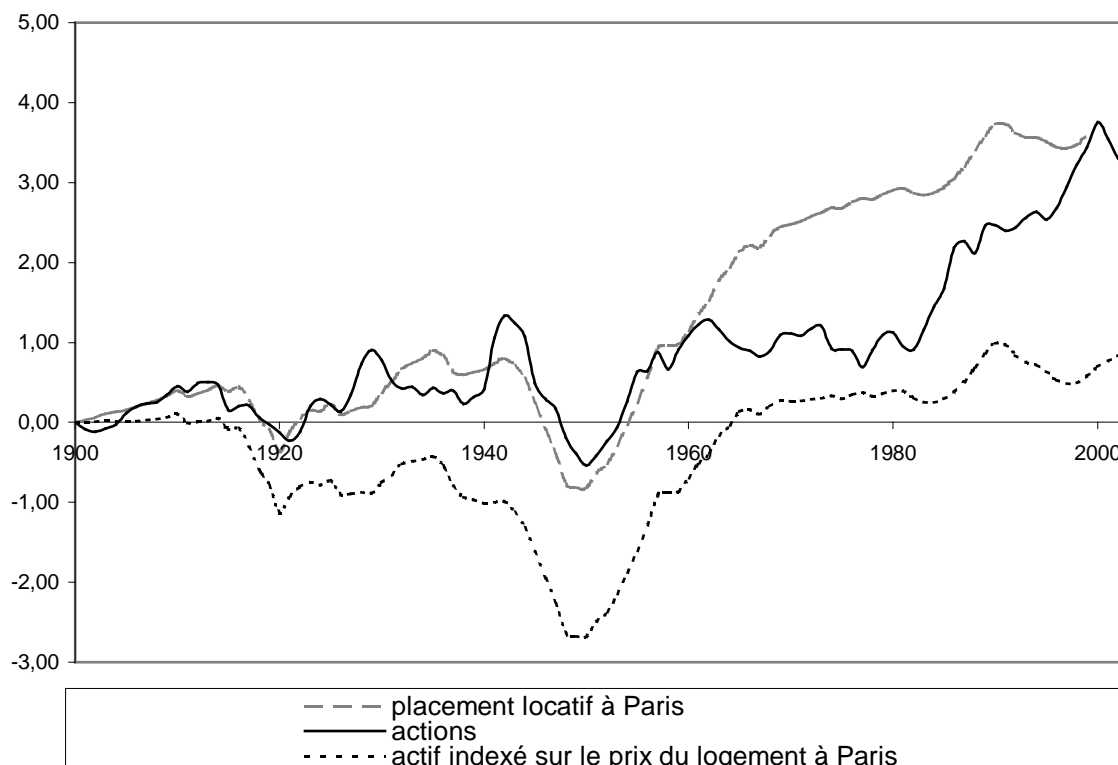


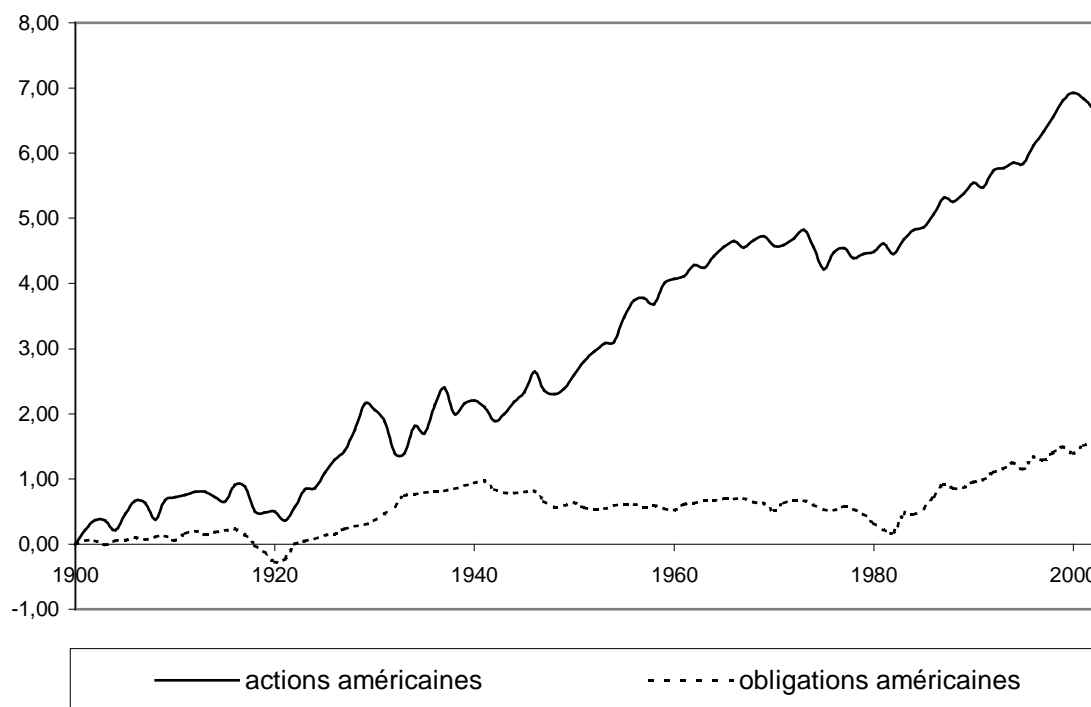
Figure 2.2 : Rendements réels cumulés (données de fin d'année)
(Echelle semi-logarithmique)



**Figure 2.3 : Rendements réels cumulés de l'immobilier
(Echelle semi-logarithmique)**



**Figure 2.4 : Rendements réels cumulés des actifs américains
(échelle semi-logarithmique)**



2.1.3 Les rendements annuels des placements sur 40 ans

Nous calculons le rendement réel annuel moyen d'un placement courant sur 40 ans, sur plusieurs supports possibles : actions, obligations, actif monétaire, immobilier. Concernant les actions et les obligations, deux séries sont utilisées pour chacun de ces actifs : les séries annuelles moyennes et les séries de fin d'année. Les principaux résultats sont présentés pour les actions, les obligations et l'actif monétaire dans le tableau 2.2, pour les placements immobiliers dans le tableau 2.4 et pour les actions et les obligations américaines dans le tableau 2.5 Le tableau 2.3 compare les rendements réels moyens des actions et des obligations obtenus à partir des séries annuelles moyennes avec ceux calculés à partir des données de fin d'année.

Tableau 2.2 : Rendement réel annuel moyen d'un placement de 40 ans (données annuelles moyennes)

	Période 1901-2003			Période 1950-2003		
	Actions	Obligations	Actif monétaire	Actions	Obligations	Actif monétaire
Moyenne	2,51%	-3,68%	-4,48%	6,26%	2,72%	1,60%
Médiane	1,85%	-5,54%	-6,57%	6,52%	2,71%	1,66%
Ecart type	2,68%	4,02%	3,88%	0,95%	0,87%	0,59%
Min	-2,43%	-8,69%	-8,99%	4,88%	0,97%	0,26%
Max	7,79%	3,66%	2,25%	7,79%	3,66%	2,25%

Source : calculs de l'auteur

Si l'on prend comme horizon de placement l'après guerre, une stratégie de placement en actions apparaît particulièrement intéressante. Le rendement moyen est de plus de 6% par an pour un risque relativement faible, l'écart type étant proche de 1%. Le rendement minimal est de 4,88% et la moitié des cohortes reçoit un rendement annuel moyen supérieur à 6,52%. Par contre, les stratégies de placement centrées sur les titres obligataires et l'actif monétaire apparaissent nettement moins performantes. Ainsi, le rendement annuel moyen des obligations n'est que de 2,72% et celui de l'actif monétaire de 1,60%. Cependant ces stratégies apparaissent légèrement moins risquées (un écart type de 0,87% pour les obligations et de 0,59% pour l'actif monétaire contre 0,95% pour les actions).

En prenant l'horizon temporel du siècle, les performances de tous les actifs financiers apparaissent nettement moins favorables. Les actions ne rapportent plus que 2,51% pour un

risque plus élevé (2,68%). La moitié des cohortes reçoit un rendement inférieur à 1,85% par an. Quant aux placements obligataires et monétaires, les rendements obtenus en moyenne sont négatifs (-3,68% pour les obligations, -4,48% pour l'actif monétaire) avec une médiane inférieure à la moyenne (-5,54% pour les obligations, -6,57% pour l'actif monétaire). Enfin, les placements en actions apparaissent à long terme moins risqués que ceux en titres obligataires ou monétaires (l'écart type est de 2,68% contre 4,02% pour les obligations et 3,88% pour l'actif monétaire).

Tableau 2.3 : Rendement réel annuel moyen d'un placement de 40 ans - Comparaison données annuelles moyennes, données fin d'année (période 1901 - 2003)

	Actions m.a	Actions fin d'année	Obligations m.a	Obligations (G) fin d'année	Obligations (i)* fin d'année
Moyenne	2,51%	2,93%	-3,68%	-3,94%	-1,46%
Médiane	1,85%	2,60%	-5,54%	-5,66%	-3,85%
Ecart type	2,68%	2,37%	4,02%	3,83%	4,29%
Min	-2,43%	-1,84%	-8,69%	-8,37%	-7,31%
Max	7,79%	7,41%	3,66%	3,00%	5,25%

*1914-2002

Source : calculs de l'auteur

Les performances réelles calculées à partir des données de fin d'année sont assez similaires à celles obtenues à partir des données annuelles moyennes (m.a). Les rendements annuels des actions sont légèrement inférieurs aux rendements de fin d'année (2,51% contre 2,93%) pour un risque plus élevé (2,68% contre 2,37%).

Tableau 2.4 : Rendement réel annuel moyen d'un placement de 40 ans consacré à l'immobilier

	Période 1901-2003		Période 1950-2003	
	Actif indexé sur le prix du logement à Paris	Placement locatif à Paris*	Actif indexé sur le prix du logement à Paris	Placement locatif à Paris**
Moyenne	1,48%	4,33%	5,62%	9,20%
Médiane	2,41%	4,90%	4,66%	9,40%
Ecart type	4,30%	3,91%	2,55%	2,19%
Min	-6,73%	-3,01%	2,78%	6,44%
Max	9,60%	12,04%	9,60%	12,04%

Source : calculs de l'auteur

* 1901-1999

** 1950-1999

Si l'on prend comme horizon de placement l'après-guerre, les stratégies de placement dans l'immobilier semblent assez intéressantes. Le rendement moyen de l'actif indexé sur le prix du

logement à Paris est de 5,62% par an soit un taux assez proche de celui des actions (6,26%)⁶⁴ et bien supérieur à celui des obligations ou de l'actif monétaire (respectivement 2,72% et 1,60%). Cette stratégie apparaît néanmoins nettement plus risquée (un écart type de 2,55% contre 0,95% pour les actions, 0,87% pour les obligations et 0,59% pour l'actif monétaire). En retenant l'horizon temporel du siècle, l'immobilier apparaît nettement préférable aux obligations et à l'actif monétaire. Le rendement moyen est de 1,48% contre -3,68% pour les obligations et -4,48% pour l'actif monétaire. Si l'écart type de la stratégie en immobilier est plus élevé que celui des actions, des obligations et de l'actif monétaire (4,30% contre 2,68% pour les actions, 4,02% pour les obligations et 3,88% pour l'actif monétaire), la moitié des cohortes qui investit dans l'immobilier ont un rendement moyen supérieur à 2,41% contre 1,85% pour les actions, -5,54% pour les obligations et -6,57% pour l'actif monétaire. En considérant le rendement global des placements locatifs, les performances de l'immobilier sont encore plus intéressantes. Sur l'ensemble du siècle, le placement locatif présente un rendement moyen de 4,33% par an pour un risque cependant assez élevé, l'écart type étant proche de 4%⁶⁵. La moitié des cohortes obtient un rendement inférieur à 2,41% par an et le rendement minimal est de -6,73%. Notons que les cohortes d'après-guerre ont un rendement réel moyen supérieur à 9% par an (avec une médiane de 9,40%)

Tableau 2.5 : Rendement réel annuel moyen d'un placement de 40 ans sur le marché américain (actifs libellés en francs français puis en euros)

	Période 1901-2003		Période 1950-2003	
	Actions américaines	Obligations américaines	Actions américaines	Obligations Américaines
Moyenne	6,68%	0,85%	6,29%	1,16%
Médiane	6,55%	0,93%	6,11%	1,03%
Ecart type	1,50%	1,43%	0,65%	1,03%
Min	3,70%	-2,94%	5,16%	-0,46%
Max	10,25%	3,51%	7,43%	2,87%

Source : calculs de l'auteur

Les performances du marché américain sont nettement plus intéressantes que celles du marché français. Sur l'ensemble du siècle, le rendement réel moyen des actions américaines est de 6,68% et la moitié des cohortes reçoit un rendement moyen supérieur à 6,55%, le

⁶⁴ La médiane est néanmoins nettement inférieure. Elle est de 4,66% pour l'actif indexé sur le prix du logement à Paris contre 6,52% pour les actions.

⁶⁵ Ce résultat peut paraître surprenant. Le placement immobilier est en effet souvent considéré comme un placement caractérisé par un risque modéré. Nos résultats montrent que, quelque soit la série retenue (l'actif indexé sur le prix du logement à Paris ou la valeur d'un placement locatif à Paris), le risque associé aux placements immobiliers n'est pas négligeable. Notons aussi que, sur des périodes de placement plus courtes, l'immobilier présente une volatilité plus importante que celles des obligations ou de l'actif monétaire mais beaucoup moins forte que celle des actions. Par exemple, la volatilité du placement immobilier (actif indexé sur le prix du logement à Paris) sur un an mesurée par l'écart type est de 13,78% contre 9,76% pour le marché monétaire, 11,76% pour les obligations et 20,69% pour les actions.

rendement minimal, obtenu par la cohorte 1906, étant proche de 4%. L'écart type est de 1,50% soit nettement inférieur à celui des actions françaises. Si, sur l'ensemble du siècle, les obligations françaises ont un rendement réel moyen négatif (-3,68%), les obligations américaines rapportent en moyenne 0,85% par an et la moitié des cohortes reçoit un rendement supérieur à 0,93%. Le rendement minimal, obtenu par la cohorte 1941, est de -2,94% et le rendement maximal, reçu par la cohorte 1901, est de 3,51%.

Tableau 2.6 : Coefficients de corrélation des rendements cumulés sur 40 ans des actifs américains

	1901/2003	1950/2003
Actions / Obligations (G)	0,790	-0,495
Actions / Obligations (i)*	0,848	-0,340
Obligations (G) / Obligations (i)*	0,988	0,971
Actions / Obligations	0,758	-0,616
Actions / Actif monétaire	0,800	-0,680
Obligations / Actif monétaire	0,993	0,970
Immobilier** / actions	0,810	0,811
Immobilier** / obligations	0,348	-0,916
Immobilier** / actif monétaire	0,429	-0,920
Placement locatif à Paris*** / actions	0,888	0,848
Placement locatif à Paris*** / obligations	0,521	-0,895
Placement locatif à Paris*** / actif monétaire	0,606	-0,910
Actions EU / Actions Fr	-0,120	0,376
Actions EU / Obligations Fr	-0,207	-0,354
Actions EU / Actif Mon. Fr	-0,228	0,266
Actions EU / Immobilier Fr**	-0,149	-0,157
Actions EU / Placement locatif à Paris	-0,162	-0,052
Actions EU / Obligations EU	0,244	0,408
Obligations EU / Actions Fr	0,052	-0,532
Obligations EU / Obligations Fr	0,183	0,910
Obligations EU / Actif Mon. Fr	0,158	0,914
Obligations EU / immobilier Fr**	-0,347	-0,788
Obligations EU / Placement locatif à Paris	-0,343	-0,855

* période 1914-2002 et 1950-2002

** actif fictif indexé sur l'indice du prix du logement à Paris

*** période 1901-1999 et 1950-1999

Source : calculs de l'auteur

En outre, les stratégies de placements mixtes réduisent peu la dispersion des rendements comme le prouve le tableau 2.6. Ainsi, la corrélation des rendements cumulés sur 40 ans

actions-obligations est négative sur l'après-guerre (environ $-0,4$), mais positive sur le siècle (autour de $0,8$ pour les différents types d'obligations). L'immobilier est positivement corrélé aux placements en actions, en obligations, et sur le marché monétaire. Concernant les actifs américains, les actions sont négativement corrélées aux actifs français sur l'ensemble du siècle. Mais les coefficients de corrélation sont assez faibles.

Il semble donc que les stratégies mixtes, et tout particulièrement les stratégies reposant sur les actifs nationaux, réduisent peu les risques de l'épargne retraite.

2.1.4 Les rendements effectifs historiques hors coûts administratifs

Les rendements moyens, calculés dans la sous-section précédente, ne sont qu'une mesure très imparfaite du rendement effectif des placements sur 40 ans dans la mesure où la contribution de l'individu n'a pas lieu qu'en début de période, mais tout au long de celle-ci. Le rendement effectif des placements dépend à la fois de la chronique des rendements et de celle des contributions. Toutes choses égales par ailleurs, il est préférable que les meilleures années en terme de rendement se situent vers la fin de la période d'accumulation et que le taux de croissance des salaires soit le plus élevé possible au début de celle-ci.

Nous calculons dans cette sous-section les rendements effectifs hors coûts administratifs pour les actifs financiers français puis les rendements pour les actifs financiers américains.

• Les rendements effectifs historiques hors coûts administratifs des actifs financiers français

Nous avons fait deux hypothèses pour calculer ces rendements effectifs :

- l'individu épargne une fraction constante de son salaire ;
- le salaire évolue au cours de la phase d'accumulation comme le salaire ouvrier moyen historique.

Les deux hypothèses sont contestables. L'épargne n'est pas constante au cours du cycle de vie, elle est généralement très faible dans les premières années de vie active. En outre, la chronique des salaires moyens est une approximation très imparfaite des profils temporels individuels de salaires. Il est probable que l'évolution des salaires individuels soit plus rapide que celles des salaires moyens, du moins dans les premières années de la vie active. Dans ce cas, notre hypothèse nous conduit probablement à surestimer les contributions dans les premières années de la phase d'accumulation. Il est difficile de fournir une estimation de cette

erreur, en l'absence de données historiques sur les profils individuels de salaires. Comme nous l'avons souligné précédemment lors de la présentation des séries, il aurait été préférable de prendre une série de salaire moyen couvrant l'ensemble des CSP. Mais nous ne disposons pas d'une série fiable sur l'ensemble du siècle.

Précisons la séquence des opérations et les notations. Un individu appartenant à la cohorte t commence à travailler en $t-1$, reçoit son premier salaire w_t en t , et en place une fraction $s\%$ sur un compte d'épargne retraite. Par exemple, la cohorte 1900 est celle qui commence à cotiser en 1900. Le taux de rendement effectif que nous calculons est en quelque sorte un taux de rendement interne, c'est-à-dire le taux de rendement constant qui permet à l'individu d'obtenir la même valeur que son portefeuille historique au bout de 40 ans. Soient $\{R_{t+n}\}$ et $\{g_{t+n}\}$ avec $n = 1, \dots, 39$, les chroniques des taux de rendement et des taux de croissance du salaire moyen de la cohorte t . La valeur du portefeuille initial de la cohorte t est $PF_t^t = sw_t$. Sa dynamique est la suivante :

$$PF_{t+n}^t = PF_{t+n-1}^t (1 + R_{t+n}) + sw_{t+n}$$

pour $n=1,2,\dots,39$. Le taux de rendement effectif de la cohorte t , noté γ_t , est tel que :

$$\overline{PF}_t^t = PF_t^t$$

$$\overline{PF}_{t+n}^t = \overline{PF}_{t+n-1}^t (1 + \gamma_t) + sw_{t+n}$$

$$\overline{PF}_{t+39}^t = PF_{t+39}^t$$

Cette dernière équation s'écrit :

$$PF_{t+39}^t = sw_t \left\{ \prod_{s=1}^{39} (1 + R_{t+s}) + \sum_{n=2}^{38} \prod_{s=n}^{39} (1 + R_{t+s}) \prod_{s=1}^n (1 + g_{t+s}) + \prod_{s=1}^{39} (1 + g_{t+s}) \right\}$$

$$PF_{t+39}^t = sw_t \left\{ (1 + \gamma_t)^{39} + \sum_{n=1}^{39} (1 + \gamma_t)^{39-n} \prod_{s=1}^n (1 + g_{t+s}) \right\} = \overline{PF}_{t+39}^t$$

Elle a une solution unique (et 38 solutions complexes) pour chaque cohorte. Les tableaux 2.7, 2.8 et 2.9 donnent les rendements effectifs des différents placements financiers. Le tableau 2.7 présente les rendements effectifs des actions, des obligations et de l'actif monétaire sur base des données annuelles moyennes, le tableau 2.8 donne les rendements des actions et des obligations calculés à partir des données de fin d'année et le tableau 2.9 présente les résultats des placements immobiliers.

Comme précédemment, nous distinguons le siècle (cohorte : 1901-1964⁶⁶) et l'après-guerre (cohortes 1950-1964).

Les résultats ne sont pas foncièrement différents de ceux obtenus précédemment et on retrouve à nouveau un fort contraste entre l'après guerre et le siècle. Les stratégies de placement en actions sont toujours très performantes (un taux de rendement effectif moyen de 7,64%) et relativement peu risquées (un écart type de 1,20%, avec un minimum de 6,29% et une médiane de 7,36%) pour les 15 cohortes d'après guerre. A l'horizon du siècle, les performances sont plus faibles (3,34%) et le risque plus élevé (un écart type de 3,42%, un minimum de -5,07% avec la moitié des valeurs en dessous de 3,22%). Notons que les taux de rendement effectifs sont supérieurs aux taux de rendement cumulés dans les deux cas. Ce n'est pas étonnant pour la génération d'après-guerre : en raison du boom boursier des années 80 et 90, toutes les cohortes bénéficient d'au moins 4 années de rendements exceptionnels (+30%) dans les dix dernières années d'accumulation, avec des pics à 60% en 1986, 53% en 1983 et 51,5% en 1999. Les cohortes les plus favorisées sont celles qui bénéficient des booms de 1983-1986 et 1996-1999. La série de fin d'année (tableau 2.8) donne des résultats très similaires (un rendement effectif de 3,78% pour les cohortes 1901-1964 pour une médiane de 3,38%, un écart type de 3,05% ; ces mêmes indicateurs sont respectivement de 7,77%, 7,53% et 1,25% pour les cohortes 1950-1964).

Tableau 2.7 : Rendements effectifs des actions, des obligations et de l'actif monétaire – (données annuelles moyennes)

	Cohortes 1901-2003			Cohortes 1950-2003		
	Actions	Obligations	Actif monétaire	Actions	Obligations	Actif monétaire
Moyenne	3,34%	-2,45%	-3,40%	7,64%	4,38%	2,64%
Ecart type	3,42%	5,94%	5,99%	1,20%	1,15%	0,59%
Min	-5,07%	-18,48%	-20,70%	6,29%	2,58%	1,33%
Q1	1,46%	-4,80%	-6,01%	6,70%	3,42%	2,34%
Médiane	3,22%	-1,72%	-1,39%	7,36%	4,67%	2,98%
Q3	6,43%	2,08%	1,10%	8,33%	5,44%	3,05%
Max	10,33%	5,67%	3,09%	10,33%	5,67%	3,09%

Source : calculs de l'auteur

Pour l'après-guerre, les taux de rendement effectifs moyens des placements obligataires ne sont pas très éloignés de ceux des actions pour les obligations (i) (6,01% contre 7,77%), avec

⁶⁶ Par convention, le salaire de la cohorte 1900 est placé en fin d'année.

un respectable 3,99% pour les obligations d'Etat (4,38% pour la série annuelle moyenne des obligations) et ce, pour un risque faible : pour les obligations (i), l'écart type est de 0,6%, le minimum de 5,05% et la médiane de 6,3%. Pour les obligations d'Etat, les mêmes mesures donnent, respectivement, 1,07%, 2,28% et 4,31% (1,15%, 2,58% et 4,67% pour la série annuelle moyenne). Les performances des placements obligataires sont donc nettement meilleures lorsqu'on les mesure à l'aune des taux de rendements effectifs. En raison de l'excellente performance du marché obligataire depuis 1982, les cohortes d'après-guerre bénéficient toutes d'excellents rendements dans les dix dernières années d'accumulation.

A l'horizon du siècle, les performances des placements obligataires sont mauvaises. Les taux de rendements effectifs moyens sont de -2,76% pour les obligations d'Etat (-2,45% pour la série annuelle moyenne des obligations) et de 0,94% pour les obligations (i). Le risque est très élevé. Pour les obligations (G), l'écart type est de 5,76%, avec un minimum de -18,61% pour la cohorte 1909, et une médiane de -2,34%. Pour les obligations (i), l'écart type est de 4,40%, le minimum de -9,89% pour la cohorte 1913, et la médiane de 0,22%. Ce n'est pas étonnant, dans la mesure où les rendements effectifs sont négatifs pour toutes les cohortes jusqu'en 1945 pour les obligations (G) (1937 pour les obligations (i)). L'effondrement du marché obligataire est particulièrement cruel pour les générations qui prennent leur retraite entre 1945 et 1950.

Concernant le marché monétaire, le contraste entre l'après guerre et le siècle est tout aussi manifeste. Pour les cohortes 1949-1964, le taux de rendement effectif moyen est de 2,64%, soit un rendement moyen nettement inférieur à celui des actions et des obligations, avec une médiane de 2,98% pour un risque relativement faible, l'écart type étant de 0,59%. A l'horizon du siècle, le marché monétaire présente des performances catastrophiques. Le taux de rendement effectif est largement négatif (-3,40%) avec un minimum de -20,70% pour la cohorte 1909. Le rendement effectif est inférieur à -6,01% pour une cohorte sur quatre. Les générations les plus touchées par l'effondrement du marché monétaire sont celles partant en retraite entre 1941 et 1948. Les rendements effectifs ne deviennent positifs qu'à partir de 1945.

L'une des explications du contraste entre la période d'après-guerre et le siècle réside dans le profil de salaire des différentes cohortes.

Les cohortes d'après-guerre bénéficient d'un profil de salaire plus favorable dans la mesure où les salaires, qui globalement stagnent pendant la première moitié du siècle, sont multipliés

par 3,2 de 1950 à 1980⁶⁷. Cet effet est particulièrement favorable aux cohortes débutant leur vie active entre 1950 et 1970, dont le salaire est multiplié par deux dans les dix premières années de la phase d'accumulation.

**Tableau 2.8 : Rendements effectifs des actions et des obligations –
(données de fin d'année)**

	Cohortes 1901-2003			Cohortes 1950-2003		
	Actions	Obligations (G)	Obligations (i)	Actions	Obligations (G)	Obligations (i)
Moyenne	3,78%	-2,76%	0,94%	7,77%	3,99%	6,01%
Ecart type	3,05%	5,76%	4,40%	1,25%	1,07%	0,60%
Min	-3,41%	-18,61%	-9,89%	6,35%	2,28%	5,05%
Q1	2,28%	-4,86%	-1,63%	6,67%	3,22%	5,55%
Médiane	3,38%	-2,34%	0,22%	7,53%	4,31%	6,30%
Q3	6,35%	1,59%	5,10%	8,20%	4,88%	6,45%
Max	10,23%	5,18%	6,76%	7,77%	3,99%	6,01%

Source : calculs de l'auteur

Les stratégies de placement en actif indexé sur le prix du logement à Paris sont beaucoup plus performantes que les stratégies de placements obligataires et monétaires. Si, sur l'ensemble du siècle, les rendements effectifs moyens des placements en obligations ou en actif monétaire sont négatifs, celui de l'actif indexé sur le prix des logements à Paris est de 2,4%, soit un taux qui n'est pas très éloigné de celui des actions (3,44%). Par contre, ce placement s'avère plus risqué que celui en actions : pour l'immobilier, l'écart type est de 5,67%, le minimum de -13,41%, la médiane de 4,05% alors que pour les actions, les mêmes indicateurs donnent respectivement 3,42%, -5,07% et 3,22%.

Pour l'après-guerre, l'immobilier présente des résultats intermédiaires à ceux des obligations et de l'actif monétaire. Le taux de rendement effectif moyen de l'immobilier est de 3,44% contre 2,64% pour le placement monétaire et 4,38% pour le placement obligataire. L'immobilier apparaît plus risqué que le placement obligataire pour les quinze dernières cohortes étudiées (pour l'immobilier, l'écart type est de 2,15% et la médiane de 2,52%, alors que pour les obligations, ces mesures sont respectivement de 1,15% et de 4,67%).

⁶⁷ En choisissant 1900 comme année de base, les salaires sont de 118 en 1950, 208 en 1960, 297 en 1970, 383 en 1980.

Tableau 2.9 : Rendements effectifs des placements immobiliers

	Période 1901-2003		Période 1950-2003	
	Actif indexé sur le prix du logement à Paris	Placement locatif à Paris	Actif indexé sur le prix du logement à Paris	Placement locatif à Paris
Moyenne	2,39%	5,20%	3,44%	7,02%
Ecart type	5,67%	4,92%	2,15%	2,24%
Min	-13,41%	-6,92%	1,09%	4,32%
Q1	-0,46%	2,12%	1,74%	4,84%
Médiane	4,05%	7,14%	2,52%	6,84%
Q3	7,06%	9,19%	5,29%	9,29%
Max	7,63%	9,86%	6,81%	9,86%

Source : calculs de l'auteur

Le placement locatif offre des performances encore plus intéressantes. Sur l'ensemble du siècle, le rendement effectif moyen est de 5,20% (soit un rendement moyen supérieur de 1,86 points à celui des actions) et la moitié des cohortes bénéficie d'un rendement effectif supérieur à 7,14%. Cependant la volatilité de ces placement est très forte, l'écart type étant très proche de la moyenne (4,92%) avec un rendement minimal de -6,92% obtenu par la cohorte 1909⁶⁸. Concernant les quinze dernières cohortes, le rendement effectif moyen est encore plus élevé (7,02%) mais pour une volatilité moins importante (un écart type de 2,24%), ces cohortes ayant toutes des rendements effectifs supérieurs à 4%.

• Les rendements effectifs historiques hors coûts administratifs des actifs financiers américains

Après avoir calculé les rendements effectifs historiques des actifs français, nous calculons maintenant les rendements effectifs des actions et des obligations américaines. Comme nous l'avons souligné dans le chapitre introductif de cette thèse, les portefeuilles gérés aujourd'hui par les fonds de pension ont une composante internationale assez marquée.

Nous reprenons les mêmes hypothèses que celles retenues précédemment dans le calcul des rendements effectifs historiques hors coûts administratifs des actifs financiers français. Mais l'individu a maintenant la possibilité de placer sa cotisation sur le marché américain. Cette cotisation est donc convertie en dollar chaque année. A la fin de la phase d'accumulation, l'épargnant retire la totalité de son portefeuille et la convertit en francs.

⁶⁸ Les cohortes 1906-1915 ont des rendements effectifs négatifs.

Soient $\{R_{t+n}\}$ et $\{g_{t+n}\}$ avec $n = 1, \dots, 39$, les chroniques des taux de rendement et des taux de croissance du salaire moyen de la cohorte t . Soit $tc r_t = e \frac{P_t^*}{P_t}$, e désignant le taux de change nominal côté à l'incertain (1 dollar = e francs), P_t^* les prix américains, P_t les prix français, et τ_t le taux de croissance du taux de change réel entre $t-1$ et t .

La valeur du portefeuille initial de la cohorte t est $PF_t^t = sw_t \frac{1}{tc r_t}$. Sa dynamique est la suivante :

$$PF_{t+n}^t = PF_{t+n-1}^t (1 + R_{t+n}) + sw_{t+n} \frac{1}{tc r_{t+n}}$$

$$PF_{t+39}^t = \left(PF_{t+38}^t (1 + R_{t+39}) + sw_{t+39} \frac{1}{tc r_{t+39}} \right) tc r_{t+39}$$

pour $n=1, 2, \dots, 39$. Le taux de rendement effectif de la cohorte t , noté γ_t , est tel que :

$$\overline{PF}_t^t = sw_t$$

$$\overline{PF}_{t+n}^t = \overline{PF}_{t+n-1}^t (1 + \gamma_t) + sw_{t+n}$$

$$\overline{PF}_{t+39}^t = PF_{t+39}^t$$

Cette dernière équation s'écrit :

$$PF_{t+39}^t = \frac{sw_t}{tc r_t} \left\{ \prod_{s=1}^{39} (1 + R_{t+s}) + \sum_{n=2}^{38} \prod_{s=n}^{39} (1 + R_{t+s}) \prod_{s=1}^n \left(\frac{1 + g_{t+s}}{1 + \tau_{t+s}} \right) + \prod_{s=1}^{39} \left(\frac{1 + g_{t+s}}{1 + \tau_{t+s}} \right) \right\} tc r_{t+39}$$

$$PF_{t+39}^t = sw_t \left\{ (1 + \gamma_t)^{39} + \sum_{n=1}^{39} (1 + \gamma_t)^{39-n} \prod_{s=1}^n (1 + g_{t+s}) \right\} = \overline{PF}_{t+39}^t$$

Elle a une solution unique (et 38 solutions complexes) pour chaque cohorte.

Tableau 2.10 : Rendements effectifs des actifs américains

	Actions américaines		Obligations américaines	
	1900-1964	1949-1964	1900-1964	1949-1964
Moyenne	6,90%	6,87%	1,02%	3,00%
Quartile 1	5,31%	5,34%	0,04%	1,73%
Médiane	6,91%	5,97%	1,03%	2,81%
Quartile 3	8,87%	8,34%	2,26%	4,41%
Ecart type	2,03%	1,91%	2,16%	1,49%
Max	10,24%	10,24%	5,56%	5,56%
Min	3,23%	4,76%	-4,53%	0,98%

Source : calculs de l'auteur

Nous remarquons à nouveau dans le tableau 2.10 que les résultats ne sont pas très différents de ceux obtenus précédemment en calculant les rendements réels sur 40 ans. La stratégie de placement en actions est très performante (un taux de rendement effectif moyen de 6,90%) pour un risque modéré (un écart type de 2,03%). Une cohorte sur deux reçoit un taux de rendement effectif supérieur à 6,91%. Notons les très bonnes performances pour les cohortes 1912-1934 qui ont des rendements effectifs supérieurs à 7%. Ces cohortes bénéficient notamment de quelques années de rendements exceptionnels (+30%) durant les dernières années de la phase d'accumulation (38,75% pour l'année 1928, 49,07% pour l'année 1949, 51,48% pour l'année 1934, 54,11% pour l'année 1936, 30,80% pour l'année 1937, 35,79% pour l'année 1946, 47,36% pour l'année 1955 et 37,79% pour l'année 1959). Notons enfin que le rendement moyen obtenu par les quinze dernières cohortes est très proche de celui calculé pour l'ensemble des cohortes de notre étude (6,87%).

Concernant les obligations, le taux de rendement effectif moyen est de 1,02% sur l'ensemble du siècle, pour un écart type très proche de celui des actions (2,16%). Une cohorte sur quatre a un taux de rendement effectif négatif. Les quinze dernières cohortes étudiées reçoivent un taux de rendement effectif moyen plus élevé (3,00%) pour un risque moindre (l'écart type est de 1,49%). Notons d'ailleurs que si 50% des cohortes 1900-1964 ont un rendement effectif inférieur à 1,03%, la moitié des cohortes 1949-1964 bénéficient d'un rendement effectif supérieur à 2,81%.

Afin de distinguer le risque de la phase d'accumulation et le risque de change, nous avons calculé les rendements effectifs hors coûts administratifs en supposant un taux de change fixe. La valeur du portefeuille à la fin de la phase d'accumulation peut donc être écrite de la façon suivante :

$$PF_{t+39}^t = \frac{sw_t}{tcr} \left\{ \prod_{s=1}^{39} (1 + R_{t+s}) + \sum_{n=2}^{38} \prod_{s=n}^{39} (1 + R_{t+s}) \prod_{s=1}^n \left(\frac{1 + g_{t+s}}{1 + \tau_{t+s}} \right) + \prod_{s=1}^{39} \left(\frac{1 + g_{t+s}}{1 + \tau_{t+s}} \right) \right\} \overline{tcr}$$

$$PF_{t+39}^t = sw_t \left\{ (1 + \gamma_t)^{39} + \sum_{n=1}^{39} (1 + \gamma_t)^{39-n} \prod_{s=1}^n (1 + g_{t+s}) \right\} = \overline{PF}_{t+39}^t$$

avec \overline{tcr} exprimant le taux de change fixe. Pour nos simulations, nous avons fixé le taux de change à sa valeur historique de 1900 ($\overline{tcr}=5,1528$).

Tableau 2.11 : Rendements effectifs historiques et taux de change fixe

	Actions américaines		Obligations américaines	
	1900-1964	1949-1964	1900-1964	1949-1964
Moyenne	6,96%	7,05%	1,17%	3,10%
Quartile 1	5,53%	6,15%	0,04%	2,62%
Médiane	6,52%	6,54%	0,84%	3,29%
Quartile 3	8,57%	8,00%	2,49%	3,73%
Ecart type	1,69%	1,25%	1,69%	0,80%
Max	9,58%	9,32%	4,26%	4,26%
Min	4,11%	5,59%	-2,77%	1,76%

Source : calculs de l'auteur

Sur le siècle, l'impact du taux de change est assez faible (Tableau 2.11). En supposant un taux de change fixe, la stratégie de placement en actions (en obligations) a un rendement effectif moyen de 6,96% (1,17%) contre 6,90% (1,02%) pour le scénario construit à partir de la série de change historique. La différence est légèrement plus forte concernant le rendement effectif médian (6,52% contre 6,91% pour un portefeuille d'actions américaines, 0,84% contre 1,03% pour un portefeuille d'obligations américaines).

L'impact du taux de change est important pour 2 cohortes. Les variations du taux de change durant la phase d'accumulation permettent à la cohorte 1909 d'avoir un rendement effectif supérieur de plus de 2 points à ce qu'elle aurait eu sans variation du taux de change (6,96% contre 4,88% pour un portefeuille d'actions). Par contre, les variations du taux de change sont

particulièrement défavorables à la cohorte 1906 : le rendement effectif historique d'un portefeuille d'obligations est de $-0,46\%$ alors qu'il est de $2,36\%$ dans notre scénario de change fixe.

2.2 Les taux de remplacement historiques

Nous utilisons les données présentées dans la section précédente pour évaluer les taux de remplacement historiques qu'aurait pu procurer la capitalisation. Ce régime de retraite fictif, reposant sur la capitalisation, est un système à cotisations définies et à prestations non définies. La période couverte est de plus d'un siècle : 1901-2003. Dans une première sous-section, nous calculons les taux de remplacement historiques pour trois types de portefeuilles à support unique (actions, obligations et actif monétaire) dans un scénario de référence puis dans une seconde sous section, nous estimons la robustesse de ces résultats en simulant différents scénarii alternatifs concernant les frais administratifs et les conditions de cotisation.

2.2.1 Les taux de remplacement historiques : le scénario de référence

Dans cette section, nous limitons l'analyse aux portefeuilles à support unique. Ces portefeuilles peuvent être investis dans l'un des trois principaux actifs français : les actions, les obligations et l'actif monétaire.

Le calcul des taux de remplacement historiques repose sur un certain nombre d'hypothèses. Pour chaque cohorte étudiée, un individu représentatif investit pendant 40 ans une fraction constante de son salaire sur un compte d'épargne bloqué. Cette épargne est placée sur la place financière de Paris (les supports possibles sont les actions, les obligations, et l'actif monétaire). Le capital accumulé au bout de 40 ans est consacré à l'achat d'une rente viagère au taux de 5%.

Rappelons la séquence des opérations et les notations.

Un individu appartenant à la cohorte t commence à travailler en $t-1$, reçoit son premier salaire w_t en t , et en place une fraction $s = 10\%$ sur un compte d'épargne retraite. L'individu prend

sa retraite en $t + 39$ après avoir effectué un dernier versement. Le portefeuille est alors liquidé, et consacré à l'achat d'une rente viagère. La première annuité est perçue en $t + 40$.

Soit PF_{t+n}^t le portefeuille en $t + n$ d'un individu appartenant à la cohorte t .

En t , $PF_t^t = sw_t(1 - c_p)$ où c_p désigne les frais de gestion prélevés sur la prime. En $t + 1$:

$$PF_{t+1}^t = PF_t^t(1 + R_{t+1} - c_r) + sw_{t+1}(1 - c_p)$$

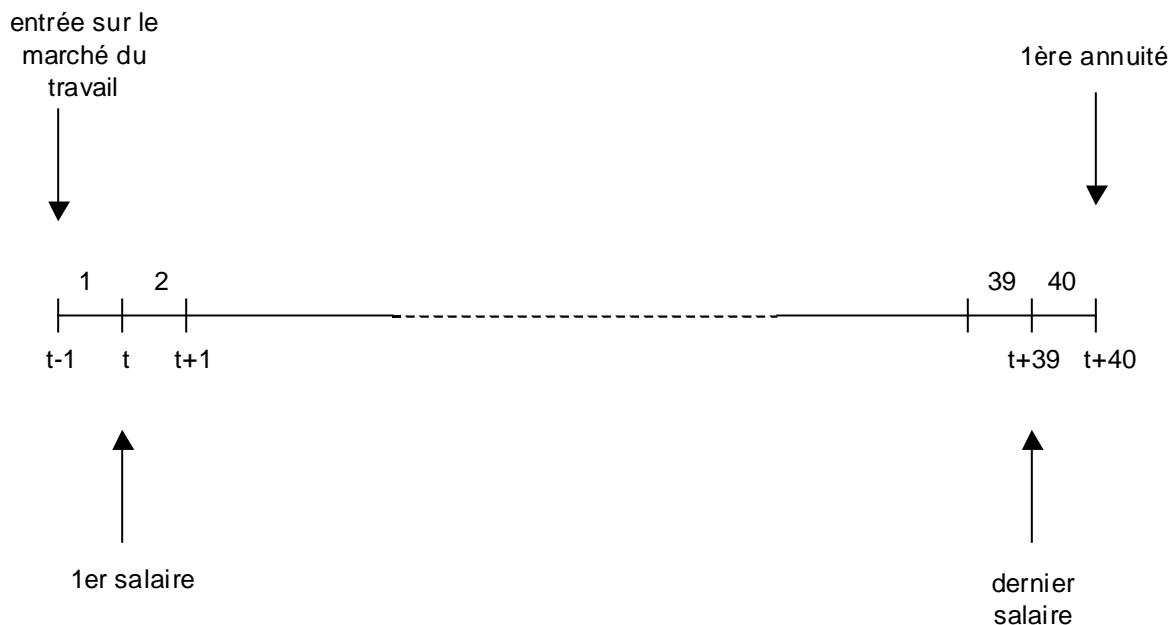
où R_{t+1} désigne le taux de rendement du portefeuille entre t et $t + 1$ et c_r les frais de gestion prélevés annuellement sur le portefeuille. Par récurrence, en $t + n$:

$$PF_{t+n}^t = PF_{t+n-1}^t(1 + R_{t+n} - c_r) + sw_{t+n}(1 - c_p)$$

$$PF_{t+n}^t = sw_{t+n}(1 - c_p) \left\{ \sum_{n=1}^n \prod_{s=n}^n \frac{1 + R_{t+s} - c_r}{1 + g_{t+s}} + 1 \right\}$$

où $g_{t+s} = \frac{w_{t+s}}{w_{t+s-1}} - 1$ est le taux de croissance du salaire moyen ouvrier.

Schéma 1 : séquence des opérations



Nous faisons l'hypothèse que les frais de gestion du portefeuille sont de 5% sur la prime et 1% sur le portefeuille. Ces frais sont ceux annoncés par l'AFER en 2005. Ils comprennent le

coût d'achat de la rente viagère. Ces frais sont loin d'être négligeables : ils réduisent les annuités d'un montant compris entre 20% et 30%.

La rente viagère est achetée aux conditions proposées par l'AFER en 2005. Soit pour un taux technique de 2,5%, un taux de conversion (le ratio entre l'annuité et la valeur du portefeuille) de 5% pour un individu prenant sa retraite à 62 ans⁶⁹. Rappelons que le taux de conversion est calculé, en théorie, de manière à égaliser la valeur du portefeuille et la valeur espérée de la rente (actualisée au taux technique), compte tenu des probabilités de décès à chaque âge. En pratique, la valeur espérée de la rente est toujours inférieure à celle du portefeuille lors de la liquidation, en raison des frais de gestion, des obligations légales des compagnies d'assurance-vie (qui les obligent à constituer d'importantes réserves), des problèmes spécifiques aux secteurs de l'assurance (comme l'anti-sélection ou le risque de longévité) et d'une certaine concentration du secteur.

De manière classique, nous définissons le taux de remplacement comme le ratio entre la rente en $t + 40$ et le dernier salaire brut perçu. Le taux de remplacement de la cohorte t s'écrit donc :

$$\theta^t = \rho s(1 - c_p) \left\{ \sum_{n=1}^{39} \prod_{s=n}^{39} \frac{1 + R_{t+s} - c_r}{1 + g_{t+s}} + 1 \right\}$$

où ρ est le taux de conversion proposé par la compagnie d'assurance vie. θ^t est une fonction croissante des rendements R_{t+n} décroissante des taux de croissance du salaire g_{t+n} et des coûts administratifs c_p et c_r . Soulignons que pour un taux d'épargne constant au cours du temps, le taux de remplacement est une fonction linéaire de ce taux d'épargne.

Les résultats sont présentés dans les tableaux 2.12 et 2.13 et représentés par les figures 2.5 et 2.6. Les tableaux 2.14 et 2.15 synthétisent la distribution des taux de remplacement historiques.

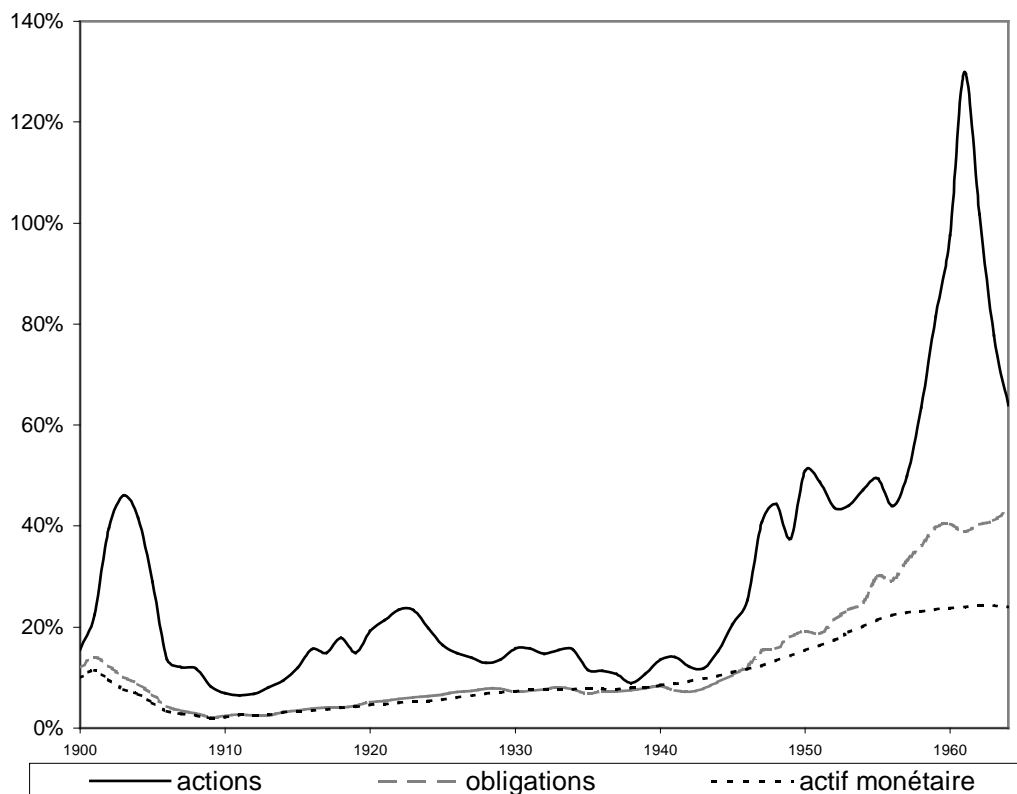
⁶⁹ Notons que le contrat de l'AFER que nous avons pris en référence offre une annuité semi-variable : la compagnie d'assurance garantit une annuité de 5% du portefeuille, mais la valeur de celui-ci est ajustée à la hausse les années où le rendement du portefeuille géré par la compagnie dépasse 2,5%.

**Tableau 2.12 : Taux de remplacement avec portefeuille à support unique
(données annuelles moyennes)**

	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	Actions	Obligations	Actif monétaire	Actions	Obligations	Actif monétaire
Moyenne	29,08%	12,98%	10,15%	64,44%	31,15%	21,02%
Ecart type	25,48%	11,72%	6,97%	26,34%	9,15%	3,44%
Min	6,45%	2,24%	2,04%	37,50%	18,09%	14,39%
Q1	12,87%	5,86%	5,10%	46,34%	22,96%	18,60%
Médiane	15,73%	7,74%	7,76%	50,35%	31,62%	22,62%
Q3	43,64%	15,78%	13,47%	78,71%	39,89%	23,79%
Max	129,88%	43,53%	24,26%	129,88%	43,53%	24,26%

Source : calculs de l'auteur

**Figure 2.5 : Taux de remplacement avec portefeuille à support unique
(données annuelles moyennes)**



**Tableau 2.13 : Taux de remplacement avec portefeuille à support unique
(données de fin d'année)**

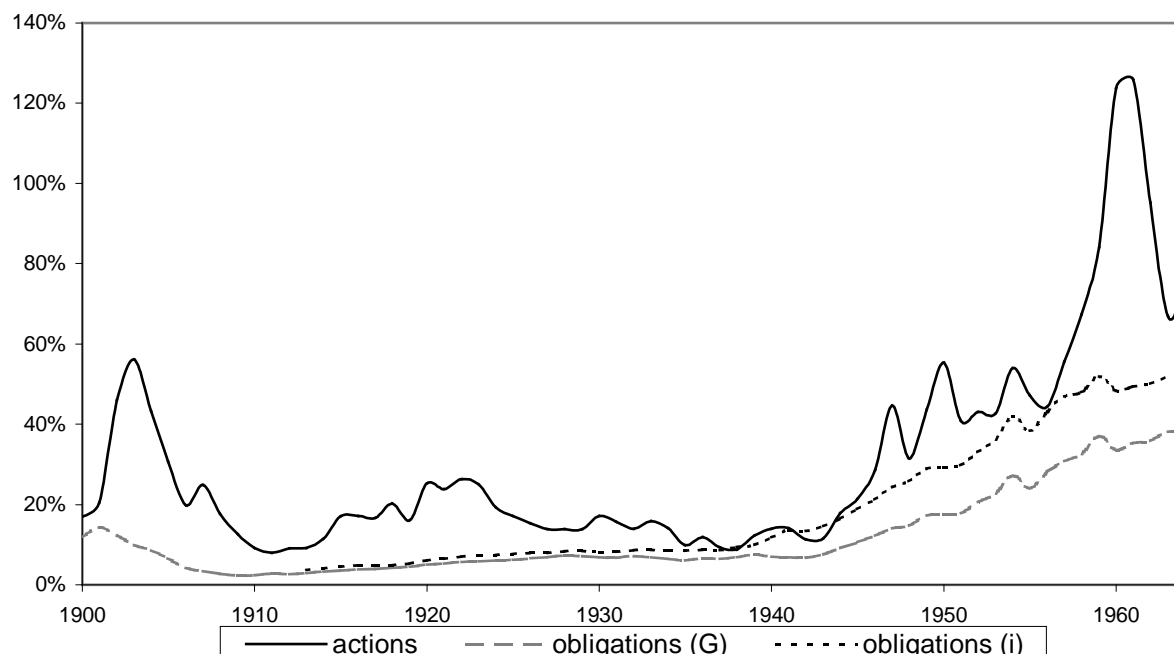
	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	Actions	Obligations (G)	Obligations (i)*	Actions	Obligations (G)	Obligations (i)**
Moyenne	30,82%	12,12%	19,27%	66,51%	28,58%	41,83%
Ecart type	26,16%	10,55%	16,05%	27,77%	7,70%	8,58%
Min	8,00%	2,22%	3,70%	40,78%	17,25%	28,92%
Q1	13,92%	5,66%	7,79%	44,22%	22,21%	34,63%
Médiane	19,34%	6,91%	9,37%	55,44%	29,45%	43,07%
Q3	43,23%	14,77%	29,54%	76,65%	35,51%	48,92%
Max	125,92%	38,21%	52,02%	125,92%	38,21%	52,02%

*cohortes 1913-1963

** cohortes 1949-1963

Source : calculs de l'auteur

**Figure 2.6 : Taux de remplacement avec portefeuille à support unique
(données de fin d'année)**



L'évolution des taux de remplacement reflète l'évolution du marché. Pour les actions, le tournant se situe dans les années 1947-1948. Toutes les cohortes d'avant 1947 ont un taux de remplacement inférieur à 40% (à l'exception des cohortes 1903-1904 qui sortent pendant le boom du début des années 40). Les 5 cohortes 1910-1914 ont moins de 10% (en raison de l'effondrement du marché à la libération). 50% de ces cohortes ont un taux de remplacement inférieur à 15,73%. A l'inverse, toutes les cohortes ayant commencé à épargner à partir de 1949 ont plus de 40%. La moyenne est de 64,44%, avec une médiane à 50,35% (pour les cohortes 1949-1964). 25% des quinze dernières cohortes étudiées ont un taux de remplacement supérieur à 78,71%. Le maximum est atteint pour les cohortes 1960-1961 qui sortent pendant le boom de la fin des années 90 (près de 130%).

En ce qui concerne les portefeuilles composés exclusivement d'obligations, les résultats sont analogues. Quelque soit le type d'obligation, toutes les cohortes ont un taux de remplacement inférieur à 20% avant 1952 pour les obligations d'Etat (1946 pour les obligations (i)). La moyenne est de 12,1% pour les obligations d'Etat et 19,3% pour les obligations (i) sur le siècle, avec une médiane inférieure à 10% dans les 2 cas. Les cohortes 1908-1913 ont d'ailleurs un taux de remplacement inférieur à 3% avec les obligations d'Etat. L'après guerre est, là aussi, beaucoup plus favorable aux obligations puisque toutes les cohortes ont un taux de remplacement supérieur à 20% à partir de 1952 (1946 pour les obligations (i)). En outre la médiane est de 29,45% pour les obligations d'Etat (43,07% pour les obligations (i)). Notons que les 5 dernières cohortes (1959-1964) ayant investi dans les obligations (i) bénéficient de taux de remplacement proches de 50% (35% pour les 6 dernières cohortes (1959-1964) ayant investi dans les obligations d'Etat).

Soulignons enfin que le taux de remplacement offert par un portefeuille investi en obligations est toujours inférieur à celui procuré par un portefeuille investi en actions (-11 points en moyenne pour les obligations (i), -19 points pour les obligations d'Etat sur le siècle).

Si l'on prend comme période de placement l'après guerre, les portefeuilles composés uniquement d'actions apparaissent les plus recommandables. Ils permettent d'obtenir un taux de remplacement moyen proche de 65% contre 31% pour les portefeuilles obligataires et 21% pour les portefeuilles monétaires. Le minimum est de plus de 37%, et plus de 20% des cohortes obtiennent un taux de remplacement supérieur à 78%.

En prenant un horizon temporel d'un siècle, les performances de la capitalisation apparaissent nettement moins favorables. Le taux de remplacement moyen obtenu à partir d'investissements en actions n'est plus que de 29%, et la médiane dépasse à peine les 15% contre 50,35% sous la période 1949-1964. 25% des cohortes obtiennent un taux de

remplacement inférieur à 12,87%. Avant 1947, aucune cohorte ne reçoit un taux de remplacement supérieur à 50%. Les résultats sont encore plus médiocres pour les portefeuilles obligataires et monétaires. Avec un investissement obligataire, 50% des cohortes obtiennent un taux de remplacement inférieur à 8% et seules 4 cohortes ont un taux de remplacement supérieur à 40% (les cohortes 1960, 1962, 1963 et 1964). Quant à l'investissement monétaire, 75% des cohortes ont un taux de remplacement inférieur à 13,47% et aucune ne reçoit un taux supérieur à 25%, la moyenne dépassant à peine les 10%.

Nous pouvons enfin souligner que le taux de remplacement offert par un portefeuille investi en actions est toujours supérieur à celui procuré par un portefeuille investi uniquement en obligations ou en actif monétaire.

Les taux de remplacement procurés par un portefeuille investi exclusivement sur le marché monétaire sont assez faibles. Le taux de remplacement moyen est à peine supérieur à 21% et le taux maximal ne dépasse pas 25%. La dispersion des taux est assez faible : les quartiles sont en effet très proches : le premier quartile est de 18,60% et le troisième est de 23,79%. 50% des cohortes reçoivent un taux de remplacement inférieur à 22,62%.

A travers ces différents résultats, nous retrouvons l'une des conclusions de Arbulu et al. [2001 et 2002] : les obligations, tout comme l'actif monétaire, ne sont pas une alternative aux actions sur longue période.

Tableau 2.14 : Distribution des taux de remplacement – portefeuilles à support unique

	Distribution des taux de remplacement					
	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
Taux de remplacement	Actions	Obligations	Actif monétaire	Actions	Obligations	Actif monétaire
0-30	67,7%	86,2%	100%	0%	43,7%	100%
30-60	21,5%	13,8%	0%	56,3%	56,3%	0%
>60	10,8%	0%	0%	43,7%	0%	0%

Source : calculs de l'auteur

Le contraste entre l'ensemble du siècle et l'après-guerre est saisissant. Sur l'ensemble du siècle, près de 70% des cohortes ont un taux de remplacement inférieur à 30% (plus de 86% pour les obligations) alors que toutes les cohortes 1949-1964 reçoivent un taux de remplacement supérieur à 30% (près de 6 cohortes sur 10 pour les obligations) et les sept dernières cohortes obtiennent un taux supérieur à 60%. Concernant l'investissement monétaire, aucune cohorte ne reçoit une pension supérieure à 30% du dernier salaire perçu.

Tableau 2.15 : Distribution des taux de remplacement – portefeuilles à support unique

	Distribution des taux de remplacement					
	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
Taux de remplacement	Actions	Obligations (G)	Obligations (i)	Actions	Obligations (G)	Obligations (i)
0-30	66,2%	87,7%	76,5%	0%	50%	20%
30-60	23,1%	12,3%	23,5%	56,3%	50%	80%
>60	10,7%	0%	0%	43,7%	0%	0%

Source : calculs de l'auteur

Les résultats obtenus avec les données de fin d'année sont similaires.

Si seulement 33,8% des cohortes 1900-1964 investissant leur portefeuille en actions bénéficient d'un taux de remplacement supérieur à 30%, aucune des quinze dernières cohortes n'a un taux de remplacement inférieur à 30% et 43,7% ont un taux de remplacement supérieur à 60%. Concernant les obligations (i), douze des quinze dernières cohortes (50% des cohortes 1949-1964 pour les obligations (G)) ont un taux de remplacement compris entre 30% et 60% alors que 76,5% des cohortes 1900-1964 (87,7% des cohortes 1900-1964 pour les obligations (G)) ont un taux de remplacement inférieur à 30%.

2.2.2 Sensibilité aux différentes hypothèses retenues

Les taux de remplacement historiques dépendent d'un certain nombre d'hypothèses concernant les frais administratifs ou les conditions de cotisations. Rappelons brièvement les principales hypothèses de notre scénario de référence : l'individu épargne pendant 40 ans 10% de son salaire sur un compte d'épargne bloqué. Cette épargne est investie sur la place financière de Paris. Les frais administratifs et les coûts de gestion sont évalués à respectivement 5% des cotisations et 1% des rendements annuels. A la fin de la phase d'accumulation, le capital est converti en rente viagère.

Dans cette section, nous calculons les taux de remplacement historiques obtenus suivant différents scénarii concernant les frais administratifs, les coûts de gestion, la durée de cotisation, le taux de cotisation et les différentes modalités de conversion du capital accumulé en rente viagère. Les résultats de ces scénarii alternatifs sont comparés à ceux obtenus dans le cadre de notre scénario de référence. Nous limitons l'analyse à trois actifs financiers : les

actions, les obligations et l'actif monétaire⁷⁰. Après avoir testé ces différents scénarii alternatifs, nous estimons la générosité du système de retraite par d'autres indicateurs que le taux de remplacement : le ratio d'accumulation, le taux de rendement interne, le délai de récupération et le taux de récupération.

2.2.2.1 Sensibilité aux frais administratifs et aux coûts de gestion : comparaison de différentes mesures

Notre premier scénario alternatif suppose une absence de frais administratifs et de coût de gestion. Nous reprenons ainsi l'une des hypothèses faites par Burtless [2000] pour calculer les taux de remplacement historiques aux Etats-Unis. Bien que peu réaliste, ce cas polaire permet néanmoins d'estimer l'impact des frais administratifs et des coûts de gestion (Tableau 2.16). En l'absence de frais administratifs et de coûts de gestion, la dynamique du portefeuille est la suivante :

Soit PF_{t+n}^t le portefeuille en $t+n$ d'un individu appartenant à la cohorte t .

En t , $PF_t^t = sw_t$

En $t+1$: $PF_{t+1}^t = PF_t^t (1 + R_{t+1}) + sw_{t+1}$

Où R_{t+1} désigne le taux de rendement du portefeuille en t et $t+1$.

Par récurrence, en $t+n$:

$$PF_{t+n}^t = PF_{t+n-1}^t (1 + R_{t+n}) + sw_{t+n}$$

$$PF_{t+n}^t = sw_{t+n} \left(\sum_{n=1}^n \prod_{s=n}^n \frac{1 + R_{t+s}}{1 + g_{t+s}} + 1 \right)$$

avec rappelons $g_{t+s} = \frac{w_{t+s}}{w_{t+s-1}} - 1$ désignant le taux de croissance du salaire moyen ouvrier.

Ce scénario met évidence un impact non négligeable des frais administratifs et des coûts de gestion sur les taux de remplacement historiques (Tableau 2.16).

Concernant les cohortes 1949-1964, huit d'entre elles ont un taux de remplacement supérieur à 64% en investissant la totalité de leur portefeuille en actions. Ce taux de remplacement médian n'est que de 50,35% dans notre scénario de référence. Douze des seize dernières cohortes obtiennent un taux de remplacement supérieur à 100%.

⁷⁰ Afin de pouvoir comparer les résultats obtenus à partir de ces actifs, nous prenons les séries annuelles moyennes pour les actions et les obligations.

Tableau 2.16 : Taux de remplacement historiques - absence de frais administratifs et de coûts de gestion

	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	Actions	Obligations	Actif monétaire	Actions	Obligations	Actif monétaire
Moyenne	37,22%	15,99%	12,40%	83,41%	39,34%	26,46%
Ecart type	33,30%	15,10%	8,99%	34,81%	12,15%	4,65%
Q1	16,09%	6,67%	5,78%	59,16%	28,47%	23,09%
Médiane	19,94%	9,07%	9,26%	64,45%	39,64%	28,41%
Q3	55,63%	19,26%	16,49%	103,52%	50,63%	30,24%
Max	168,94%	56,32%	31,06%	168,94%	56,32%	31,06%
Min	8,20%	2,65%	2,37%	47,81%	22,15%	17,66%

Source : calculs de l'auteur

Sur l'ensemble du siècle, le taux de remplacement moyen est de 37,22%, soit un taux supérieur d'environ 8 points à celui de notre scénario de référence. Par contre, la dispersion des taux de remplacement est plus forte (un écart type de 33,30% contre 25,48%). Ceci s'explique par le fait que les taux de remplacement des cohortes cessant leur activité durant les années les plus favorables sont supérieurs aux taux les plus élevés de notre scénario central. Des conclusions similaires peuvent être tirées concernant les investissements obligataires et monétaires (pour les obligations, la moyenne est de 15,99% contre 12,98% dans notre scénario de référence et l'écart type est de 15,10% contre 11,72% ; pour l'actif monétaire, la moyenne est de 12,40% contre 10,15% et l'écart type est de 8,99% contre 6,97%).

Un autre scénario peut être simulé. Il repose sur les hypothèses, concernant les frais administratifs et les coûts de gestion, formulées par Feldstein et Rangelova [1998 et 2001]. Les auteurs utilisent une mesure des frais administratifs appelée la « réduction au rendement ». Cette mesure ajoute tous les frais inhérents à la phase d'accumulation. Ils sont exprimés en pourcentage des avoirs. La dynamique du portefeuille de la cohorte t est maintenant la suivante :

$$\text{En } t, PF_t^t = sw_t.$$

$$\text{En } t+1 : PF_{t+1}^t = PF_t^t (1 + R_{t+1} - \psi) + sw_{t+1}$$

Par récurrence, en $t+n$:

$$PF_{t+n}^t = PF_{t+n-1}^t (1 + R_{t+n} - \psi) + sw_{t+n}$$

$$PF_{t+n}^t = sw_{t+n} \left(\sum_{n=1}^n \prod_{s=n}^n \frac{1 + R_{t+s} - \psi}{1 + g_{t+s}} + 1 \right)$$

ψ représente les frais administratifs diminuant les rendements financiers annuels. Feldstein et Rangelova [1998 et 2001] estiment, à partir des données relatives aux fonds de pension américains, ψ à 0,4%.

Tableau 2.17 : Taux de remplacement historiques – frais administratifs et coûts de gestion sous forme de « réduction au rendement »

	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	Actions	Obligations	Actif monétaire	Actions	Obligations	Actif monétaire
Moyenne	34,38%	15%	11,67%	76,72%	36,54%	24,61%
Ecart type	30,52%	13,91%	8,28%	31,77%	11,07%	4,21%
Q1	15%	6,46%	5,61%	54,71%	26,64%	21,59%
Médiane	18,41%	8,69%	8,85%	59,54%	36,93%	26,44%
Q3	51,47%	18,13%	15,50%	94,64%	46,96%	28,02%
Max	155,13%	51,82%	28,69%	155,13%	51,82%	28,69%
Min	7,59%	2,52%	2,28%	44,22%	20,82%	16,59%

Source : calculs de l'auteur

Ce scénario nous donne des résultats compris entre ceux obtenus dans le scénario central et ceux estimés dans le scénario sans frais administratifs (tableau 2.17). Concernant les portefeuilles composés uniquement d'actions, le taux de remplacement moyen pour les cohortes 1900-1964 est de 34,38% contre 29,08% dans notre scénario de référence et 37,22% dans le scénario basé sur l'absence de frais administratifs. Concernant les portefeuilles obligataires et monétaires, les résultats sont analogues. Pour l'ensemble des cohortes, le taux de remplacement moyen obtenu dans ce scénario est de 15% (11,67%) pour les portefeuilles obligataires (monétaires) contre 12,98% (10,15%) dans notre scénario central et 15,99% (12,40%) dans le scénario basé sur l'absence de coût.

Un troisième scénario est tiré des estimations des frais administratifs des fonds de pension britanniques effectuées par Murthi et al. [1999 et 2000]. Les auteurs définissent un ratio de charges qui mesure l'ensemble des frais administratifs inhérents à l'épargne retraite rapporté au capital accumulé durant la vie active. Ce ratio est la somme de trois composantes : le ratio d'accumulation qui mesure l'ensemble des frais durant la phase d'accumulation, le ratio de

modification qui mesure les coûts supplémentaires dus à des modifications de plan d'épargne ou de fin de participation à un fonds de pension comme par exemple des transferts, des abandons de plan, ou des constitutions de nouveaux plans et le ratio de conversion qui reflète les frais occasionnés par la conversion du capital accumulé en rentes viagères.

Dans ce cadre, nous avons la dynamique suivante :

$$\text{En } t, PF_t^t = sw_t (1 - \theta).$$

$$\text{En } t+1 : PF_{t+1}^t = PF_t^t (1 + R_{t+1}) + sw_{t+1} (1 - \theta)$$

Par récurrence, en $t+n$:

$$PF_{t+n}^t = PF_{t+n-1}^t (1 + R_{t+n}) + sw_{t+n} (1 - \theta)$$

$$PF_{t+n}^t = (1 - \theta) sw_{t+n} \left(\sum_{n=1}^n \prod_{s=n}^n \frac{1 + R_{t+s}}{1 + g_{t+s}} + 1 \right)$$

θ représente le ratio des charges défini par Murthi et al. [1999 et 2000] et est estimé à 43% du capital accumulé concernant les fonds de pension britanniques.

Le tableau 2.18 présente les principaux résultats de ce scénario basé sur les estimations de Murthi et al. [1999 et 2000].

Tableau 2.18 : Taux de remplacement historiques – frais administratifs et coûts de gestion sous forme de « ratio de charges »

	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	Actions	Obligations	Actif monétaire	Actions	Obligations	Actif monétaire
Moyenne	21,21%	9,12%	7,07%	47,54%	22,43%	15,08%
Ecart type	18,98%	8,61%	5,13%	19,84%	6,92%	2,65%
Q1	9,17%	3,80%	3,29%	33,72%	16,23%	13,16%
Médiane	11,36%	5,17%	5,28%	36,74%	22,59%	16,19%
Q3	31,71%	10,98%	9,40%	59,01%	28,86%	17,24%
Max	96,30%	32,10%	17,71%	96,30%	32,10%	17,71%
Min	4,67%	1,51%	1,35%	27,25%	12,62%	10,07%

Source : calculs de l'auteur

Comme on pouvait s'y attendre, ce scénario conduit à une baisse des taux de remplacement par rapport à ceux obtenus dans le scénario de référence. Pour des portefeuilles composés uniquement d'actions, les cohortes 1900-1964 ont en moyenne un taux de remplacement de 21,21% contre 29,08% dans le scénario de référence. Cette moyenne est respectivement de

9,12% et 7,07% contre 12,98% et 10,15% pour les placements obligataires et monétaires. 50% des cohortes qui investissent en actions ont un taux de remplacement à peine supérieur à 11% contre environ un taux de 16% dans le scénario central (une cohorte sur deux a un taux de remplacement inférieur à 5% pour les obligations et l'actif monétaire contre environ 8% dans le scénario de référence pour ces actifs financiers). Les résultats obtenus pour les cohortes 1949-1964 sont encore plus démonstratifs. Pour les portefeuilles investis en actions, le taux de remplacement moyen est inférieur de 17 points à celui du scénario de référence (-9 points pour les portefeuilles composés exclusivement d'obligations, -6 points pour les portefeuilles consacrés exclusivement au placement monétaire). Le taux de remplacement médian de la stratégie 100% actions est inférieur d'environ 14 points à celui du scénario de référence.

Ces trois scénarii montrent la grande sensibilité des résultats aux hypothèses concernant les frais administratifs et les coûts de gestion. Le premier (absence de frais administratifs) et le troisième scénario (un ratio de charges de 43%) peuvent être considérés comme des cas polaires. Les 64 cohortes étudiées peuvent donc avoir un taux de remplacement moyen compris entre 21,21% et 37,22% pour un investissement en actions, 9,12% et 15,99% pour un investissement en obligations, 7,07% et 12,40% pour un investissement en actif monétaire suivant le niveau des frais administratifs. L'hypothèse de notre scénario de référence selon laquelle les frais de gestion du portefeuille sont de 5% sur la prime et 1% sur le portefeuille peut être considérée comme une variante intermédiaire raisonnable. L'hypothèse d'une absence de frais administratifs formulée notamment par Alier et Vittas [1999 et 2001] et Burtless [2000] conduit donc à surestimer de manière non négligeable les taux de remplacement historiques.

2.2.2.2 Sensibilité au taux de cotisation

Dans notre scénario de référence, nous avons retenu un taux d'épargne de 10%. Cette hypothèse apparaît être très raisonnable dans un système d'épargne forcée. Ce taux est d'ailleurs celui retenu par Alier et Vittas [1999 et 2001] dans leur étude sur données américaines. Nous testons deux scénarios alternatifs pour estimer l'impact du taux de cotisation sur les taux de remplacement historiques. Le premier scénario est basé sur un taux d'épargne de 6%, soit le taux de cotisation retenu par Burtless [2000]. Dans un deuxième scénario, nous choisissons un taux d'épargne de 12%.

Tableau 2.19 : Impact du taux de cotisation sur les taux de remplacement historiques

	Taux de cotisation								
	6%			10% (scénario de référence)			12%		
	Actions	Obl	Act mon	Actions	Obl	Act mon	Actions	Obl	Act mon
Moyenne	17,45%	7,79%	6,09%	29,08%	12,98%	10,15%	34,90%	15,57%	12,18%
Q1	7,72%	3,51%	3,06%	12,87%	5,86%	5,10%	15,44%	7,03%	6,12%
Me	9,44%	4,64%	4,66%	15,73%	7,74%	7,76%	18,88%	9,29%	9,31%
Q3	26,19%	9,47%	8,08%	43,64%	15,78%	13,47%	52,37%	18,94%	16,16%
Ecart type	15,29%	7,03%	4,18%	25,48%	11,72%	6,97%	30,57%	14,06%	8,37%
Max	77,93%	26,12%	14,56%	129,88%	43,53%	24,26%	155,85%	52,24%	29,11%
Min	3,87%	1,34%	1,22%	6,45%	2,24%	2,04%	7,73%	2,68%	2,45%

Source : calculs de l'auteur

Les résultats de ces deux scénarii, présentés dans le tableau 2.19, montrent la grande sensibilité du capital accumulé au taux de cotisation choisi. Sans surprise, plus l'effort d'épargne est important, plus les taux de remplacement historiques sont élevés. Par rapport au scénario de référence, un taux de cotisation de 6% conduit à une baisse des taux de remplacement d'environ 12 points pour les portefeuilles d'actions, 5 points pour les portefeuilles obligataires et 4 points pour les portefeuilles monétaires. 50% des cohortes ayant investi dans les actions ont des taux de remplacement inférieurs à 10% (moins de 5% pour les obligations ou l'actif monétaire). Par contre, un taux d'épargne de 12% permet de bénéficier de pensions plus élevées. Par rapport au scénario de référence, les taux de remplacement augmentent de 5 points pour les portefeuilles d'actions, de 3 points pour les portefeuilles obligataires et de 2 points pour les portefeuilles monétaires. Mais la dispersion des taux de remplacement est plus forte (l'écart type passe de 25,48% à 30,57% pour les actions, de 11,72% à 14,06% pour les obligations, de 6,97% à 8,37% pour l'actif monétaire). Notons enfin que les quartiles sont plus élevés dans ce scénario : 25% des cohortes ayant investi dans les actions ont un taux de remplacement supérieur à 15,44% contre 12,87% dans le scénario de référence (7,03% contre 5,86% pour les obligations, 6,12% contre 5,10% pour l'actif monétaire) et 75% des cohortes ont un taux de remplacement supérieur à 52,37% contre 43,64% dans notre scénario basé sur un taux d'épargne de 10% (18,94% contre 15,78% pour les obligations, 16,16% contre 13,47% pour l'actif monétaire).

2.2.2.3 Sensibilité à la durée de cotisation

Dans deux nouveaux scénarii alternatifs, nous étudions l'impact de l'allongement de la durée de vie active sur les taux de remplacement historiques. Si Alier et Vittas [1999 et 2001]

choisissent une durée de cotisation de 40 années, la plupart des études américaines, comme par exemple celles de Feldstein et Ranguelova [1998 et 2001], retiennent une durée de vie active de 45 ans et plus. Nous simulons ici les taux de remplacement historiques pour deux durées alternatives de cotisation : 42 ans et 46 ans⁷¹. L'AFER définit un taux de conversion croissant avec l'âge de départ en retraite : le taux de conversion passe de 5% pour 40 années de cotisation à 5,22% pour 42 années et à 5,82% pour 46 années. Le tableau 2.20 rappelle les taux de conversion retenus par l'AFER en 2005 et compare les résultats de ces scénarii basés sur des durées de cotisation de 42 ans et de 46 ans à ceux du scénario de référence (40 années de cotisation)⁷².

Tableau 2.20 : Impact de l'allongement de la durée de vie active sur les taux de remplacement historiques

	Durée de cotisation								
	40 ans			42 ans			46 ans		
Taux de conversion	5%			5,22%			5,82%		
Cohortes étudiées	Cohortes 1900-1962 (Cohortes 1900-1958)			Cohortes 1900-1962			Cohortes 1900-1958		
	Actions	Obl	Act mon	Actions	Obl	Act Mon	Actions	Obl	Act Mon
Moyenne	27,76% (22,68%)	12,05% (10,16%)	9,71% (8,75%)	32,04%	13,80%	10,74%	37,84%	16,14%	12,47%
Q1	12,52% (12,11%)	5,64% (5,31%)	4,95% (4,71%)	13,52%	5,92%	5,19%	15,96%	6,23%	5,52%
Me	15,69% (15,57%)	7,72% (7,47%)	7,76% (7,69%)	16,79%	8,07%	8,11%	19,67%	8,80%	9,07%
Q3	41,24 (33,23%)	14,72% (12,08%)	12,05% (10,73%)	48,05%	17,85%	14,67%	57,58%	21,91%	17,68%
Ecart type	24,71% (14,77%)	10,63% (7,99%)	6,61% (5,65%)	28,18%	12,84%	7,62%	35,55%	15,59%	9,16%
Max	129,88% (63,48%)	40,52% (36,15%)	24,26% (23,12%)	140,76%	46,98%	26,15%	171,43%	55,59%	30,76%
Min	6,45% (6,45%)	2,24% (2,24%)	2,04% (2,04%)	6,97%	2,36%	2,15%	8,36%	2,68%	2,44%

Source : calculs de l'auteur

Note : nous indiquons les résultats de notre scénario de référence pour les cohortes 1900-1962 et 1900-1958 afin de faciliter les comparaisons avec les résultats des scénarios basés sur un allongement de la durée de vie active.

La valeur des pensions versées par un régime de retraite reposant sur la capitalisation augmente de manière non négligeable lorsqu'on augmente la durée de cotisation.

⁷¹ Les rendements effectifs des placements en actions, obligations et actif monétaire pour ces durées de cotisation sont également calculés et figurent en annexe.

⁷² Les résultats du scénario basé sur un allongement de la durée de vie active de deux années sont comparés aux résultats de notre scénario de référence pour les cohortes 1900-1962 ; les résultats du scénario reposant sur un allongement de la durée de cotisation de six années sont comparés à ceux du scénario de référence pour les cohortes 1900-1958.

Concernant les portefeuilles composés uniquement d'actions, un allongement de la durée de cotisation de deux années permet une augmentation des taux de remplacement d'un peu plus de 4 points pour les cohortes 1900-1962. Cotiser 46 années au lieu de 40 années génère une hausse des taux de remplacement d'environ 15 points pour les cohortes 1900-1958. Les portefeuilles obligataires et monétaires donnent des résultats analogues. Concernant les portefeuilles investis dans leur totalité en obligations, le taux de remplacement moyen pour les cohortes 1900-1958 passe de 10,16% (8,75% concernant l'actif monétaire) pour une durée de vie active de 40 ans à 16,14% (12,47% concernant l'actif monétaire) pour 46 années de cotisation. La principale raison est la hausse du taux de conversion qu'implique l'allongement de la durée de vie active. Rappelons en effet que ce taux de conversion augmente de près d'un point pour un passage de 40 à 46 ans de cotisation. Les rendements effectifs des différents placements diminuent avec la durée de cotisation (le rendement effectif moyen d'un placement en actions sur 46 ans est de 3,16% contre 3,34% pour une période de placement sur 40 ans). L'allongement de la durée de cotisation ne permet cependant pas de réduire le risque. Pour les portefeuilles composés uniquement d'actions, l'écart type passe de 14,77% à 35,55% (de 7,99% à 15,59% pour les obligations, de 5,65% à 9,16% pour l'actif monétaire). Notons que si les valeurs minimales des trois scénarii du tableau sont relativement proches, les valeurs maximales sont beaucoup plus importantes dans les scénarii basés sur des durées de cotisation de 42 ou de 46 années (avec notamment un taux de remplacement maximal de 171,43% pour la cohorte 1956 dans le scénario basé sur une durée de cotisation de 46 années et un maximum de 140,76% pour la cohorte 1959 dans le scénario reposant sur une durée de cotisation de 42 années ; ces cohortes bénéficient en effet du boom boursier des années 80 et 90).

2.2.2.4 Comparaison de différents indicateurs de générosité du système de retraite

Jusqu'à présent, nous avons évalué la générosité du système de retraite par le taux de remplacement, calculé comme étant le rapport entre le montant de la pension et le dernier salaire perçu par l'individu. Il existe d'autres indicateurs mesurant la rentabilité de la retraite. Nous avons calculé quatre autres indicateurs de générosité pour nos simulations de portefeuilles à support unique (actions, obligations et actif monétaire) : le ratio d'accumulation, le taux de rendement actuariel, le délai de récupération et le taux de récupération.

• **Le ratio d'accumulation**

Burtless [2000] évalue la générosité des systèmes de retraite par le ratio d'accumulation qui correspond au rapport entre la valeur du portefeuille d'actifs financiers détenus en fin de période de cotisation sur le salaire moyen perçu entre 54 ans et 58 ans.

En reprenant les notations précédentes, ce ratio est calculé de la manière suivante :

$$\Phi^t = \frac{s (1 - c_p)}{\bar{w}} \left(\sum_{n=1}^{39} \prod_{s=n}^{39} \frac{1 + R_{t+s} - c_r}{1 + g_{t+s}} + 1 \right)$$

avec \bar{w} représentant le salaire moyen ouvrier perçu entre 54 et 58 ans.

Tableau 2.21 : Les ratios d'accumulation historiques

	Ratio d'accumulation					
	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	Actions	Obligations	Actif monétaire	Actions	Obligations	Actif monétaire
Moyenne	6,19	2,75	2,18	13,18	6,37	4,30
Q1	3,08	1,37	1,21	9,52	4,65	3,76
Me	4,21	1,82	1,93	10,22	6,42	4,60
Q3	8,58	3,26	2,78	16,23	8,08	4,85
Ecart type	5,03	2,33	1,37	5,41	1,89	0,71
Max	26,58	9,06	5,04	26,58	9,06	5,04
Min	1,31	0,54	0,49	7,69	3,71	2,95

Source : calculs de l'auteur

Les principaux résultats sont présentés dans le tableau 2.21. Cet indicateur met aussi en évidence la supériorité des placements en actions sur les placements obligataires et monétaires. Sur l'ensemble du siècle, investir l'ensemble du portefeuille en actions permet d'obtenir, à la fin des quarante années de cotisation, un capital supérieur à 6 fois le salaire moyen perçu entre 54 et 58 ans. La moitié des cohortes a un ratio supérieur à 4. Le capital accumulé à la fin de ces quarante années sous forme de placements obligataires et monétaires est à peine supérieur au double du salaire moyen.

Le risque de liquidation est aussi apparent avec cet indicateur de générosité. La dispersion des ratios est forte, l'écart type dépassant 5 fois le salaire moyen perçu entre 54 et 58 ans. Si la cohorte partant en retraite en 2000 a accumulé, à partir de 1961, un capital supérieur à 26 fois le salaire moyen perçu entre 54 et 58 ans (cette cohorte a bénéficié pleinement du boom boursier des années 80 et 90), la cohorte 1911 obtient un capital, à la fin de la phase d'accumulation, à peine supérieur au salaire moyen. Les cohortes cessant leur activité entre

1935 et 1939 ont accumulé un capital inférieur à seulement trois fois le salaire moyen perçu entre 54 et 58 ans.

• Le taux de rendement actuariel

Un indicateur alternatif est le taux de rendement actuariel⁷³. Cet indicateur mesure le taux d'intérêt que le salarié doit obtenir sur ses cotisations afin d'atteindre le niveau de prestations assuré par le système de retraite par capitalisation.

Le taux de rendement actuariel j est calculé de la manière suivante :

$$-\sum_{i=0}^{T-1} \frac{C_i}{(1+j)^i} + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{A}{(1+j)^{i+T}} = 0$$

Avec C_i la cotisation retraite totale versée l'année i au fonds de pension, A le montant de l'annuité, T le nombre d'années de cotisations au fonds de pension et N la durée en année de la période de retraite.

Le taux de rendement actuariel prend en compte la durée de cotisation (période d'accumulation), le montant des cotisations et, à la différence du taux de remplacement, l'espérance de vie sans activité (la période de retraite). Jusqu'à présent dans nos simulations, la rente viagère était achetée aux conditions proposées par l'AFER en 2005. La rente était nominale et nous nous intéressions uniquement au premier taux de remplacement obtenu par l'individu. Comme les cotisations au système de retraite sont calculées à partir du salaire réel, le calcul du taux de rendement actuariel et la prise en compte de l'espérance de vie nous incitent ici à estimer les pensions réelles perçues durant toute la période de retraite afin de pouvoir comparer l'effort contributif réel et la pension annuelle perçue. Pour cette raison, nous prenons maintenant en référence une rente viagère indexée sur l'inflation proposée par la Fédération Continentale en 2006. Le taux de conversion en rente réelle retenu est de 4,0205%⁷⁴. Ce taux est calculé à partir d'un taux technique de 2,25%.

⁷³ Cet indicateur est notamment présenté par Legros [2002].

⁷⁴ Les taux de remplacement historiques obtenus sous ce scénario sont logiquement inférieurs à ceux de notre scénario central (taux de conversion à un taux de 5%). Sur l'ensemble du siècle, le taux de remplacement moyen offert par un portefeuille d'actions est de 23,39% (contre 29,08% dans notre scénario central), 10,43% pour un portefeuille d'obligations (contre 12,98%) et 8,16% pour un portefeuille monétaire (contre 10,15%). Pour les cohortes 1949-1694, les taux de remplacement moyens sont respectivement de 51,82%, 25,05% et 16,90% contre 64,44%, 31,15% et 21,02% dans notre scénario de référence.

Figure 2.7 : Taux de rendement actuariel des portefeuilles à support unique

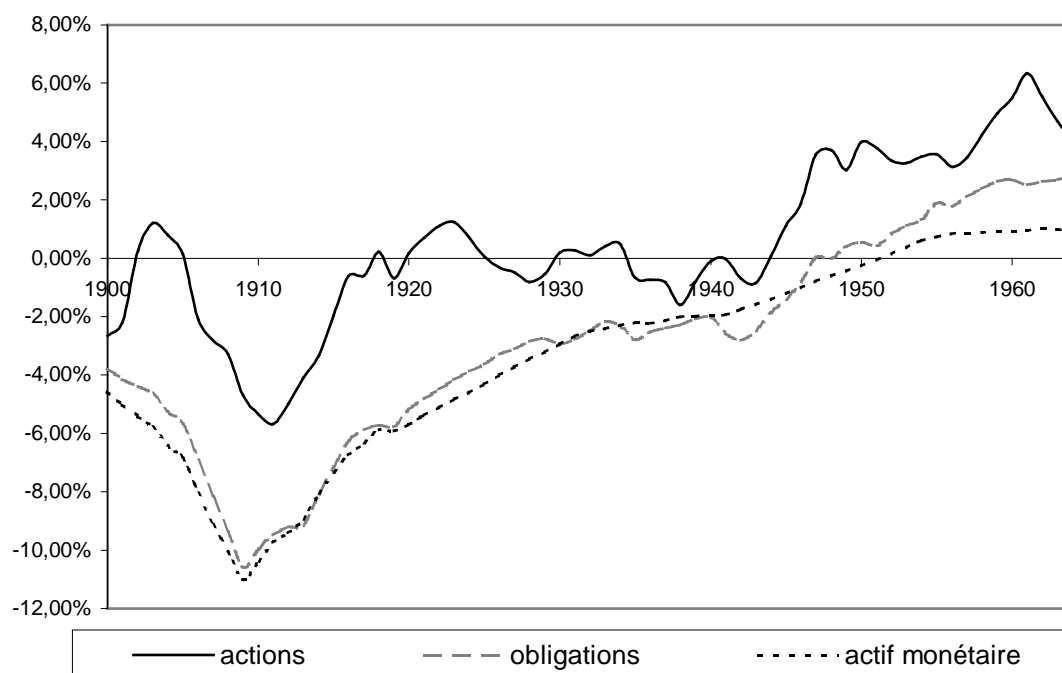


Tableau 2.22 : Taux de rendement actuariel des portefeuilles à support unique

Taux de rendement actuariel						
	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	Actions	Obligations	Actif monétaire	Actions	Obligations	Actif monétaire
Moyenne	0,48%	-2,88%	-3,40%	4,14%	1,81%	0,60%
Ecart type	2,78%	3,60%	3,41%	0,99%	0,89%	0,48%
Q1	-0,81%	-5,18%	-5,79%	3,42%	1,06%	0,32%
Me	0,17%	-2,76%	-2,49%	3,88%	2,01%	0,87%
Q3	3,13%	0,03%	-0,59%	4,76%	2,65%	0,95%
Max	6,34%	2,85%	1,01%	6,34%	2,85%	1,01%
Min	-5,68%	-10,58%	-11,01%	3,02%	0,42%	-0,42%
Distribution des taux de rendement actuariel						
	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	100% Actions	100% Obligations	100% Actif mon	100% Actions	100% Obligations	100% Actif mon
<0	28	47	52	0	0	3
[0 ;1[14	6	11	0	4	11
[1 ;1,5[4	2	2	0	2	2
[1,5 ;2[1	2	0	0	2	0
[2 ;3[0	8	0	0	8	0
>3	18	0	0	16	0	0
Total	65	65	65	16	16	16

Source : calculs de l'auteur

Concernant la période de retraite, à la différence d’Alier et Vittas [1999 et 2001] qui supposent une espérance de vie à la retraite de 20 ans pour chaque cohorte étudiée⁷⁵, nous prenons les espérances de vie à 62 ans de chaque cohorte 1900-1964 tirées des tables de mortalité construites par Vallin et Meslé [2001]⁷⁶.

Les résultats sont synthétisés dans le tableau 2.22 et représentés par la figure 2.7.

Les performances des portefeuilles obligataires et monétaires sont assez catastrophiques. Les portefeuilles composés uniquement d’obligations n’offrent un rendement actuariel positif que pour 18 cohortes (les cohortes 1947-1964). Seules 8 cohortes (les cohortes 1957-1964) ont un rendement actuariel supérieur à 2% (avec un taux de rendement maximal de 2,85% pour la cohorte 1964). Sur l’ensemble du siècle, le taux moyen est négatif (-2,88%).

Concernant les portefeuilles monétaires, le taux de rendement actuariel ne devient positif qu’à partir de 1952 (avec un taux de rendement maximal à peine supérieur à 1% pour la cohorte 1962). Le rendement actuariel moyen est aussi négatif (-3,40%) sur l’ensemble du siècle et inférieur à 1% pour les cohortes 1949-1964 (0,60%).

Les performances des portefeuilles composés uniquement d’actions sont un peu plus intéressantes. Le rendement actuariel moyen est positif sur l’ensemble du siècle (0,48%) mais surtout dépasse 4,1% pour les cohortes 1949-1964. En investissant en actions, 18 des 65 cohortes étudiées (aucune cohorte pour les obligations et pour l’actif monétaire) ont un taux de rendement actuariel supérieur à 3%. La dispersion des rendements est cela dit assez forte. Si la cohorte 1961 obtient un rendement interne de 6,34%, la cohorte 1911 a un rendement interne de -5,68%. Une cohorte sur 4 obtient un taux de rendement interne négatif. 47 des 65 cohortes ont un taux de rendement interne inférieur à 2%. Le contraste entre le siècle et l’après-guerre est tout aussi apparent avec cet indicateur : les cohortes 1949-1964 obtiennent des rendements supérieurs à 3% alors que sur l’ensemble du siècle la moitié des cohortes a un rendement inférieur à 0,17%.

⁷⁵ Cette hypothèse d’Alier et Vittas [1999 et 2001] peut paraître assez forte. En effet, nos calculs d’espérance de vie à 62 ans à partir des tables de mortalité par génération établies par Vallin et Meslé [2001] montrent que si la cohorte 1900 a une espérance de vie à la retraite de 15 ans, la cohorte 1964 peut espérer vivre en moyenne une période de retraite 24 ans. Rappelons la définition d’une cohorte dans ce chapitre : un individu appartenant à la cohorte t reçoit son premier salaire en t .

⁷⁶ Ces tables de mortalité par génération sont disponibles sur le site internet de l’INED (<http://www.ined.fr/fr>).

• **Le délai de récupération**

Le troisième indicateur calculé est le délai de récupération (D) défini comme étant la période nécessaire pour que le retraité récupère ce qu'il a versé sous forme de cotisations.

$$D = \frac{\sum_{i=1}^T C_i}{A}$$

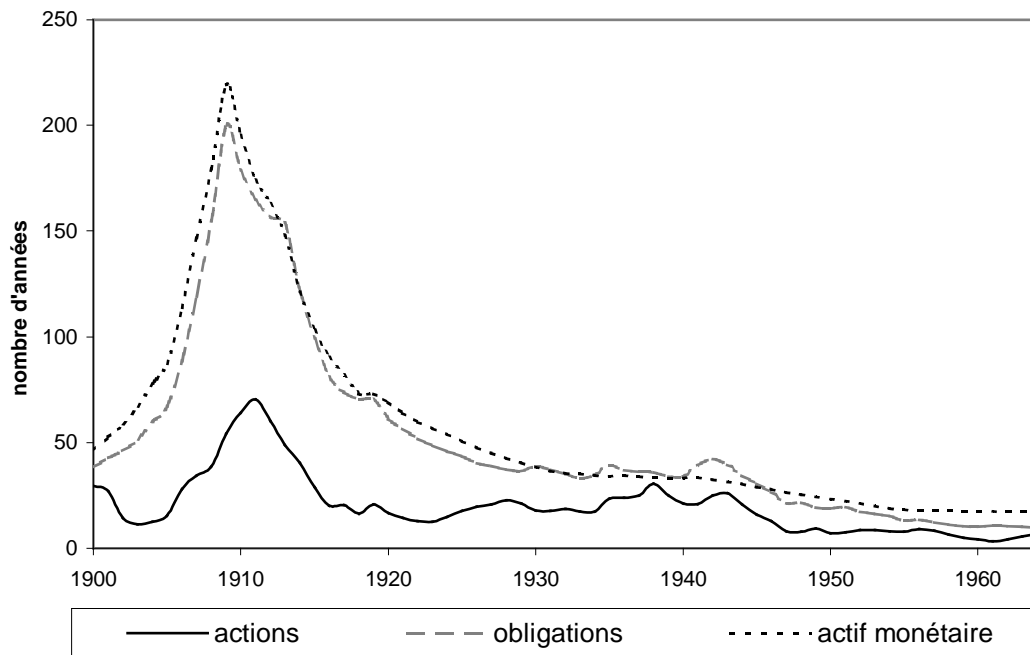
Cet indicateur, dont les résultats sont présentés dans le tableau 2.23 et représentés par la figure 2.8, permet d'illustrer le contraste entre le siècle et l'après-guerre.

Tableau 2.23 : Délai de récupération des portefeuilles à support unique (en nombre d'années)

	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	Actions	Obligations	Actif monétaire	Actions	Obligations	Actif monétaire
Moyenne	20,23	51,91	57,43	6,89	13,75	19,30
Ecart type	14,37	44,94	48,44	1,91	3,57	2,36
Q1	9,07	21,46	25,50	5,40	10,51	17,69
Médiane	17,68	38,46	35,61	7,31	12,69	17,91
Q3	24,89	59,79	69,06	8,29	16,59	20,47
Max	70,50	200,09	219,21	9,41	19,58	24,54
Min	3,26	9,90	17,49	3,26	9,90	17,49

Source : calculs de l'auteur

Figure 2.8 : Délai de récupération des portefeuilles à support unique



Si les cohortes 1900-1964 ayant investi en actions doivent attendre en moyenne un peu plus de 20 années pour récupérer les cotisations versées sous forme de pension, les cohortes 1949-1964 récupèrent leurs cotisations au bout de 7 ans de retraite. Sur l'ensemble du siècle, la moitié des cohortes a récupéré ses cotisations au bout de 17,68 années alors que les cohortes 1949-1964 n'attendent qu'environ 7 ans. Le délai de récupération illustre aussi les performances catastrophiques des placements obligataires et monétaires. Sur l'ensemble du siècle, il faudrait plus de 50 années pour récupérer sous forme de pension, les cotisations versées. Les placements obligataires et monétaires sont donc loin d'être une alternative aux actions pour les stratégies d'allocation de portefeuille d'un compte d'épargne bloqué.

• **Le taux de récupération**

Le dernier indicateur calculé est le taux de récupération (g) qui représente le rapport entre la masse des pensions reçues et la masse des cotisations versées⁷⁷.

$$g = \frac{\sum_{i=1}^N A}{\sum_{i=1}^T C_i} = \frac{N}{D}$$

⁷⁷ Lorsque $g=1$, l'ensemble des pensions reçues durant la période de retraite est égal à l'ensemble des cotisations versées durant la phase d'accumulation.

Ce taux de récupération est le rapport entre la durée en années de la période de retraite et le délai de récupération.

Tableau 2.24 : Taux de récupération des portefeuilles à support unique

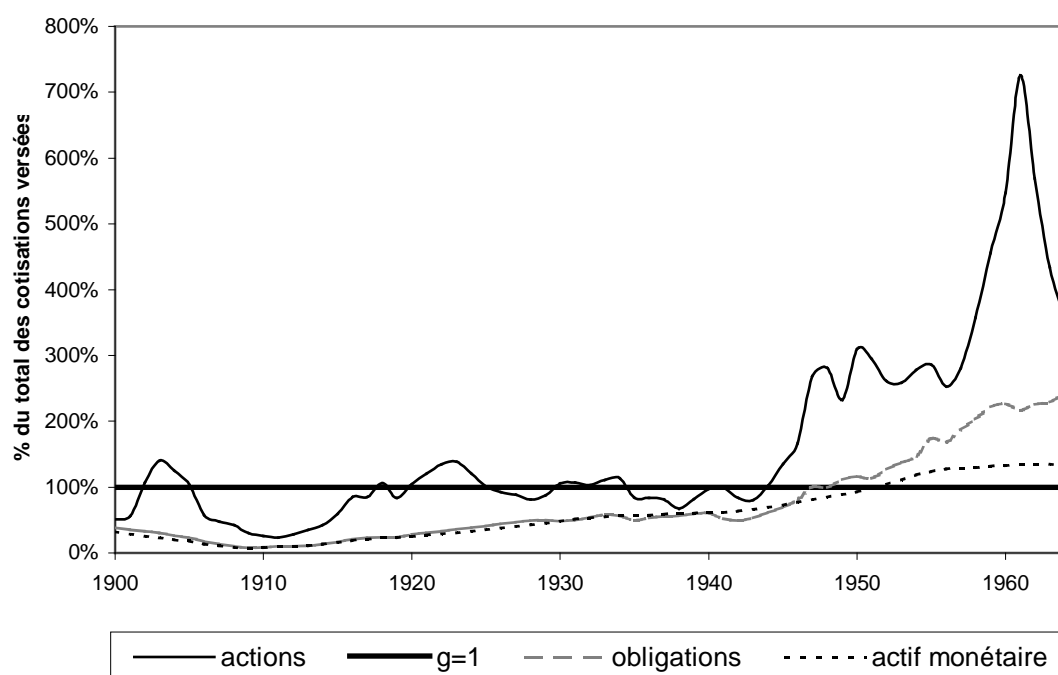
	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	Actions	Obligations	Actif monétaire	Actions	Obligations	Actif Monétaire
Moyenne	162,36%	74,28%	58,96%	368,72%	178,18%	120,76%
Ecart type	143,70%	66,82%	41,24%	141,14%	47,12%	16,04%
Q1	81,65%	28,25%	23,77%	273,75%	135,27%	109,57%
Médiane	104,61%	50,59%	53,89%	302,37%	180,49%	128,65%
Q3	252,49%	100,75%	85,32%	439,95%	223,14%	133,12%
Max	725,29%	242,78%	135,76%	725,29%	242,78%	135,76%
Min	23,76%	8,20%	7,48%	232,43%	112,14%	89,16%

Source : calculs de l'auteur

Comme pour le calcul des taux de rendement actuariel, la rente viagère est calculée à partir des conditions proposées par la Fédération Continentale en 2006.

A la lecture du tableau 2.24, les résultats sont assez saisissants. En investissant en obligations ou en actif monétaire, les cohortes 1900-1964 ne récupèrent pas en moyenne la totalité des cotisations versées durant la période d'activité (les taux de récupération sont respectivement de 74,28% et de 58,96% pour les obligations et l'actif monétaire). Les cohortes 1906-1915 sont les plus touchées par l'effondrement du marché obligataire (Figure 2.9). Elles récupèrent moins de 20% des cotisations versées. Concernant cette stratégie obligataire, seules les cohortes 1947-1964 (les cohortes 1952-1964 pour l'investissement monétaire) récupèrent l'ensemble des cotisations versées. Les actions offrent de meilleures performances. Le taux de récupération moyen dépasse les 160%. Cependant, 28 cohortes sur 64 ne récupèrent pas la totalité des cotisations versées au fonds de pension (cohortes 1900-1901, 1906-1917, 1919, 1926-1929, 1935-1943).

Figure 2.9 : Taux de récupération des portefeuilles à support unique



2.3 Apports d'une diversification du portefeuille : stratégies dites « statiques »

Dans la section précédente, nous avons simulé des portefeuilles à support unique (actions, obligations, actif monétaire) et présenté notamment le risque de la capitalisation en terme de dispersion des taux de remplacement ou des taux de rendement actuariel. Mais comme nous l'avons remarqué dans l'introduction générale, les portefeuilles d'actifs financiers gérés par les fonds de pension sont diversifiés dans le but de réduire le risque de marché. Nous simulons dans cette section trois stratégies de diversification du portefeuille. Nous avons d'abord constitué des portefeuilles composés d'actifs nationaux (actions, obligations et actif monétaire). Ensuite, nous avons estimé l'apport de l'introduction de l'immobilier dans le portefeuille géré par le fonds de pension. Enfin, nous avons procédé à une diversification internationale du portefeuille en ayant recours aux actifs américains (actions et obligations américaines)⁷⁸.

2.3.1 Une diversification « nationale » : la constitution de portefeuilles mixtes

Cinq stratégies de constitution de portefeuilles sont ici simulées en utilisant les données annuelles moyennes : la stratégie 1 où le portefeuille est composé à 50% d'actions et 50%

⁷⁸ Pour toutes ces stratégies, nous avons calculé les rendements effectifs sur 40 ans. Les résultats par cohorte sont présentés en annexe.

d'obligations, la stratégie 2 où le portefeuille contient 50% d'actions et 50% d'actif monétaire, la stratégie 3 où le portefeuille comprend 50% d'obligations et 50% d'actif monétaire, la stratégie 4 où le portefeuille est constitué de 65% d'actions, 30% d'obligations et 5% d'actif monétaire et la stratégie 5 où le portefeuille est formé de 40% d'actions, 40% d'obligations et 20% d'actif monétaire. Les trois premières stratégies correspondent à une diversification naïve du portefeuille en utilisant la règle 1/N avec N le nombre de classes d'actifs du portefeuille. Les deux dernières stratégies s'inspirent de la règle de profil de risque présentée par Canner, Mankiw et Weil [1997] selon laquelle les principaux conseillers en gestion de portefeuilles recommandent un ratio obligations/actions (O/A) d'autant plus fort que l'investisseur est prudent. La stratégie 4 fixe un rapport O/A égal à 0,46 pour un investisseur « agressif » et la stratégie 5 est basée sur un rapport O/A de 1 pour un investisseur ayant une aversion au risque modérée.

**Tableau 2.25 : Taux de remplacement avec portefeuilles mixtes
(données annuelles moyennes)**

	Stratégie 1	Stratégie 2	Stratégie 3	Stratégie 4	Stratégie 5
	50%	50%	0%	65%	40%
	Actions	Actions	Actions	Actions	Actions
	50%	0%	50%	30%	40%
	Obligations	Obligations	Obligations	Obligations	Obligations
	0%	50%	50%	5%	20%
	Actif	Actif	Actif	Actif	Actif
	Monétaire	monétaire	monétaire	monétaire	monétaire
Cohortes 1900-1964					
Moyenne	19,71%	17,31%	11,50%	21,95%	19,13%
Quartile 1	8,58%	8,65%	5,47%	9,61%	9,05%
Médiane	10,39%	10,18%	7,75%	11,65%	10,27%
Quartile 3	26,67%	24,24%	14,74%	29,49%	26,14%
Ecart type	17,98%	13,95%	9,12%	19,66%	17,07%
Max	75,29%	59,66%	32,61%	87,84%	68,69%
Min	4,08%	3,78%	2,13%	4,71%	3,90%
Cohortes 1949-1964					
Moyenne	46,78%	38,64%	25,81%	51,06%	45,25%
Quartile 1	33,27%	30,33%	20,89%	36,90%	33,26%
Médiane	41,32%	34,92%	26,90%	43,39%	41,31%
Quartile 3	59,83%	46,56%	31,08%	64,61%	56,92%
Ecart type	15,59%	10,25%	5,86%	17,67%	13,70%
Max	75,29%	59,66%	32,61%	87,84%	68,69%
Min	26,67%	24,24%	16,31%	29,46%	26,39%

Source : calculs de l'auteur

Les résultats de ces différentes stratégies sont synthétisés dans le tableau 2.25 et représentés par la figure 2.10. Le tableau 2.26 présente la distribution des taux de remplacement procurés par des portefeuilles mixtes.

Les stratégies mixtes entraînent naturellement une baisse du taux de remplacement moyen. Par rapport au portefeuille d'actions, le taux de remplacement moyen est inférieur de 9,37 points pour le portefeuille composé à 50% d'actions et 50% d'obligations, de 11,77 points pour le portefeuille contenant 50% d'actions et 50% d'actif monétaire, et de 17,58 points pour le portefeuille composé de 50% d'obligations et 50% d'actif monétaire⁷⁹. A l'exception des cohortes 1902-1904 qui bénéficient du boom boursier des années d'occupation, toutes les cohortes ont un taux de remplacement inférieur à 20% jusqu'en 1946, quelle que soit la stratégie de diversification choisie. Ces portefeuilles mixtes offrent de meilleures performances pour les cohortes 1949-1964 puisque les taux de remplacement moyens sont de 46,78% pour la stratégie 1, 38,64% pour la stratégie 2, 25,81% pour la stratégie 3, 47,89% pour la stratégie 4 et 45,25% pour la stratégie 5⁸⁰. Néanmoins, ces moyennes restent inférieures à celle du portefeuille d'actions pour les cohortes d'après-guerre (64,44%). Le bénéfice, en terme de réduction du risque, apporté par ce type de diversification est dans l'ensemble assez faible. Par exemple, pour un portefeuille comprenant 50% d'actions et 50% d'obligations, si 6,2% des cohortes ont un taux de remplacement supérieur à 60%, plus de 3 cohortes sur 4 ont une pension inférieure à 30% du dernier salaire reçu. L'actif monétaire permet une plus grande réduction du risque que les titres obligataires (l'écart type est de 13,95% pour un portefeuille composé d'actions et de l'actif monétaire, soit une réduction de 11,53 points par rapport au portefeuille d'actions ; l'écart type est de 17,98% pour le portefeuille contenant des actions et des obligations, soit une réduction de l'écart type de 7,5 points par rapport au portefeuille d'actions)⁸¹.

⁷⁹ En terme de rendements effectifs, le taux moyen, sur l'ensemble du siècle, d'un portefeuille d'actions est de 3,34% contre 0,80% pour un portefeuille comportant 50% d'actions et 50% d'obligations, 0,37% pour un portefeuille comprenant 50% d'actions et 50% d'actif monétaire et -2,89% pour un portefeuille comportant 50% d'obligations et 50% d'actif monétaire.

⁸⁰ Pour les cohortes 1949-1964, les rendements effectifs sont de 6,28% pour la stratégie 1, de 5,54% pour la stratégie 2, de 3,59% pour la stratégie 3, de 6,67% pour la stratégie 4 et de 5,66% pour la stratégie 5.

⁸¹ Les résultats obtenus à partir des données de fin d'année sont assez similaires. Les stratégies mixtes conduisent à une baisse du taux de remplacement (-4,6 points pour les obligations (i), -10,7 points pour les obligations d'Etat sur le siècle). Mais les taux de remplacement deviennent comparables à ceux procurés par les actions dans l'après guerre puisque la moyenne est de 47% pour les obligations d'Etat (58% pour les obligations (i)), avec une médiane de 42,87% (respectivement 52,6%) et un minimum de 28,96% (respectivement 38,69%) inférieur à ce qui est procuré par les actions (40,78%).

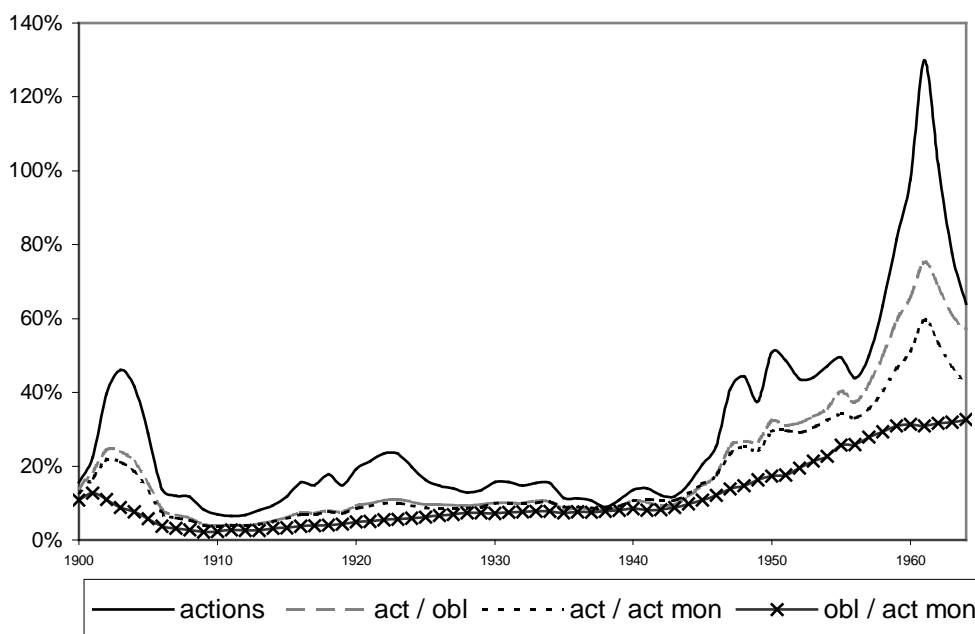
Tableau 2.26 : Distribution des taux de remplacement – portefeuilles mixtes

	Stratégie 1	Stratégie 2	Stratégie 3	Stratégie 4	Stratégie 5
	50%	50%	0%	65%	40%
	Actions	Actions	Actions	Actions	Actions
	50%	0%	50%	30%	40%
	Obligations	Obligations	Obligations	Obligations	Obligations
	0%	50%	50%	5%	20%
	Actif	Actif	Actif	Actif	Actif
	Monétaire	monétaire	Monétaire	monétaire	monétaire
Cohortes 1900-1964					
0-30	76,9%	81,5%	90,8%	75,4%	76,9%
30-60	16,9%	18,5%	9,2%	16,9%	18,5%
>60	6,2%	0%	0%	7,7%	4,6%
Cohortes 1949-1964					
0-30	6,3%	25%	62,5%	6,3%	6,2%
30-60	68,8%	75%	37,5%	62,5%	75%
>60	25%	0%	0%	31,3%	18,8%

Source : calculs de l'auteur

Le tableau 2.26 illustre le contraste entre l'après-guerre et le siècle. Si près de 77% des cohortes 1900-1964 ont un taux de remplacement inférieur à 30% en investissant dans un portefeuille d'actions et d'obligations, 93,7% des cohortes 1949-1964 obtiennent un taux de remplacement supérieur à 30%. Soulignons les mauvaises performances des portefeuilles mixtes contenant 50% d'actif monétaire : aucune cohorte ne reçoit un taux de remplacement supérieur à 60% avec les stratégies 2 ou 3.

Figure 2.10 : Taux de remplacement historiques - diversification nationale du portefeuille (données annuelles moyennes)



2.3.2 L'apport de l'immobilier dans la stratégie de diversification du portefeuille

L'immobilier joue un rôle important dans la diversification d'un portefeuille comprenant plusieurs classes d'actifs. Rappelons notamment que l'immobilier représente 16% de l'allocation moyenne des Fonds de pension en Suisse, 12% en Australie et 7% au Royaume-Uni. Pour nos simulations, nous retenons deux séries immobilières décrites dans la section 2.3.1 : une série d'un actif fictif indexé sur le prix du logement à Paris et une série du placement locatif à Paris. A partir de ces deux séries, nous simulons des portefeuilles à 2 ou 4 classes d'actifs ayant une part 1/N dans le portefeuille géré par le fonds de pension (diversification naïve).

Les résultats sont présentés dans les tableaux 2.27 et 2.28. Les taux de remplacement historiques sont illustrés par les figures 2.11 et 2.12.

Tableau 2.27 : Taux de remplacement – apport d' un actif indexé sur le prix du logement à Paris

	Stratégie 1	Stratégie 2	Stratégie 3	Stratégie 4	Stratégie 5
	0% Actions	50% Actions	0% Actions	0% Actions	25% Actions
	0% Obligations	0% Obligations	50% Obligations	0% Obligations	25% Obligations
	0% Actif monétaire	0% Actif monétaire	0% Actif monétaire	50% Actif monétaire	25% Actif monétaire
	100% Immobilier	50% Immobilier	50% Immobilier	50% Immobilier	25% Immobilier
Cohortes 1900-1964					
Moyenne	23,92%	24,70%	15,07%	13,52%	15,97%
Quartile 1	12,18%	17,76%	9,98%	9,26%	10,03%
Médiane	24,89%	24,24%	13,96%	14,49%	12,16%
Quartile 3	34,45%	31,49%	20,37%	18,41%	22,81%
Ecart type	12,71%	11,94%	7,81%	6,21%	10,34%
Max	43,79%	52,08%	31,46%	23,98%	40,97%
Min	2,99%	4,85%	2,59%	2,46%	3,23%
Cohortes 1949-1964					
Moyenne	24,85%	40,68%	26,43%	21,65%	32,16%
Quartile 1	18,00%	36,39%	24,77%	20,44%	28,42%
Médiane	20,82%	39,90%	26,07%	21,86%	30,20%
Quartile 3	31,66%	44,33%	27,11%	22,65%	37,20%
Ecart type	9,10%	6,08%	2,05%	1,46%	5,07%
Max	41,24%	52,08%	31,46%	23,98%	40,97%
Min	15,79%	31,44%	23,48%	19,43%	24,04%

Source : calculs de l'auteur

L'apport d'un actif indexé sur le prix du logement à Paris semble assez intéressant. Sur l'ensemble du siècle, un investissement exclusif en cet actif offre une moyenne de 23,92% et une médiane de 24,70%. Il offre des taux de remplacement supérieurs à ceux procurés par des

portefeuilles d'actions pour les cohortes 1918-1946⁸². Le taux de remplacement moyen d'un portefeuille mixte 50% actions - 50% actif indexé sur le prix du logement est de 24,70% soit un taux moyen inférieur d'un peu moins de 5 points à celui procuré par un portefeuille d'actions. Mais le risque est bien moindre : l'écart type de cette stratégie mixte est de 11,94% contre 25,48% pour la stratégie consistant à investir le portefeuille exclusivement en actions. La moitié des cohortes bénéficie d'un taux de remplacement supérieur à 24% pour un portefeuille 50% actions-50% actif indexé sur le prix du logement à Paris contre environ 16% pour un portefeuille d'actions. Cette stratégie mixte apporte pour toutes les cohortes des taux de remplacement supérieurs à ceux offerts par des portefeuilles où l'actif immobilier est associé aux titres obligataires ou à l'actif monétaire. La stratégie à quatre actifs (25% actions, 25% obligations, 25% actif monétaire, 25% actif indexé sur l'indice du logement à Paris) permet une réduction du risque encore plus importante (un écart type de 10,34%) mais les pensions reçues sont assez faibles : 50% des cohortes ont un taux de remplacement inférieur à 12,16%. Ce portefeuille n'est préférable, en termes de rendements, à celui d'actions que pour quatre cohortes (les cohortes 1937, 1938, 1939 et 1943).

Sur l'ensemble du siècle, comparé aux placements en actions, en obligations et en actif monétaire, le placement locatif offre de meilleures performances. Le taux de remplacement moyen pour les 64 cohortes étudiées est de 40,21% contre 29,08% pour les actions, 12,98% pour les obligations et 10,15% pour l'actif monétaire. 50% des cohortes bénéficient d'un taux de remplacement supérieur à 45,46% alors que la moitié des cohortes perçoit un taux de remplacement inférieur à 15,73% avec un portefeuille d'actions. Un portefeuille consacré à l'investissement locatif procure un meilleur taux de remplacement qu'un portefeuille d'actions pour 40 cohortes (cohortes 1900-1901, cohortes 1917-1954). En terme de volatilité, le placement locatif présente des résultats intermédiaires à ceux des placements en actions et ceux des placements obligataires (un écart type de 21,91% contre 25,48% pour les actions et 11,72% pour les obligations). Concernant les cohortes 1949-1964, les portefeuilles d'actions procurent en moyenne des taux de remplacement supérieurs à ceux offerts par la stratégie de placement locatif. Pour ces quinze dernières cohortes, le placement locatif offre un taux de remplacement moyen de 51,30% et un taux de remplacement médian de 45,46% contre une moyenne de 64,44% et une médiane de 50,35% pour les portefeuilles d'actions. Le portefeuille mixte 50% actions – 50% placement locatif offre un taux de remplacement moyen de 33,72%, soit un taux supérieur d'environ trois points au taux de remplacement moyen du

⁸² Notons que ces taux de remplacement sont supérieurs de plus de vingt points pour les cohortes 1925-1939.

portefeuille d'actions⁸³. Ce portefeuille mixte offre des pensions supérieures à celles obtenues avec un portefeuille d'actions pour quarante cohortes (1918-1946 et 1949). Les portefeuilles mixtes 50% actif monétaire – 50% placement locatif et 50% obligations - 50% placement locatif offrent des taux de remplacement assez faibles respectivement de 19,49% et 17,75% . Trois cohortes sur quatre ont des taux de remplacement inférieurs à 21%. Le portefeuille composé des quatre actifs (25% actions – 25% obligations – 25% actif monétaire – 25% immobilier) présente des résultats assez décevants. Sur l'ensemble du siècle, le taux de remplacement moyen n'est que de 18,54% soit un taux moyen inférieur à celui offert par un portefeuille d'obligations. Ce portefeuille offre néanmoins un taux de remplacement moyen supérieur à celui obtenu avec un portefeuille d'actions pour trois cohortes : 1938, 1939 et 1943.

Tableau 2.28 : Taux de remplacement – apport d'un placement locatif sur Paris

	Stratégie 1	Stratégie 2	Stratégie 3	Stratégie 4	Stratégie 5
	0% Actions	50% Actions	0% Actions	0% Actions	25% Actions
	0% Obligations	0% Obligations	50% Obligations	0% Obligations	25% Obligations
	0% Actif monétaire	0% Actif monétaire	0% Actif monétaire	50% Actif monétaire	25% Actif monétaire
	100% Placement locatif	50% Placement locatif	50% Placement locatif	50% Placement Locatif	25% Placement Locatif
Cohortes 1900-1964					
Moyenne	40,21%	33,72%	19,49%	17,75%	18,54%
Quartile 1	23,78%	24,99%	11,45%	10,13%	11,16%
Médiane	43,21%	32,24%	19,23%	18,89%	15,03%
Quartile 3	58,52%	41,90%	21,75%	21,99%	22,10%
Ecart type	21,91%	16,86%	10,73%	9,04%	11,95%
Max	81,50%	73,67%	39,29%	34,97%	50,23%
Min	5,04%	7,07%	3,48%	3,22%	4,07%
Cohortes 1949-1964					
Moyenne	51,30%	58,90%	37,17%	31,29%	39,58%
Quartile 1	31,81%	53,04%	35,82%	29,41%	37,13%
Médiane	45,46%	58,12%	37,66%	31,08%	37,89%
Quartile 3	72,84%	64,74%	38,22%	33,07%	40,78%
Ecart type	20,82%	8,85%	1,56%	2,31%	4,99%
Max	81,50%	73,67%	39,29%	34,97%	50,23%
Min	29,17%	47,06%	34,44%	28,35%	31,58%

Source : calculs de l'auteur

⁸³ Le rendement effectif moyen d'un portefeuille mixte 50% actions – 50% placement locatif est de 4,46% soit un taux supérieur de 1,1 point à un portefeuille d'actions.

Figure 2.11 : Taux de remplacement historiques – apport d’un actif indexé sur le prix du logement à Paris

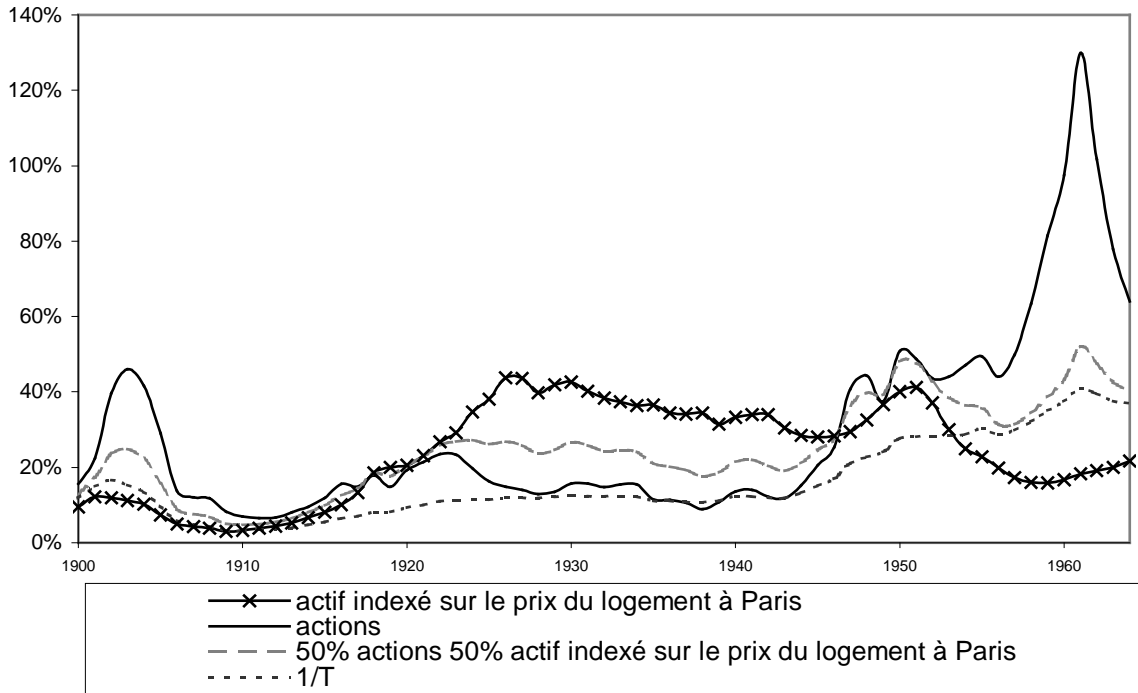
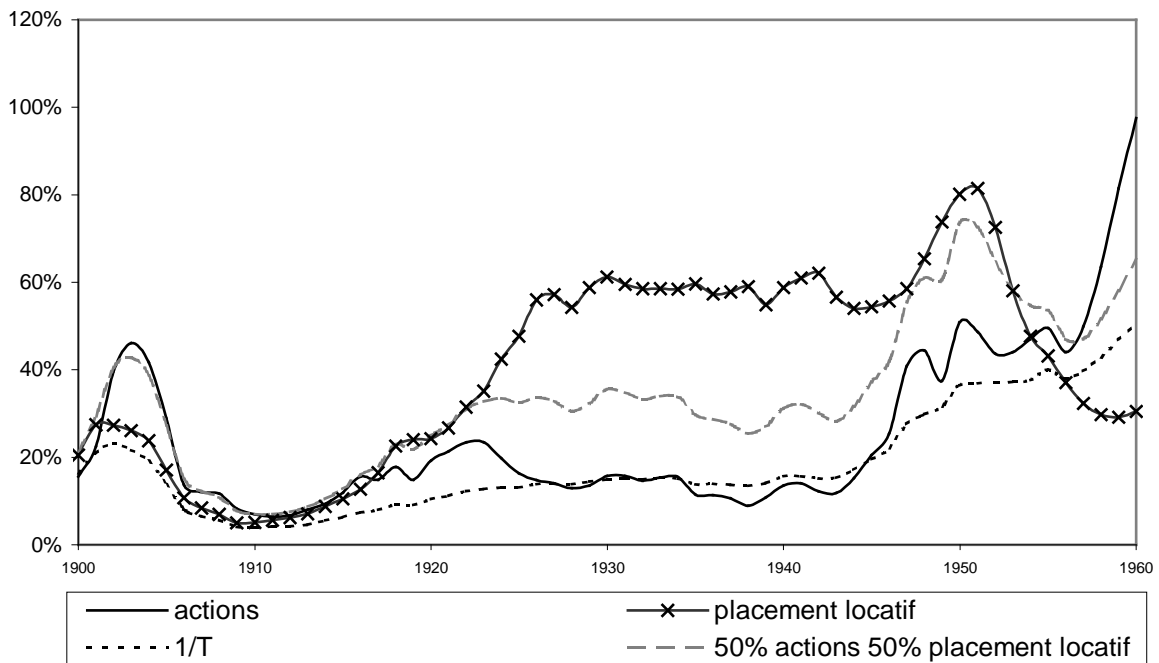


Figure 2.12 : Taux de remplacement historiques – apport d’un placement locatif sur Paris



2.3.3 Une diversification internationale : l'apport d'actifs américains

Dans cette dernière sous-section, nous simulons les rendements de portefeuilles comprenant des titres américains.

Pour ce faire, il convient de réécrire la dynamique du portefeuille géré par le fonds de pension. Le portefeuille a maintenant deux composantes : une composante nationale et une composante américaine.

Soit PPF_{t+n}^t le portefeuille en $t + n$ d'un individu appartenant à la cohorte t investi sur le marché français.

Soit PFI_{t+n}^t le portefeuille en $t + n$ d'un individu appartenant à la cohorte t investi sur le marché américain.

Soit x la part de la cotisation retraite annuelle investie sur le marché américain.

En t , l'individu place une fraction x sur les marchés américains et convertit donc sa cotisation en dollar américain. Le reste est placé sur les marchés français. Nous avons donc :

$$PPF_t^t = (1 - x) \quad sw_t(1 - c_p)$$

$$PFI_t^t = \frac{1}{tcr_t} x \quad sw_t(1 - c_p)$$

avec, rappelons-le, c_p qui désigne les frais de gestion prélevés sur la prime, w_t le salaire réel en t et s le taux d'épargne.

tcr_t exprime le taux de change réel calculé de la manière suivante :

$$tcr_t = e \frac{P_t^*}{P_t}, \quad e \text{ désignant le taux de change nominal côté à l'incertain (1 dollar = } e \text{ francs), } P_t^*$$

les prix américains, P_t les prix français.

En $t + 1$:

$$PPF_{t+1}^t = PPF_t^t (1 + Rf_{t+1} - c_r) + (1 - x) sw_{t+1} (1 - c_p)$$

$$PFI_{t+1}^t = PFI_t^t (1 + Rus_{t+1} - c_r) + \frac{1}{tcr_{t+1}} x sw_{t+1} (1 - c_p)$$

où Rf_{t+1} désigne le taux de rendement de la composante française du portefeuille en t et $t + 1$, Rus_{t+1} le taux de rendement de la composante américaine du portefeuille en t et $t + 1$ et c_r les frais de gestion prélevés annuellement sur le portefeuille.

Par récurrence, en $t + n$:

$$\begin{aligned}
 PFF_{t+n}^t &= PFF_{t+n-1}^t (1 + RF_{t+n} - c_r) + (1-x)sw_{t+n} (1 - c_p) \\
 PFI_{t+n}^t &= PFI_{t+n-1}^t (1 + Rus_{t+n} - c_r) + \frac{1}{tcr_{t+n}} xsw_{t+n} (1 - c_p) \\
 PFF_{t+n}^t &= (1-x)sw_{t+n} (1 - c_p) \left\{ \sum_{n=1}^n \prod_{s=n}^n \frac{1 + Rf_{t+s} - c_r}{1 + g_{t+s}} + 1 \right\} \\
 PFI_{t+n}^t &= \frac{1}{tcr_{t+n}} xsw_{t+n} (1 - c_p) \left\{ \sum_{n=1}^n \prod_{s=n}^n \frac{1 + Rus_{t+s} - c_r}{1 + g_{t+s}} + 1 \right\}
 \end{aligned}$$

Comme pour les investissements nationaux, le taux de remplacement est défini comme le ratio entre la rente en $t+40$ et le dernier salaire perçu. Le taux de remplacement de la cohorte t s'écrit :

$$\theta^t = \frac{\rho \left(PFF_{t+39}^t + tcr_{t+39} PFI_{t+39}^t \right)}{w_{t+39}}$$

Le tableau 2.29 présente les résultats pour les portefeuilles contenant 100% d'actions américaines ou 100% d'obligations américaines. Ces résultats sont illustrés par la figure 2.13. Le tableau 2.30 synthétise les résultats pour les portefeuilles mixtes suivants construits selon la règle 1/N définie précédemment :

- 50% actions françaises – 50% actions américaines ;
- 50% actions françaises – 50% obligations américaines ;
- 50% obligations françaises – 50% obligations américaines ;
- 50% actions américaines – 50% obligations américaines ;
- 25% actions françaises – 25% actions américaines – 25% obligations françaises – 25% obligations américaines ;
- et 20% actions françaises – 20% actions américaines – 20% obligations françaises – 20% obligations américaines – 20% actif monétaire français.

Ces taux de remplacement historiques sont représentés par les figures 2.14, 2.15 et 2.16.

Tableau 2.29 : Diversification internationale : portefeuille à support unique

	Cohortes 1900-1964		Cohortes 1949-1964	
	100% Actions américaines	100% Obligations américaines	100% Actions américaines	100% Obligations américaines
Moyenne	51,00%	16,45%	59,00%	24,28%
Ecart type	24,76%	9,92%	33,63%	9,04%
Q1	30,16%	9,48%	32,70%	16,97%
Médiane	52,77%	13,42%	41,44%	21,77%
Q3	66,09%	21,48%	77,84%	31,96%
Min	15,21%	5,57%	26,19%	13,75%
Max	127,88%	47,38%	127,88%	42,81%

Source : calculs de l'auteur

Tableau 2.30 : Taux de remplacement - diversification internationale

	Stratégie 1	Stratégie 2	Stratégie 3	Stratégie 4	Stratégie 5	Stratégie 6
	50% Actions françaises	50% Actions françaises	0% Actions françaises	0% Actions françaises	25% Actions françaises	20% Actions françaises
	50% Actions américaines	0% Actions américaines	0% Actions américaines	50% Actions américaines	25% Actions américaines	20% Actions américaines
	0% Obligations françaises	0% Obligations françaises	50% Obligations françaises	0% Obligations françaises	25% Obligations françaises	20% Obligations françaises
	0% Obligations américaines	50% Obligations américaines	50% Obligations américaines	50% Obligations américaines	25% Obligations américaines	20% Obligations américaines
	0% Actif monétaire français	0% Actif monétaire français	0% Actif monétaire Français	0% Actif monétaire Français	0% Actif monétaire français	20% Actif monétaire Français
	Cohortes 1900-1964					
Moyenne	40,04%	22,77%	14,71%	29,63%	24,67%	21,32%
Ecart type	21,41%	16,25%	9,70%	15,55%	14,69%	12,26%
Q1	30,07%	12,10%	7,96%	19,86%	16,01%	14,09%
Médiane	37,69%	15,09%	9,20%	25,23%	20,38%	16,73%
Q3	43,90%	30,84%	18,73%	36,01%	27,58%	24,63%
Min	13,00%	8,02%	6,52%	8,67%	8,99%	8,72%
Max	128,88%	81,27%	43,17%	75,21%	70,89%	58,07%
	Cohortes 1949-1964					
Moyenne	61,72%	44,36%	27,72%	38,37%	42,58%	37,15%
Ecart type	29,79%	16,79%	8,93%	17,79%	16,60%	12,88%
Q1	39,36%	31,43%	19,97%	23,83%	28,55%	26,23%
Médiane	45,54%	35,70%	26,69%	30,44%	35,88%	32,67%
Q3	79,18%	54,83%	35,84%	54,92%	57,57%	49,12%
Min	31,84%	25,63%	15,92%	18,80%	22,74%	20,78%
Max	128,88%	81,27%	43,17%	69,11%	70,89%	58,07%

Source : calculs de l'auteur

Figure 2.13 : Taux de remplacement historiques - diversification internationale (portefeuilles à support unique)

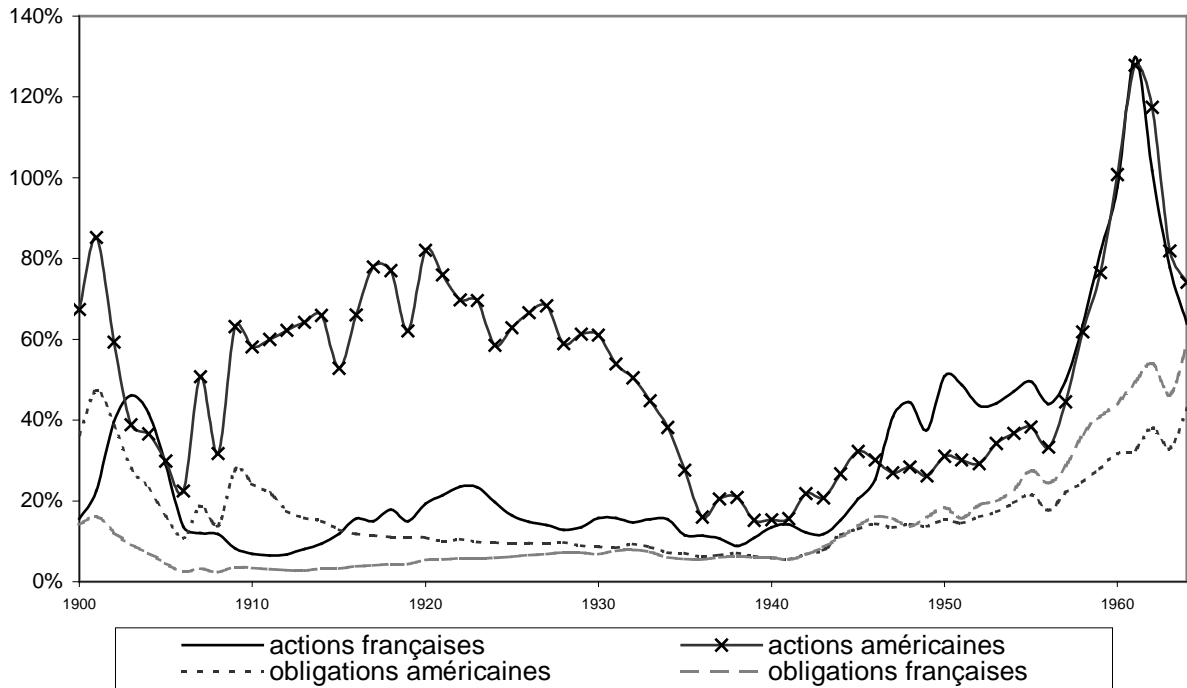


Figure 2.14 : Taux de remplacement historiques - diversification internationale du portefeuille

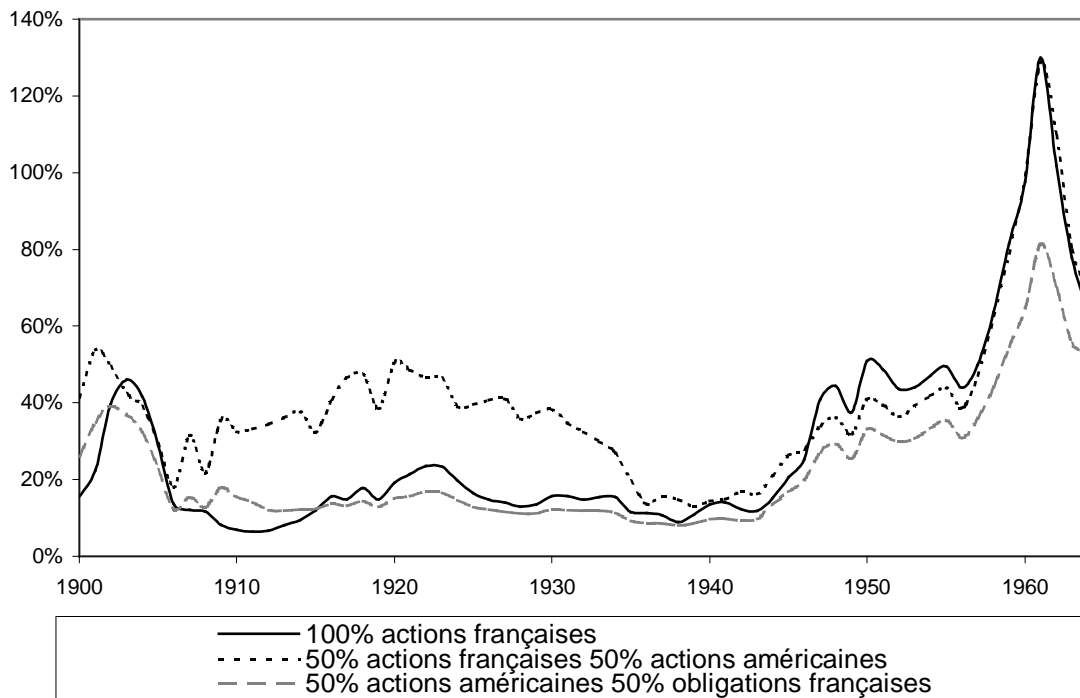


Figure 2.15 : Taux de remplacement historiques - diversification internationale du portefeuille

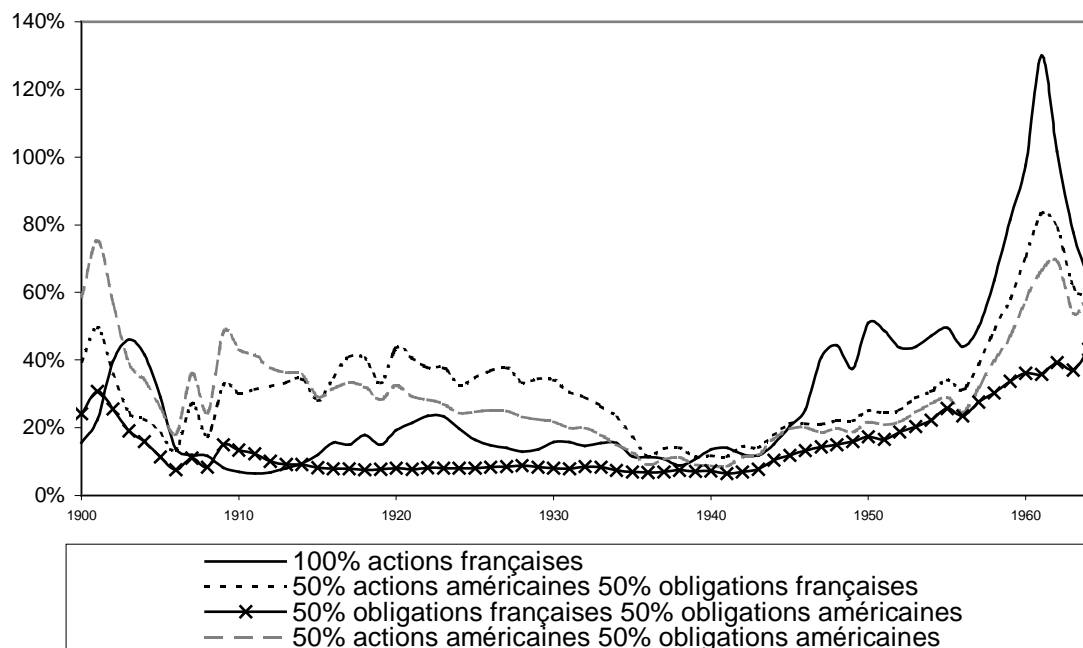
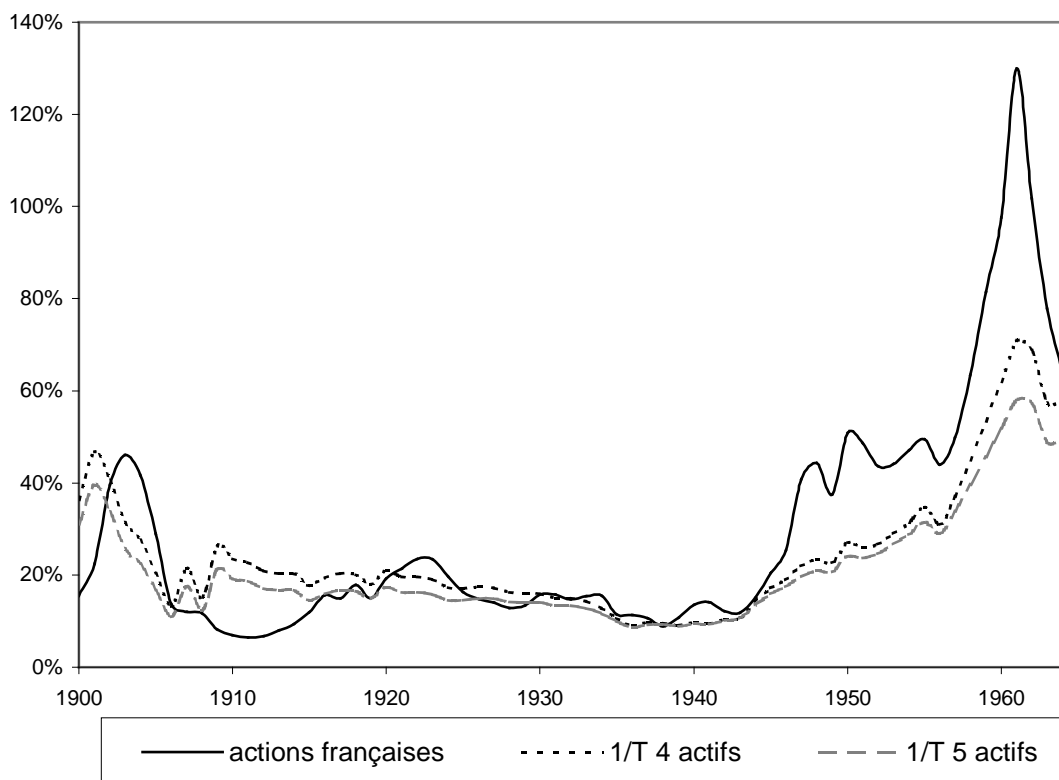


Figure 2.16 : Taux de remplacement historiques diversification internationale du portefeuille



La stratégie consistant à investir le portefeuille exclusivement en actions américaines offre en moyenne des taux de remplacement supérieurs à ceux obtenus avec la stratégie d'un placement exclusif en actions françaises. Le taux de remplacement moyen est de plus de 50% contre moins de 30% pour les actions françaises. Ceci s'explique par la supériorité du rendement des actions américaines sur celui des actions françaises : le rendement effectif hors frais administratifs moyen est de 6,90% pour les actions américaines contre 3,34% pour les actions françaises. Seules quatre cohortes (les cohortes 1936 et 1939-1941) ont un taux de remplacement inférieur à 20%. Les cohortes 1936 et 1939 liquident leur portefeuille respectivement en 1975 et 1978, années où les rendements réels des actions américaines sont de -29,08% et -14,05%. Quarante neuf cohortes sur les 65 étudiées reçoivent des pensions supérieures à celles de la stratégie 100% actions françaises (cohortes 1900-1902, 1905-1946, 1960 et 1962-1964). La dispersion des taux de remplacement historiques est moins forte. L'écart type est de 24,76% contre 25,48% et trois cohortes sur quatre ont un taux de remplacement supérieur à 30,16% contre 12,87% pour un investissement sur le marché français. Notons aussi que le taux de remplacement minimal est de 15,21% soit plus du double de la valeur minimale obtenue par la cohorte 1911 avec un investissement en actions françaises. Concernant l'investissement obligataire, les résultats sont assez analogues à ceux de notre scénario de référence basé sur les données françaises. Les portefeuilles investis en obligations américaines n'offrent jamais de taux de remplacement supérieurs à ceux procurés par un investissement en actions américaines. Seules les trois premières cohortes étudiées et les cohortes 1960-1964 ont un taux de remplacement supérieur à 30%. Les cohortes 1960-1964 bénéficient notamment des bonnes performances du marché obligataire durant la période 1983-1987. La cohorte 1962 liquide son portefeuille en 2001, année où le rendement réel des obligations américaines dépasse les 13%. La moyenne est de 16,45% sur le siècle (24,28% pour les cohortes 1949-1964) avec une médiane de 13,42%. La dispersion des taux de remplacement est très faible : l'écart type est de 9,92% sur le siècle et la moitié des cohortes bénéficient d'un taux de remplacement compris entre 9,48% et 21,48%. Par rapport aux actifs français, les obligations américaines s'avèrent surtout intéressantes pour le début du siècle. Si les taux de remplacement procurés par un investissement en obligations américaines sont supérieurs à ceux offerts par un investissement en obligations françaises pour les quarante premières cohortes étudiées, la pension moyenne reçue par les cohortes 1949-1964 est proche de celle offerte par un investissement en obligations sur le marché français (32,64%). Notons enfin que les investissements dans les obligations américaines offrent de meilleurs taux de

remplacement que ceux procurés par des investissements en actions françaises pour onze cohortes du début du siècle (les cohortes 1900-1901⁸⁴ et les cohortes 1907-1915⁸⁵).

Tableau 2.31 : Diversification internationale : portefeuilles à support unique 100% actions américaines, 100% obligations américaines – taux de change fixe

	Cohortes 1900-1964		Cohortes 1949-1964	
	100% Actions américaines	100% Obligations américaines	100% Actions américaines	100% Obligations américaines
Moyenne	48,99%	16,00%	56,25%	23,42%
Ecart type	19,32%	8,07%	22,83%	5,10%
Q1	35,12%	9,75%	39,84%	19,78%
Médiane	47,15%	13,15%	47,64%	23,91%
Q3	62,12%	21,21%	73,10%	27,39%
Min	18,86%	7,01%	31,51%	15,57%
Max	100,60%	38,31%	100,60%	31,84%

Source : calculs de l'auteur

L'impact du taux de change sur les taux de remplacement historiques est assez faible (Tableau 2.31). En supposant un taux de change fixe, le taux de remplacement moyen offert par un portefeuille d'actions américaines est de 48,99% contre 51% dans notre scénario d'un taux de change variable. La cohorte 1906 est celle pour laquelle les fluctuations du taux de change réel durant la phase d'accumulation sont les plus préjudiciables, cette cohorte liquidant son portefeuille en 1945, année où le taux de change réel est le plus défavorable pour une conversion en francs français d'un portefeuille libellé en dollar. Par contre, pour les cohortes 1909, 1961 et 1962, les variations du taux de change réel entraînent une hausse des taux de remplacement historiques de plus de 25 points.

Concernant les portefeuilles mixtes, la stratégie combinant 50% d'actions françaises et 50% d'actions américaines présente des résultats assez intéressants. Le taux de remplacement moyen est de 40,04% soit environ 10 points de plus que le taux de remplacement moyen offert par un portefeuille composé uniquement d'actions françaises. Le rendement effectif moyen hors frais administratifs de ce portefeuille est de 5,12% soit un taux supérieur de près de 1,8 point à celui d'un portefeuille d'actions. De 1900 à 1946, les portefeuilles mixtes 50% actions françaises - 50% actions américaines procurent des taux de remplacement plus élevés que ceux obtenus avec des portefeuilles composés uniquement d'actions françaises. Ceci

⁸⁴ Pour ces deux premières cohortes, les rendements effectifs des obligations américaines sont supérieurs d'environ quatre points à ceux des actions françaises (4,44% et 4,40% pour les obligations américaines contre 0,42% et 0,87% pour les actions françaises) et seules les quatre dernières cohortes étudiées ont des rendements effectifs plus importants.

⁸⁵ Les rendements effectifs des actions françaises sont négatifs pour les cohortes 1907-1914.

s'explique par la supériorité des rendements des actions américaines sur ceux des actions françaises pendant la première moitié du vingtième siècle (rappelons que, sur la période 1901-1950, le rendement réel moyen sur 40 ans des actions américaines est de 6,79% contre moins de 1,5% pour les actions françaises). Une cohorte sur deux bénéficie d'un montant de pension supérieur à 37% du dernier salaire perçu. Par rapport au portefeuille d'actions françaises, la dispersion des taux de remplacement est relativement moindre (un écart type de 21,41% pour le portefeuille mixte contre 25,48% pour les actions françaises). Notons cependant que 16 cohortes sur les 65 étudiées ont un taux de remplacement inférieur à 30% (1905-1906, 1908, 1934-1946) et que 10 cohortes obtiennent un taux de remplacement inférieur à 20% (1906, 1935-1943). Les cohortes 1935-1943 connaissent notamment deux fortes périodes de chutes des cours boursiers : la période 1943-1950 pour le marché français, la période 1974-1975 pour le marché américain.

Concernant les autres portefeuilles mixtes, l'allocation d'une partie du portefeuille en obligations américaines permet de réduire la dispersion des taux de remplacement. Par rapport à la stratégie 100% actions françaises, l'écart type passe de 25,48% à 16,25% pour une stratégie 50% actions françaises – 50% obligations américaines, de 25,48% à 15,55% pour une stratégie 50% actions américaines – 50% obligations américaines. Pour cette dernière, le taux de remplacement est même légèrement plus important (29,63% contre 29,08%). 36 des 65 cohortes étudiées ont un taux de remplacement plus élevé que celui offert par un portefeuille d'actions françaises (cohortes 1900-1902, 1906-1933, 1935, 1937-1938, 1943-1944).

La stratégie à 4 actifs (les actions françaises, les obligations françaises, les actions américaines et les obligations américaines ont le même poids dans le portefeuille) permet une forte réduction du risque par rapport à la stratégie d'allocation unique en actions françaises (l'écart type passe de 25,48% à 14,69%) pour une réduction du taux de remplacement relativement limité (environ -4 points). Cependant, si l'investissement en actions sur le marché français permet à une cohorte sur quatre d'avoir un taux de remplacement supérieur à 43,64%, 75% des cohortes ont un taux de remplacement inférieur à 27,58% en diversifiant leur portefeuille dans les quatre actifs.

Concernant les deux stratégies à 6 actifs, elles offrent des résultats assez similaires. Deux stratégies sont simulées. La stratégie 1 consiste à composer le portefeuille de 69% d'actifs nationaux et de 31% d'actifs internationaux. La part nationale du portefeuille est composée à 58% d'actions françaises, 29% d'obligations, 10% d'immobilier et 3% d'actif monétaire. La part internationale est composée à 97% d'actions internationales (ici américaines) et 3%

d'obligations internationales (ici américaines). Cette stratégie correspond au poids moyen des différentes catégories d'actifs financiers des portefeuilles gérés par les fonds de pension au Royaume-Uni. Ces portefeuilles sont notamment caractérisés par une forte détention d'actions nationales et internationales. La stratégie 2 consiste à composer le portefeuille de 30% d'actifs nationaux et de 70% d'actifs internationaux. La composante nationale du portefeuille contient 33% d'actions, 33% d'obligations, 16% d'actif monétaire et 16% d'immobilier. La composante internationale se répartit en 57% d'actions internationales (ici américaines) et 43% d'obligations internationales (ici américaines). Cette stratégie correspond à la répartition moyenne en classes d'actifs financiers des fonds de pension au Pays-Bas avec une forte composante internationale et une importante détention en obligations du portefeuille.

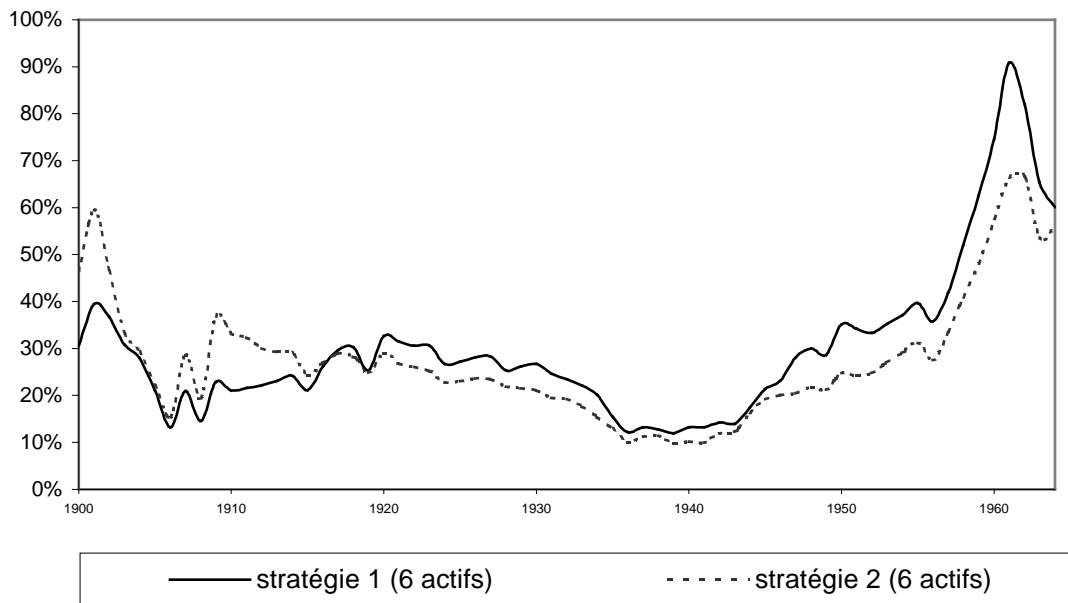
Tableau 2.32 : Taux de remplacement historiques - stratégie 6 actifs

	Cohortes 1900-1964		Cohortes 1949-1964	
	Stratégie 1	Stratégie 2	Stratégie 1	Stratégie 2
Moyenne	30,07%	27,58%	50,52%	39,53%
Ecart type	16,26%	13,51%	19,61%	15,99%
Q1	21,09%	19,51%	35,21%	26,50%
Médiane	26,73%	24,79%	40,76%	32,39%
Q3	33,27%	30,11%	63,28%	54,14%
Min	11,88%	9,92%	28,66%	21,27%
Max	90,81%	66,64%	90,81%	66,64%

Source : calcul de l'auteur

Comme nous l'indiquent le tableau 2.32 et la figure 2.17, la stratégie 1 offre de meilleures performances du fait de la plus grande détention d'actions, françaises ou américaines dans le portefeuille géré par le fonds de pension. Sur l'ensemble de la période étudiée, le taux de remplacement moyen est de 30,07% contre 27,58% pour la stratégie 2 comprenant notamment davantage d'obligations pour un risque cependant plus élevé (un écart type de 16,26% contre 13,51%). Pour les quinze dernières cohortes étudiées, l'écart entre les taux de remplacement des deux stratégies est de onze points. La moitié des cohortes 1949-1964 reçoit un taux de remplacement supérieur à 41% alors que la médiane n'est que de 32% pour la stratégie 2. Cette stratégie 2 n'offre des pensions plus élevées que pour les seize premières cohortes du fait des bonnes performances des actifs américains durant la première moitié du vingtième siècle.

Figure 2.17 : Taux de remplacement historiques – diversification internationale du portefeuille



2.4 Apports d'une diversification du portefeuille : stratégies dites « dynamiques »

Dans cette dernière section, nous simulons une série de stratégies dynamiques où la part en actions du portefeuille géré par le fonds de pension varie durant la phase d'accumulation. Nous avons souligné dans le chapitre 2 que les fonds de pension, notamment les fonds de pension américains, privilégient ce type de stratégie afin de diminuer le risque de liquidation. Dans un premier temps, nous simulons trois stratégies dynamiques où la part en actions décroît au cours du temps puis nous comparons les taux de remplacement procurés par ces stratégies avec ceux offerts par les stratégies statiques équivalentes. Enfin, nous comparons ces résultats avec les pensions offertes par des stratégies dynamiques où la part en actions du portefeuille augmente avec l'âge du cotisant.

2.4.1 Les taux de remplacement historiques procurés par des stratégies dynamiques de type « life cycle »

Nous retenons plusieurs stratégies de composition de portefeuille où la proportion en actifs risqués diminue avec l'âge⁸⁶. Ces stratégies sont celles simulées sur données américaines par Shiller [2005] :

- une stratégie de référence, les dix premières années, la part d'actions est de 85% puis diminue progressivement pour atteindre 15% pendant les cinq dernières années d'accumulation (appelée life 1) ;

- une stratégie prudente, les dix premières années, la part d'actions est de 70% puis diminue progressivement pour atteindre 10% pendant les cinq dernières années de cotisation (appelée life 2) ;

- une stratégie agressive, les dix premières années, la part d'actions est de 90% puis diminue progressivement pour atteindre 40% pendant les cinq dernières années de cotisation (appelée life 3).

Ces stratégies sont simulées à partir des portefeuilles suivants : actions – obligations (données annuelles moyennes⁸⁷), actions – actif monétaire, actions – immobilier (actif fictif indexé sur le prix du logement à Paris)⁸⁸.

Les résultats sont présentés dans le tableau 2.33⁸⁹. Les figures 2.18, 2.19 et 2.20 illustrent les taux de remplacement historiques des stratégies dynamiques.

⁸⁶ Ces stratégies de portefeuilles sont présentées en détail en annexe.

⁸⁷ Les résultats des stratégies dynamiques construites à partir des données de fin d'année (obligations (G) et obligations (i)) sont aussi présentés en annexe.

⁸⁸ Nous avons aussi simulé ces stratégies à partir d'un portefeuille qui comporte un actif fictif représentant à 50% le marché obligataire et à 50% le marché monétaire. Cet actif mixte est notamment utilisé par Shiller [2005] pour représenter les marchés obligataire et monétaire américains. Les résultats de ces simulations figurent dans l'annexe, les résultats étant bien évidemment compris entre ceux du portefeuille contenant l'actif monétaire et ceux comprenant les obligations.

⁸⁹ Nous avons calculé les taux de rendements effectifs de ces différentes stratégies dynamiques. Les résultats sont présentés dans l'annexe ci-jointe.

Tableau 2.33 : Taux de remplacement historiques – stratégies life cycle

Portefeuilles Actions – Obligations Cohortes 1900-1964			Portefeuilles Actions – Obligations Cohortes 1949-1964			
	Actions Obligations Life 1	Actions Obligations Life 2	Actions Obligations Life 3	Actions Obligations Life 1	Actions Obligations Life 2	Actions Obligations Life 3
Moyenne	17,44%	16,29%	20,51%	42,22%	39,57%	48,82%
Q1	7,89%	7,26%	9,61%	29,04%	27,57%	33,65%
Médiane	10,01%	9,36%	11,36%	39,97%	38,13%	43,43%
Q3	21,34%	19,69%	26,88%	57,63%	53,39%	64,87%
Ecart type	16,34%	15,27%	18,85%	14,35%	13,16%	16,86%
Min	3,10%	2,84%	4,06%	23,25%	21,87%	27,38%
Max	60,92%	57,46%	76,08%	60,92%	57,46%	76,08%
Portefeuilles Actions – Actif monétaire Cohortes 1900-1964			Portefeuilles Actions – Actif monétaire Cohortes 1949-1964			
	Actions Actif Monétaire Life 1	Actions Actif Monétaire Life 2	Actions Actif Monétaire Life 3	Actions Actif Monétaire Life 1	Actions Actif Monétaire Life 2	Actions Actif Monétaire Life 3
Moyenne	14,17%	13,06%	17,68%	30,57%	28,04%	38,98%
Q1	6,97%	6,37%	9,25%	24,26%	22,83%	29,84%
Médiane	10,23%	9,50%	11,57%	30,27%	28,54%	35,39%
Q3	18,81%	17,11%	24,15%	37,65%	34,05%	47,32%
Ecart type	10,66%	9,69%	13,97%	7,30%	6,28%	10,63%
Min	2,83%	2,59%	3,79%	19,15%	17,76%	24,15%
Max	40,09%	35,48%	58,25%	40,09%	35,48%	58,25%
Portefeuilles Actions – Immobilier Cohortes 1900-1964			Portefeuilles Actions – Immobilier Cohortes 1949-1964			
	Actions Immobilier Life 1	Actions Immobilier Life 2	Actions Immobilier Life 3	Actions Immobilier Life 1	Actions Immobilier Life 2	Actions Immobilier Life 3
Moyenne	22,43%	22,50%	23,45%	27,72%	26,34%	36,25%
Q1	16,79%	15,21%	16,88%	24,45%	22,79%	31,11%
Médiane	22,70%	23,06%	23,75%	26,82%	26,85%	35,03%
Q3	30,19%	29,56%	29,99%	31,22%	30,04%	40,62%
Ecart type	9,88%	10,23%	10,53%	4,45%	4,49%	6,48%
Min	4,06%	3,78%	4,99%	21,58%	19,93%	28,30%
Max	40,89%	42,41%	47,70%	35,86%	33,28%	47,70%
Rappel : portefeuilles à support unique Cohortes 1900-1964			Rappel : portefeuilles à support unique Cohortes 1949-1964			
	Moyenne	Ecart type	Médiane	Moyenne	Ecart type	Médiane
Actions	29,08%	25,48%	15,73%	64,44%	26,34%	50,35%
Obligations	12,98%	11,72%	7,74%	31,15%	9,15%	31,62%
Actif Monétaire	10,15%	6,97%	7,76%	21,02%	3,44%	22,62%
Immobilier	23,92%	12,71%	24,89%	24,85%	9,10%	20,82%

Source : calculs de l'auteur

Les stratégies dynamiques (appelées dans cette section life 1, life 2, life 3) permettent de diminuer assez sensiblement le risque financier. Pour les portefeuilles comprenant des actions et des obligations, l'écart type est de 16,34% pour la stratégie de référence, 15,27% pour la stratégie prudente et 18,85% pour la stratégie agressive alors qu'il est d'environ 25,5% pour un portefeuille d'actions. Néanmoins, cette réduction du risque s'accompagne d'une baisse des pensions versées. Le taux de remplacement moyen de la stratégie de référence est inférieur de 11,64 points au taux de remplacement moyen de la stratégie d'investissement en actions, celui de la stratégie prudente de 12,79 points et celui de la stratégie agressive de 8,57 points. La médiane est inférieure d'environ 5 points pour les trois stratégies dynamiques⁹⁰. La stratégie de référence n'offre un taux de remplacement plus élevé que celui offert par un portefeuille d'actions que pour la seule cohorte 1938⁹¹. La stratégie agressive est plus intéressante en terme de rendement pour les seules cohortes 1938 et 1964⁹² alors que les taux de remplacement offerts par la stratégie prudente sont toujours inférieurs à ceux obtenus avec des portefeuilles d'actions. Par rapport aux portefeuilles obligataires, les stratégies dynamiques offrent pour toutes les cohortes étudiées des taux de remplacement supérieurs avec, en contrepartie, une dispersion plus forte (des écarts type de 16,34%, 15,27% et 18,85% pour les stratégies dynamiques contre 11,72% pour la stratégie d'investissement obligataire). Ceci n'est pas surprenant du fait de la supériorité des rendements des actions sur ceux des obligations sur l'ensemble du siècle. Les plus faibles taux de remplacement des stratégies dynamiques sont légèrement supérieurs au taux minimal de la stratégie obligataire (3,10% pour la stratégie de référence, 2,84% pour la stratégie prudente et 4,06% pour la stratégie agressive contre 2,24% pour la stratégie obligataire).

En comparant les stratégies dynamiques entre elles, la stratégie agressive est celle qui permet d'obtenir les taux de remplacement les plus élevés, du fait de sa plus forte proportion en actions. Les cohortes 1900-1964 ont en moyenne un taux de remplacement de 20,51% contre

⁹⁰ Pour les portefeuilles composés d'actions et d'obligations (G), l'écart type sur l'ensemble de la période étudiée de la stratégie de référence est de 15,83%, celui de la stratégie prudente de 14,59% (soit un risque quasi identique à celui de la stratégie de référence) et celui de la stratégie agressive de 18,85% alors que l'écart type associé à un portefeuille comportant uniquement des actions est de plus de 26%. Concernant les obligations (i), la réduction du risque est similaire, l'écart type étant de 19% pour la stratégie de référence, de 18,41% pour la stratégie prudente et de 21,82% pour la stratégie agressive contre 27,72% pour la stratégie d'investissement en actions.

⁹¹ Cette cohorte 1938 liquide son portefeuille en 1977, année où le taux de rendement réel des actions est de -17,94%. La stratégie dynamique permet donc de réduire quelque peu le risque de liquidation, le rendement réel des obligations étant de -1,39%.

⁹² Plus généralement, les stratégies dynamiques sont intéressantes pour les trois dernières cohortes étudiées du fait de la supériorité des rendements des obligations sur ceux des actions pour les années 2001, 2002 et 2003 (respectivement -18,89%, -21,23% et -15,31% pour les actions, 6,51%, 3,93% et 8,17% pour les obligations).

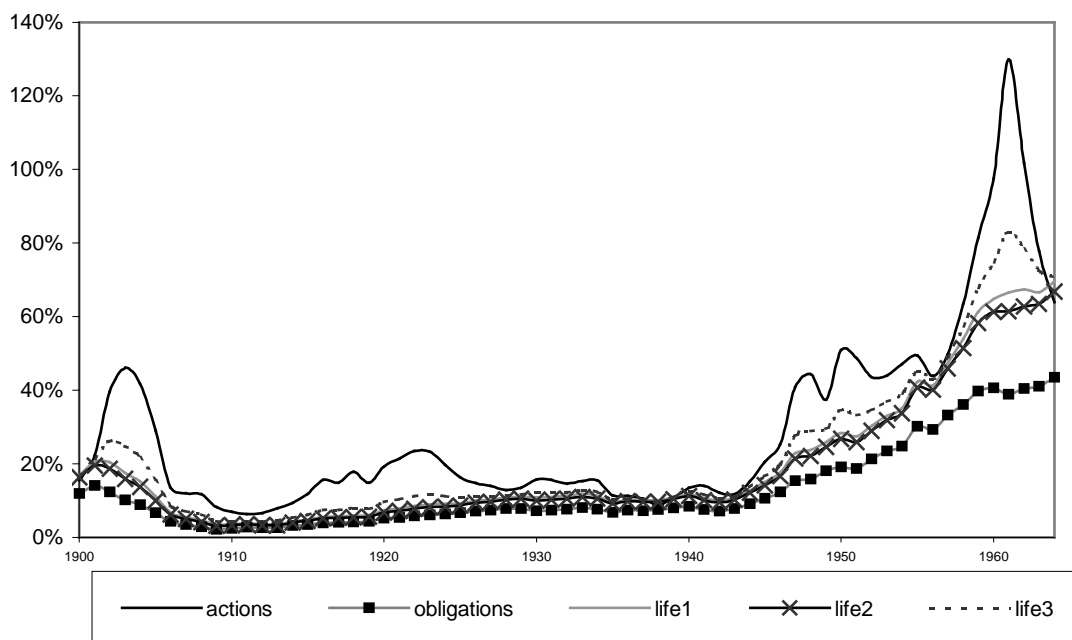
17,44% pour la stratégie de référence et 16,29% pour la stratégie prudente⁹³. La médiane est de 11,34% contre 10,01% pour la stratégie de référence et 9,36% pour la stratégie prudente. Les stratégies prudente et de référence n'offrent jamais de taux de remplacement supérieurs à ceux de la stratégie agressive. Notons que la stratégie agressive procure au maximum un taux de remplacement de 76,08% (taux reçu par la cohorte 1961) alors que ce taux maximum est de 60,92% pour la stratégie de référence et 57,46% pour la stratégie prudente (valeur maximale obtenue dans les deux cas par la dernière cohorte étudiée). Notons enfin que les 10 dernières cohortes étudiées ont des taux de remplacement supérieurs à 40% avec les trois stratégies dynamiques simulées.

Concernant les portefeuilles contenant des actions et l'actif monétaire, les taux de remplacement sont un peu plus faibles, de l'ordre de 3 à 4 points par rapport à ceux obtenus à partir d'actions et d'obligations. Les stratégies dynamiques peuvent offrir des taux de remplacement plus élevés que ceux procurés par un portefeuille d'actions pour deux cohortes : la cohorte 1938⁹⁴ pour les trois stratégies dynamiques et la cohorte 1943 pour les stratégies dynamiques de référence et agressive. La stratégie prudente procure un taux de remplacement moyen de 13,06% soit moins de la moitié du taux moyen offert par un investissement en actions. Si les taux de remplacement médians sont relativement proches, le taux maximal pouvant être obtenu grâce à une stratégie agressive est de plus de 58% alors qu'il n'est que de 40,09% pour la stratégie de référence et de 35,48% la stratégie prudente.

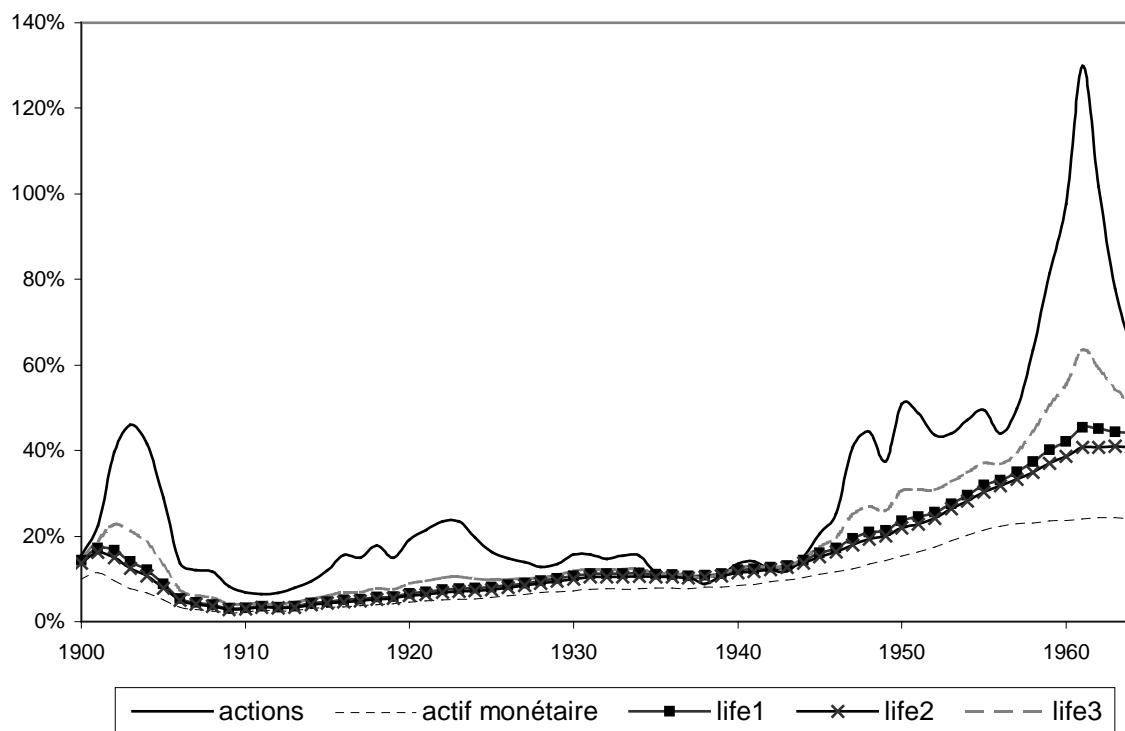
⁹³ Sur l'ensemble du siècle, la stratégie agressive est la seule à avoir un taux de rendement effectif hors frais administratifs moyen positif (1,05% contre -0,20% pour la stratégie de référence et -0,73% pour la stratégie prudente).

⁹⁴ Comme pour les obligations, le marché monétaire permet de limiter le risque de liquidation pour la cohorte 1938. Le rendement réel du marché monétaire est de -0,27% pour l'année 1977 contre -17,94% pour les actions.

**Figure 2.18 : Taux de remplacement des cohortes 1900 - 1964
Portefeuilles composés d'actions et d'obligations**

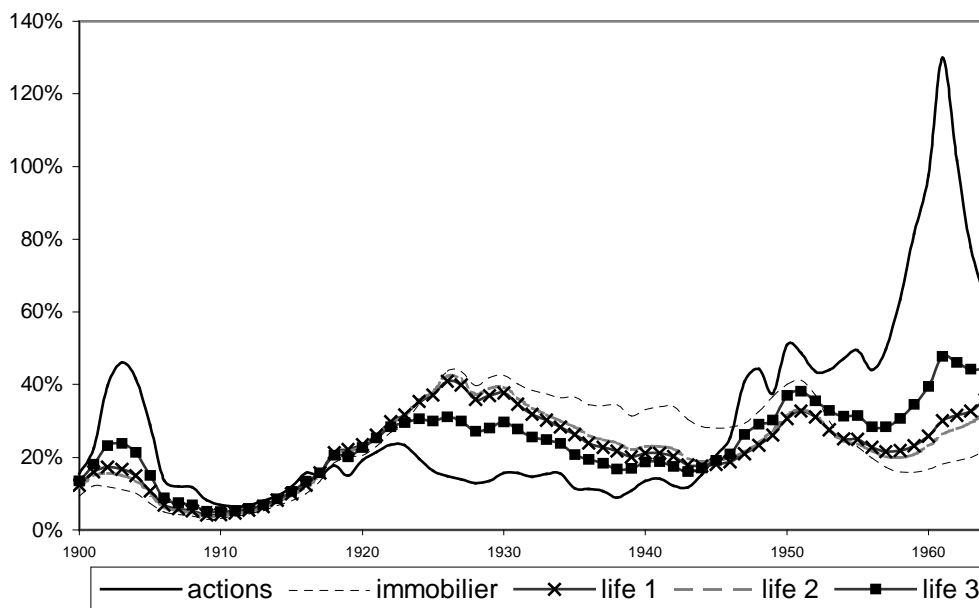


**Figure 2.19 : Taux de remplacement des cohortes 1900 - 1964
Portefeuilles composés d'actions et de l'actif monétaire**



Les stratégies dynamiques basées sur des portefeuilles comprenant des actions et l'actif indexé sur le prix du logement à Paris sont les plus intéressantes. Elles offrent des taux de remplacement moyens plus élevés que ceux procurés par des portefeuilles comprenant des actions et des obligations (+4,99 points pour la stratégie de référence, +6,21 points pour la stratégie prudente et +2,94 points pour la stratégie agressive) pour un risque bien moindre (l'écart type diminue de 6,46 points pour la stratégie de référence, de 5,04 points pour la stratégie prudente et de 8,32 points pour la stratégie agressive). Par rapport aux portefeuilles d'actions, ces stratégies dynamiques peuvent s'avérer aussi intéressantes. Certes, les taux de remplacement moyens sont plus faibles (-6,65 points pour la stratégie de référence, -6,02 points pour la stratégie prudente, -5,33 points pour la stratégie agressive), mais le risque encouru est moins important. 50% des cohortes ont un taux de remplacement supérieur à 22,70% pour la stratégie de référence, 23,06% pour la stratégie prudente et 23,75% pour la stratégie agressive alors que la moitié des cohortes qui investissent la totalité de leur portefeuille en actions obtiennent un taux de remplacement inférieur à 15,73%. L'écart type diminue de 15,6 points pour la stratégie de référence, de 15,25 points pour la stratégie prudente et de 14,95 points pour la stratégie agressive. Notons que les stratégies dynamiques offrent des taux de remplacement supérieurs à ceux procurés par des portefeuilles d'actions pour les cohortes 1917-1944⁹⁵.

**Figure 2.20 : Taux de remplacement des cohortes 1900 - 1964
Portefeuilles composés d'actions et d'actifs immobiliers**



⁹⁵ Pour les cohortes 1925-1930, les taux de remplacement sont supérieurs de plus de vingt points à ceux procurés par des portefeuilles d'actions.

2.4.2 Une comparaison entre les stratégies dynamiques et les stratégies statiques

Nous comparons ensuite les résultats de ces stratégies dynamiques avec des stratégies statiques. Pour chaque stratégie dynamique, nous simulons une stratégie statique où la part en actions du portefeuille correspond à la part moyenne en actions de la stratégie dynamique. Le poids moyen en actions de la stratégie dynamique de référence est de 54%, celui de la stratégie prudente est de 43% et celui de la stratégie agressive est de 68%. Nous simulons ainsi trois portefeuilles statiques pour les trois couples d'actifs étudiés, actions-obligations, actions-actif monétaire et actions-actifs immobilier : 54%-46%, 43%-57% et 68%-32%.

La stratégie prudente a, en moyenne, une part en actif moins risqué (les titres obligataires ou l'actif monétaire) supérieure à 50%.

Le tableau 2.34 donne la moyenne, l'écart type et la médiane des différentes stratégies statiques et dynamiques. Les stratégies statiques offrent en moyenne des taux de remplacement plus élevés. Concernant les portefeuilles comprenant des actions et des obligations, les taux de remplacement moyens sont respectivement de 20,36%, 18,62% et 22,77% pour les stratégies statiques où les actions représentent 54%, 43% et 68% du portefeuille contre 17,44% pour la stratégie dynamique de référence, 16,29% pour la stratégie prudente et 20,51% pour la stratégie agressive⁹⁶. La stratégie dynamique de référence procure des taux de remplacement supérieurs à ceux offerts par la stratégie consistant à investir 54% du portefeuille actions pour seulement neuf cohortes (les cohortes 1900, 1928-1929, 1935-1939, et 1964). La stratégie prudente permet d'obtenir des taux de remplacement plus importants que ceux procurés par un portefeuille contenant 43% d'actions et 57% d'obligations pour les mêmes neuf cohortes (1900, 1928-1929, 1935-1939, et 1964). Enfin, la stratégie agressive procure un meilleur taux de remplacement qu'un portefeuille comprenant 68% d'actions et 32% d'obligations pour onze cohortes (les cohortes 1900, 1928-1929, 1932, 1935-1939, 1943 et 1964). Cependant, à l'exception de la cohorte 1964, les bénéfices de ces stratégies en terme de rendements sont très faibles⁹⁷.

⁹⁶ Pour chaque stratégie statique simulée, le taux de rendement effectif moyen est positif alors que seule la stratégie dynamique agressive a un rendement moyen positif (1,02% pour le portefeuille contenant 54% d'actions et 46% d'obligations, 0,39% pour la stratégie 43% actions -57% obligations, 1,78% pour la stratégie 68% actions -32% obligations).

⁹⁷ Pour la cohorte 1964, les taux de remplacement des stratégies dynamiques sont supérieurs à ceux des stratégies statiques équivalentes d'environ trois points pour la stratégie de référence, de deux points pour la stratégie prudente et de quatre points pour la stratégie agressive. Les stratégies dynamiques permettent notamment d'avoir un poids important en obligations au moment de la liquidation du portefeuille en 2003, année où le rendement réel des titres obligataires est de 8,17% contre -15,31% pour les actions.

Tableau 2.34 : Taux de remplacement historiques : une comparaison stratégie dynamique - stratégie statique (portefeuilles actions-obligations, actions-actif monétaire, actions-actif immobilier)

	Portefeuilles Actions Obligations Stratégie dynamique			Portefeuilles Actions Obligations Stratégie dynamique		
	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	Stratégie de référence	Stratégie prudente	Stratégie agressive	Stratégie de référence	Stratégie prudente	Stratégie agressive
Moyenne	17,44%	16,29%	20,51%	42,22%	39,57%	48,82%
Ecart type	16,34%	15,27%	18,85%	14,35%	13,16%	16,86%
Médiane	10,01%	9,36%	11,36%	39,97%	38,13%	43,43%
	Portefeuilles Actions Obligations Stratégie statique			Portefeuilles Actions Obligations Stratégie statique		
	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	Part en actions de 54%	Part en actions de 43%	Part en actions de 68%	Part en actions de 54%	Part en actions de 43%	Part en actions de 68%
Moyenne	20,36%	18,62%	22,77%	48,16%	44,40%	53,07%
Ecart type	18,54%	17,01%	20,58%	16,28%	14,45%	18,93%
Médiane	10,78%	9,83%	11,99%	42,07%	39,98%	44,61%
	Portefeuilles Actions Actif monétaire Stratégie dynamique			Portefeuilles Actions Actif monétaire Stratégie dynamique		
	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	Stratégie de référence	Stratégie prudente	Stratégie agressive	Stratégie de référence	Stratégie prudente	Stratégie agressive
Moyenne	14,17%	13,06%	17,68%	30,57%	28,04%	38,98%
Ecart type	10,66%	9,69%	13,97%	7,30%	6,28%	10,63%
Médiane	10,23%	9,50%	11,57%	30,27%	28,54%	35,39%
	Portefeuilles Actions Actif monétaire Stratégie statique			Portefeuilles Actions Actif monétaire Stratégie statique		
	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	Part en actions de 54%	Part en actions de 43%	Part en actions de 68%	Part en actions de 54%	Part en actions de 43%	Part en actions de 68%
Moyenne	18,06%	16,06%	20,94%	40,41%	35,67%	47,04%
Ecart type	14,70%	12,72%	17,55%	11,15%	8,81%	14,81%
Médiane	10,63%	9,71%	11,77%	36,06%	32,95%	40,14%
	Portefeuilles Actions Immobilier Stratégie dynamique			Portefeuilles Actions Immobilier Stratégie dynamique		
	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	Stratégie de référence	Stratégie prudente	Stratégie agressive	Stratégie de référence	Stratégie prudente	Stratégie agressive
Moyenne	22,43%	22,50%	23,45%	27,72%	26,34%	36,25%
Ecart type	9,88%	10,23%	10,53%	4,45%	4,49%	6,48%
Médiane	22,70%	23,06%	23,75%	26,82%	26,85%	35,03%
	Portefeuilles Actions Immobilier Stratégie statique			Portefeuilles Actions Immobilier Stratégie statique		
	Cohortes 1900-1964			Cohortes 1949-1964		
	Part en actions de 54%	Part en actions de 43%	Part en actions de 68%	Part en actions de 54%	Part en actions de 43%	Part en actions de 68%
Moyenne	24,92%	24,38%	25,86%	42,26%	38,04%	48,22%
Ecart type	12,55%	11,14%	15,39%	6,62%	5,74%	10,33%
Médiane	23,55%	25,22%	20,86%	41,73%	37,93%	46,12%

Source : calculs de l'auteur

Les stratégies dynamiques permettent surtout de lisser les taux de remplacement. Les écarts type sont respectivement de 16,34%, 15,27% et 18,85% pour les stratégies dynamiques de référence, prudente et agressive contre respectivement 18,54%, 17,01% et 20,58% pour les stratégies statiques correspondantes. Concernant les portefeuilles composés d'actions et de l'actif monétaire, les résultats sont analogues à ceux des portefeuilles actions – obligations. Les stratégies statiques procurent en moyenne des taux de remplacement plus élevés de trois à quatre points selon la stratégie dynamique retenue (les taux de remplacement moyens sont respectivement de 18,06%, 16,06% et 20,94% pour les stratégies statiques actions-obligations où les parts de ces actifs dans le portefeuille sont de 54%-46%, 43%-57% et 68%-32%. Les taux de remplacement médians sont de 10,63%, 9,71% et 11,77%).

Comme pour les portefeuilles avec une composante obligataire ou monétaire, les stratégies statiques basées sur l'immobilier offrent en moyenne des taux de remplacement plus élevés. Les taux de remplacement moyens sont respectivement de 24,92%, 24,38% et 25,86% pour les stratégies statiques où les actions représentent 54%, 43% et 68% du portefeuille contre 22,43%, 22,50% et 23,45% pour les stratégies dynamiques de référence, prudente et agressive. Notons que les cohortes 1917-1940 obtiennent des taux de remplacement plus élevés avec les stratégies dynamiques.

2.4.3 Stratégies dynamiques avec part décroissante ou croissante en actions : une comparaison

Après avoir comparé les stratégies dynamiques de Shiller [2005] avec des stratégies d'allocation statiques, nous travaillons sur des stratégies dynamiques alternatives où la part en actions du portefeuille augmente avec l'âge du cotisant. Comme nous l'avons souligné dans le premier chapitre, quelques études empiriques sur les choix individuels de portefeuille visent à estimer la corrélation des comportements observés de détention d'actifs risqués avec certaines variables et démontrent que la part en actions du portefeuille peut être positive avec l'âge de l'épargnant. Rappelons notamment l'étude d'Ameriks et Zeldes [2001], à partir du TIAA-CREF ou celle de Tiomo et Laurent [1997], à partir de données d'enquêtes effectuées auprès de deux échantillons représentatifs de la population françaises.

Nous simulons ainsi maintenant trois nouvelles stratégies dynamiques :

- une stratégie de référence, les dix premières années, la part d'actions est de 15% puis augmente progressivement pour atteindre 85% pendant les cinq dernières années de la phase d'accumulation (appelée life 4) ;

- une stratégie prudente, les dix premières années, la part d'actions est de 10% puis augmente progressivement pour atteindre 70% pendant les cinq dernières années de cotisation (appelée life 5) ;

- une stratégie agressive, les dix premières années, la part d'actions est de 40% puis augmente progressivement pour atteindre 90% pendant les cinq dernières années de cotisation (appelée life 6).

Les principaux résultats de ces simulations sont présentés dans le tableau 2.35.

Pour chaque couple d'actifs, les stratégies de portefeuille croissantes (life 4, life 5, life 6) sont plus avantageuses en terme de rendement que les stratégies de portefeuille décroissantes (life 1, life 2, life 3). Les stratégies de portefeuille actions-obligations donnent les résultats les plus démonstratifs :

- la stratégie décroissante de référence est préférable à la stratégie croissante de référence pour seulement 16 cohortes (cohortes 1900-1901, 1927-1929, 1932-1933, 1935-1940, 1943, 1957 et 1964) ;

- la stratégie décroissante « prudente » est préférable à la stratégie croissante « prudente » que pour 19 cohortes (cohortes 1900-1901, 1927-1929, 1931-1933, 1935-1940, 1943, 1956-1957, 1963-1964) ;

- la stratégie décroissante « agressive » est préférable à la stratégie croissante « agressive » pour seulement 19 cohortes (cohortes 1900-1901, 1927-1929, 1931-1933, 1935-1940, 1943, 1956-1957, 1963-1964).

Les stratégies, où la part en actions augmente avec l'âge de l'individu, permettent d'obtenir des taux de remplacement plus proches de ceux offerts par des portefeuilles comportant uniquement des actions. En moyenne, ces stratégies procurent respectivement 22,05%, 20,09% et 23,99% pour les stratégies de référence, prudente et agressive contre 17,44%, 16,29% et 20,51% pour les stratégies décroissantes. Néanmoins, les stratégies croissantes se révèlent davantage risquées (19,68% contre 16,34%, 17,97% contre 15,27% et 21,47% contre 18,85%). Notons enfin que les taux de remplacement extrêmes des stratégies où la part en actions augmente avec l'âge sont toujours supérieurs à ceux des stratégies où la part en actions décroît avec l'âge (pour les stratégies dites « croissantes », le taux de remplacement minimal est de 4,92% pour la stratégie de référence, 4,38% pour la stratégie prudente et

5,35% pour la stratégie agressive contre 3,10%, 2,84% et 4,06% pour les stratégies dites « décroissantes » ; les taux les plus élevés sont de 93,43% pour la stratégie de référence, 80,86% pour la stratégie prudente et 104,27% pour la stratégie agressive contre 60,92%, 57,46% et 76,08%). Ces résultats sont confirmés pour les stratégies de portefeuilles comportant l'actif monétaire, les stratégies décroissantes de référence n'étant préférables aux stratégies croissantes de référence que pour seulement seize cohortes (cohortes 1900, 1928-1929, 1931-1933, 1935-1944)⁹⁸. Pour les portefeuilles contenant des actions et l'actif immobilier, elles sont plus intéressantes, en terme de rendement, pour vingt cinq cohortes (cohortes 1914-1915 et 1917-1939)⁹⁹. Notons que ces stratégies dynamiques simulées à partir de portefeuilles comprenant l'actif immobilier s'avèrent assez intéressantes en terme de réduction du risque car elles offrent des taux de remplacement quasiment identiques à ceux procurés par un portefeuille d'actions (29,04% pour la stratégie de référence, 27,56% pour la stratégie prudente et 28,86% pour la stratégie agressive) pour un moindre risque (un écart type de 20,71% pour la stratégie de référence, 17,17% pour la stratégie prudente, 21,49% pour la stratégie agressive).

⁹⁸ 12 cohortes pour la stratégie prudente (1928-1929, 1932, 1935-1940, 1942-1944) et 18 cohortes pour la stratégie agressive (1900, 1928-1944).

⁹⁹ 25 cohortes pour la stratégie prudente (1914-1915, 1917-1939) et 27 cohortes pour la stratégie agressive (1914-1915, 1917-1940, 1942).

Tableau 2.35 : Taux de remplacement historiques
portefeuilles actions – obligations, portefeuilles actions - actif monétaire, portefeuilles
actions – actif immobilier

Portefeuilles Actions – Obligations Cohortes 1900-1964			Portefeuilles Actions – Obligations Cohortes 1949-1964			
	Actions Obligations Life 4	Actions Obligations Life 5	Actions Obligations Life 6	Actions Obligations Life 4	Actions Obligations Life 5	Actions Obligations Life 6
Moyenne	23,52%	21,84%	25,14%	54,59%	51,53%	57,77%
Q1	9,85%	9,03%	10,48%	40,79%	38,05%	42,89%
Médiane	12,33%	10,86%	13,42%	44,83%	43,93%	46,50%
Q3	35,46%	30,61%	37,94%	66,39%	63,90%	70,36%
Ecart type	21,38%	19,99%	22,76%	19,68%	17,53%	21,83%
Min	5,20%	4,69%	5,57%	31,91%	29,93%	33,41%
Max	101,23%	89,57%	110,37%	101,23%	89,57%	110,37%

Portefeuilles Actions – Obligations Cohortes 1900-1964			Portefeuilles Actions – Obligations Cohortes 1949-1964			
	Actions Actif Monétaire Life 4	Actions Actif Monétaire Life 5	Actions Actif Monétaire Life 6	Actions Actif Monétaire Life 4	Actions Actif Monétaire Life 5	Actions Actif Monétaire Life 6
Moyenne	22,39%	20,02%	24,31%	51,34%	45,75%	55,49%
Q1	9,38%	8,62%	10,43%	40,75%	36,84%	42,78%
Médiane	11,69%	10,73%	13,26%	43,08%	40,04%	45,36%
Q3	34,51%	28,75%	37,90%	59,55%	53,08%	65,50%
Ecart type	19,70%	17,09%	21,59%	16,80%	13,18%	19,79%
Min	4,87%	4,35%	5,31%	31,60%	28,75%	33,17%
Max	92,83%	76,68%	104,43%	92,83%	76,68%	104,43%

Portefeuilles Actions – Immobilier Cohortes 1900-1964			Portefeuilles Actions – Immobilier Cohortes 1949-1964			
	Actions Immobilier Life 4	Actions Immobilier Life 5	Actions Immobilier Life 6	Actions Immobilier Life 4	Actions Immobilier Life 5	Actions Immobilier Life 6
Moyenne	29,04%	27,56%	28,86%	58,64%	51,14%	60,12%
Q1	15,84%	17,25%	14,41%	52,20%	44,39%	49,94%
Médiane	20,05%	22,18%	18,55%	55,32%	49,94%	54,75%
Q3	43,25%	38,36%	47,02%	67,63%	55,43%	65,90%
Ecart type	20,71%	17,17%	21,49%	12,18%	9,67%	15,05%
Min	5,23%	4,91%	5,59%	42,84%	38,35%	43,65%
Max	87,42%	67,98%	100,06%	87,42%	67,98%	100,06%

Source : calculs de l'auteur

2.5 Conclusion du chapitre 2

Le principal objectif de ce chapitre était d'estimer le risque de l'épargne-retraite sur données historiques françaises. De nombreux pays européens ont en effet recours à la capitalisation pour réformer leur système de retraite remis en cause par le vieillissement démographique. Mais le krach de 2002 et la faillite de nombreux fonds de pension américains ont mis en évidence que les systèmes par capitalisation présentent un certain nombre de risques qui leur sont spécifiques.

Dans l'objectif d'estimer les risques propres à la capitalisation et liés aux marchés financiers, nous avons calculé les taux de remplacement historiques qui auraient été obtenus, sur la période 1901-2003, par un système de retraite fonctionnant par capitalisation à cotisations définies et à prestations non définies. Les données financières utilisées nous ont permis de travailler sur 65 cohortes.

Dans un premier temps, nous avons supposé qu'un individu représentatif de chaque cohorte investissait pendant 40 ans une fraction constante de son salaire dans un portefeuille à support unique (actions, obligations ou actif monétaire). Concernant les actions, nos simulations mettent en évidence un fort contraste entre le siècle et l'après-guerre. Si le taux de remplacement moyen est de 64,44% pour les cohortes 1949-1964, il n'est que de 29,08% pour l'ensemble des cohortes étudiées. Quant aux obligations et à l'actif monétaire, ils n'apparaissent pas comme une alternative aux actions sur longue période, étant donné la faiblesse des taux de remplacement procurés par des portefeuilles investis dans l'un de ces deux actifs financiers. Nous montrons ensuite que la réduction du risque apportée par la constitution de portefeuilles mixtes (à partir des actions, des obligations et de l'actif monétaire), comparativement à un portefeuille comportant uniquement des actions, est relativement faible alors que la réduction du taux de remplacement moyen est importante. L'introduction de l'immobilier peut s'avérer intéressante en terme de rendement mais n'apporte pas un grand bénéfice en terme de réduction du risque. Investir une partie du portefeuille sur le marché américain permet une augmentation du taux de remplacement moyen sans entraîner pour autant une plus grande volatilité.

Enfin, nous avons simulé des stratégies dynamiques où la part en actions du portefeuille augmente avec l'âge du cotisant. Ces stratégies permettent de diminuer assez fortement le risque par rapport au portefeuille d'actions mais en contrepartie d'une forte baisse du taux de remplacement moyen. Seuls les portefeuilles comportant des actions et des actifs immobiliers

présentent des résultats intéressants à la fois en terme de réduction du risque mais aussi en terme de rendement.

Enfin, ce chapitre s'est limité à une analyse historique. Nous devons être conscients de la principale limite de ce genre d'études basées sur des données historiques qui est de formuler l'hypothèse selon laquelle les montants investis n'auraient pas modifié la chronique des cours des actifs financiers sur la période étudiée. Par ailleurs, il n'est pas certain que l'écart type soit la meilleure estimation du risque. En matière de retraites, le risque le plus important est sans aucun doute le risque à la baisse ou le risque de ne pas atteindre certains niveaux seuils. Une bonne mesure du risque peut être la probabilité que le taux de remplacement tombe en dessous d'un certain seuil à définir. Cette mesure du risque sera l'objet de l'étude prospective du chapitre 3.

Chapitre 3

Risques de trajectoire et de liquidation de la phase d'accumulation¹⁰⁰

Le chapitre 2 de cette thèse a mis en évidence l'importance du risque de liquidation d'un système de retraite reposant sur la capitalisation. Si près de 11% des cohortes de l'analyse historique obtiennent un taux de remplacement supérieur à 60%, près de 7 cohortes sur 10 ont un taux de remplacement inférieur à 30%. Pour cette analyse historique, la mesure du risque employée était l'écart type des rendements annuels. Ce choix repose sur l'hypothèse que ces rendements suivent une loi normale, ce qui peut constituer une assez mauvaise approximation : les séries financières sont réputées avoir des queues épaisses, c'est-à-dire la fréquence des événements extrêmes est beaucoup trop élevée pour que la loi normale constitue une approximation adéquate. En outre, en matière de retraites, le risque le plus important est le risque à la baisse. Aucun système par capitalisation ne survivra longtemps en offrant un an sur trois des taux de remplacement de 30% et ce, même si, en moyenne, les taux de remplacement dépassent 80% les autres années. Il y a donc clairement des seuils. Il nous semble que la bonne mesure du risque à retenir dans ce type d'étude est la probabilité que le taux de remplacement tombe en dessous d'un certain seuil qu'il nous faut définir. Ce chapitre

¹⁰⁰ Ce chapitre s'appuie sur une recherche menée en collaboration avec Rodrigue Mendez et Lionel Ragot et la prolonge.

3 applique cette définition du risque pour estimer le risque de trajectoire et le risque de liquidation d'un système par capitalisation.

La méthode employée consiste à simuler des taux de remplacement par la technique du bootstrap (ce bootstrap dit « paramétrique » consistera à recréer récursivement les séries temporelles à partir des résidus ré-échantillonnés).

Il est évident que le résultat est très sensible aux années retenues. Nous pensons qu'il n'est pas satisfaisant de se limiter à l'après-guerre comme le font Arbulu et al. [2001, 2002] ou Feldstein et Ranguelova [1998, 2001], même si les données d'après-guerre sont indéniablement de meilleure qualité. En choisissant cette période, on néglige en effet le risque d'une crise systémique (krach boursier durable, grande inflation,...).

Notre travail s'organise en sept sections. La section 3.1 présente la méthodologie du bootstrap. La section 3.2 procède à une première application de cette méthodologie en calculant l'allocation optimale d'un portefeuille d'actifs financiers pour différents degrés d'aversion au risque. Nous montrons que, quelle que soit l'aversion au risque du cotisant, il est souhaitable que le portefeuille contienne une part importante d'actions. La section 3.3 évalue le risque de trajectoire et de liquidation d'un système par capitalisation. Nous expliquons d'abord le mode de calcul des grandeurs nécessaires pour ce genre d'évaluation, à savoir le taux d'épargne équivalent aux cotisations retraites, que nous estimons à 23,8%, et trois taux de remplacement de référence : le taux moyen prévu par le COR en 2001 pour une carrière de 40 ans, le taux visé par les autorités publiques et le taux garanti aux "smicards". Nous évaluons ensuite la probabilité, pour des taux d'épargne de 10% (la norme choisie dans les sections précédentes) et de 23,8% (correspondant au taux de cotisation du régime de retraite par répartition en 2003), que le taux de remplacement tombe en dessous des seuils retenus. Quatre portefeuilles à support unique sont étudiés (actions, obligations, actif monétaire et immobilier). Nos résultats montrent que la norme gouvernementale peut être atteinte seulement une fois sur deux avec un taux de cotisation de 23,8% et un investissement exclusif en actions. Mais il s'avère difficile de garantir sans redistribution une pension nette égale à 85% du SMIC. Quant aux placements obligataires et monétaires, les différents objectifs sont hors d'atteinte. Nous estimons enfin la sensibilité de nos résultats à différentes hypothèses formulées concernant les frais administratifs et le taux de croissance du salaire réel. La section 3.4 analyse l'impact d'une diversification du portefeuille sur les probabilités d'atteindre les taux de remplacement cibles. Investir une partie du portefeuille en actions

américaines ou en immobilier permet d'atteindre moins difficilement le taux de remplacement garanti par la répartition ou celui correspondant à la norme gouvernementale. Par contre, un taux de remplacement de 65% reste difficile à envisager même pour des portefeuilles diversifiés. Nous montrons aussi que les stratégies dynamiques qui consistent à baisser la part en actions du portefeuille avec l'âge du cotisant ne permettent pas de diminuer le risque de ne pas atteindre les taux de remplacement seuils. Dans la section 3.5, nous cherchons les taux d'épargne qui garantissent les taux de remplacement de référence avec une certaine probabilité. Ces taux de cotisation requis sont calculés pour des portefeuilles à support unique et des portefeuilles diversifiés. Nous mesurons aussi l'impact des frais administratifs sur les taux de cotisation suffisants pour atteindre les taux de remplacement cibles. Nous montrons notamment qu'en acceptant un risque de 1 sur 2, le taux de cotisation actuel (23,8%) peut être diminué de 8 points et permettre d'atteindre le taux d'équilibre vers lequel convergeait le régime général d'après le COR avant la réforme des retraites de 2004. La section 3.6 étend l'analyse en prenant en compte l'allongement de la durée de vie active. Nous montrons que l'allongement de la durée de vie active ne modifie pas les termes de l'arbitrage répartition – capitalisation. La probabilité de ne pas atteindre, dans un système par capitalisation, le taux de remplacement garanti par la répartition augmente légèrement avec la durée de cotisation. Mais, quel que soit le système de retraite choisi, répartition ou capitalisation, l'allongement de la durée de cotisation augmente le taux de remplacement tout en réduisant les risques. Enfin, la section 3.7 examine le risque de trajectoire dans le cadre d'un système mixte où une partie des cotisations retraites est versée sur un compte d'épargne retraite, le pilier répartition ayant alors un rôle assurantiel. Le recours à un système multi-piliers ne permet pas non plus de garantir à la fois les taux de remplacement visés et une prise de risque acceptable. Selon nos simulations, un individu ayant une forte aversion au risque a clairement intérêt à choisir 100% de répartition. Par contre, l'individu capable d'accepter un risque assez élevé a intérêt à choisir 100% de capitalisation.

3.1 Présentation de la méthodologie du bootstrap

Jusqu'à présent, la mesure du risque de la capitalisation s'est limitée, dans notre thèse, à l'écart type des taux de remplacement historiques. Ce choix repose sur l'hypothèse que les rendements des actifs financiers suivent une loi Normale. Nous retenons une nouvelle mesure du risque dans ce chapitre en utilisant la méthodologie du bootstrap. Cette technique a pour but de générer des séries de chocs et de simuler des trajectoires de rendements financiers.

Cette méthode est tout à fait intéressante pour répondre à des questions liées aux risques d'un système de retraite reposant sur la capitalisation car elle permet d'estimer le risque de trajectoire, c'est-à-dire le risque d'avoir un taux de remplacement ou une pension inférieur à une cible donnée. Intuitivement, nous pourrions penser qu'il suffit de tirer de manière aléatoire avec remise des rentabilités annuelles qui ont été effectives par le passé pour générer des trajectoires de cours boursiers. Mais, dans le cadre de séries temporelles, si les données sont dépendantes dans le temps, on ne peut les retirer de manière indépendante. Le ré-échantillonnage doit prendre en compte cette dépendance dans le processus générateur de données.

Il existe deux méthodologies pour tenir compte de cette dépendance temporelle : un bootstrap récursif (ou paramétrique) et un bootstrap par blocs¹⁰¹.

Un bootstrap récursif peut être utilisé si le modèle est paramétrique avec une structure indépendante et identiquement distribuée sous-jacente. Ce bootstrap paramétrique consiste à recréer récursivement les séries temporelles à partir des résidus ré-échantillonnés.

Supposons par exemple une série y_t générée par le modèle ARMA (p,q) suivant¹⁰² :

$$y_t + \alpha_1 y_{t-1} + \dots + \alpha_p y_{t-p} = \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q}$$

pouvant être écrite de la manière suivante :

$$A(L, \alpha) y_t = B(L, \beta) \varepsilon_t$$

où A et B sont des fonctions connues, L est l'opérateur de retards¹⁰³, α et β des vecteurs de paramètres, et ε_t une variable aléatoire indépendante et identiquement distribuée. Un échantillon bootstrap y^* peut être généré récursivement par :

$$A(L, \tilde{\alpha}) y_t^* = B(L, \tilde{\beta}) \varepsilon_t^*$$

¹⁰¹ Pour des présentations détaillées de la méthodologie et des usages du bootstrap, voir notamment Flachaire [2001], Davidson et McKinnon [2004] et Davidson et McKinnon [2006].

¹⁰² Cet exemple s'inspire de Flachaire [2001].

¹⁰³ Rappelons la définition d'un opérateur retard noté L . Cette opérateur est défini de la manière suivante :

$$LX_t = X_{t-1}$$

Plus généralement, on a

$$L^n X_t = X_{t-n}$$

L'opérateur retard transforme une variable X_t en sa valeur passée.

où $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\beta}$ sont des estimateurs convergents de α et β du modèle contraint, ε_t^* est tiré de façon indépendante et avec remise. L'initialisation la plus pratique consiste à conditionner le ré-échantillonnage par rapport aux premières données observées.

Lorsque la forme de la dépendance est difficilement modélisable, le bootstrap par blocs est privilégié. Cette méthodologie consiste à ré-échantillonner des blocs de longueur unitaire l afin de conserver la forme de la dépendance. Le ré-échantillonnage se fait en tirant de manière indépendante et avec remise ces blocs. Deux possibilités existent afin de construire ces blocs d'observations. La première est appelée le bootstrap stationnaire (Carlstein [1986] et Politis – Romano [1994]). Cette méthode consiste à tirer des blocs disjoints qui sont composés d'observations ne pouvant appartenir à un autre bloc. La seconde, le bootstrap par « blocs mouvants » développée notamment par Kunsch [1989]¹⁰⁴ (MBB « Moving Block Bootstrap »), est basée sur le ré-échantillonnage de blocs d'observations non-disjoints.

Nos échantillons étant assez petits (103 observations par séries financières étant donné que nous travaillons sur des rendements annuels moyens), le bootstrap par blocs ne nous paraît pas être la méthodologie la plus pertinente dans le cadre de notre estimation du risque de trajectoire de la capitalisation. Nos simulations reposeront donc sur la méthodologie du bootstrap paramétrique.

Pour un portefeuille à support unique, notre bootstrap est construit de la manière suivante. Nous identifions et estimons d'abord le modèle qui génère la série financière par la procédure de Box et Jenkins, puis nous régénérons un échantillon de bootstrap de façon récursive à partir des coefficients et des résidus estimés du modèle. Le bootstrap récursif repose donc sur un ré-échantillonnage des résidus.

Le premier rendement (condition initiale) est obtenu par un tirage aléatoire avec remise dans les rendements historiques effectifs :

$$y_0 = y_t$$

avec y_0 représentant la condition initiale et y_t tiré de manière aléatoire avec remise dans les rendements historiques.

Les échantillons de bootstrap sont générés à partir du processus générateur de données en tirant aléatoirement avec remise parmi les résidus estimés $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{103}$.

¹⁰⁴ Voir aussi Liu et Singh [1992].

$$\begin{aligned}
 y_1^* &= \beta y_0 + \varepsilon_1^* \\
 y_2^* &= \beta y_1^* + \varepsilon_2^* \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 y_n^* &= \beta y_{n-1}^* + \varepsilon_n^*
 \end{aligned}$$

ε_i^* correspond au résidu tiré de façon indépendante et avec remise.

Le tableau 3.1 résume les différents actifs choisis (nous avons privilégié les séries annuelles moyennes afin de constituer des portefeuilles diversifiés par la suite), la période historique des séries financières et le modèle estimé pour chaque série avec le nombre de retard.

Tableau 3.1 : Modélisation des séries financières

Actifs financiers	Période historique des séries financières	Modèle estimé (nombre de retard)
Actions françaises	1901-2003	AR(1)
Obligations françaises	1901-2003	AR(1)
Actif monétaire français	1901-2003	AR(1)
Actif immobilier français	1901-2003	AR(1)
Actions américaines	1901-2003	BB
Obligations américaines	1901-2003	AR(1)

Sources : calculs de l'auteur

Cinq des six séries financières étudiées suivent un processus autorégressif d'ordre 1

Rappelons qu'un processus autorégressif d'ordre 1 est défini de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 y_t &= \beta y_{t-1} + \varepsilon_t \\
 \varepsilon_t &\sim WN(0, \sigma^2) \text{ (bruit blanc)}
 \end{aligned}$$

La valeur y_t ne dépend que de sa valeur passée, à un bruit blanc près. Ses propriétés sont fonctions de β qui est un facteur d'inertie. Si $\beta \in]-1; 1[$, y_t est stable autour de 0 ; si $|\beta| = 1$, y_t est instable et ses variations $y_t - y_{t-1}$ sont imprévisibles ; enfin si $|\beta| > 1$, y_t est explosif.

Lorsque $\beta = 0$, y_t est imprévisible et ne dépend pas de son passé, on parle alors de bruit blanc.

Concernant la série des actions américaines qui est la seule série étudiée n'étant pas modélisée par un AR(1) mais correspondant à un bruit blanc (noté BB), l'échantillon du bootstrap est

généralisé en tirant aléatoirement avec remise dans les rendements des actions américaines sur la période 1901-2003.

Nous appliquons la même méthodologie pour les portefeuilles diversifiés. Cette fois-ci, les rendements ne sont plus seulement corrélés entre $t-1$ et t . Ils le sont aussi avec les rendements des autres actifs financiers qui composent le portefeuille.

Le tableau 3.2 récapitule l'ensemble des combinaisons d'actifs financiers simulées, le nombre d'actifs qui composent le portefeuille, la période historique des données observées, et le modèle estimé pour chaque combinaison d'actifs avec le nombre de retard.

L'approche consiste donc à estimer le modèle afin d'obtenir des estimations paramétriques de $[\beta]$ et des résidus $[\varepsilon_1]$ jusqu'à $[\varepsilon_{103}]$. Les échantillons du bootstrap sont ensuite régénérés à partir du processus générateur de données, en tirant de manière aléatoire parmi les résidus estimés.

Nous avons donc :

$$[y_o] = [y_t]$$

avec $[y_o]$ le rendement initial de la combinaison d'actifs obtenu par un tirage aléatoire parmi les rendements des actifs financiers qui composent le portefeuille en question.

Le bootstrap consiste à tirer avec remise dans les résidus estimés $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{103}$.

$$[y_1^*] = [\beta] [y_o] + [\varepsilon_1^*]$$

$$[y_2^*] = [\beta] [y_1^*] + [\varepsilon_2^*]$$

$$[y_i^*] = [\beta] [y_{i-1}^*] + [\varepsilon_i^*]$$

$$[y_{i+1}^*] = [\beta] [y_i^*] + [\varepsilon_{i+1}^*]$$

$$\text{avec : } \varepsilon_i^* = \begin{pmatrix} \varepsilon_i^{*1} \\ \varepsilon_i^{*2} \\ \vdots \\ \varepsilon_i^{*n} \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1n} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \beta_{n1} & \beta_{n2} & \cdots & \beta_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad y_i^* = \begin{pmatrix} y_i^{*1} \\ y_i^{*2} \\ \vdots \\ y_i^{*n} \end{pmatrix}$$

Tableau 3.2 : Modélisation des portefeuilles diversifiés

Combinaison d'actifs	Période historique	Nombre d'actifs	Modèle estimé (nombre de retard)
Actions françaises – Obligations françaises	1901-2003	2	VAR(1)
Actions françaises – Actif monétaire français	1901-2003	2	VAR(1)
Actions françaises – Actif immobilier français	1901-2003	2	VAR(1)
Actions françaises – Obligations françaises – Actif monétaire français	1901-2003	3	VAR(1)
Actions françaises – Obligations françaises – Actif immobilier français	1901-2003	3	VAR(1)
Actions françaises – Obligations françaises – Actif monétaire français – Actif immobilier français	1901-2003	4	VAR(1)
Actions françaises – Actions américaines	1901-2003	2	VAR(1)
Actions françaises – Obligations américaines	1901-2003	2	VAR(1)
Obligations françaises – Actions américaines	1901-2003	2	VAR(1)
Actions françaises – Obligations françaises – Actions américaines – Obligations américaines	1901-2003	4	VAR(1)
Actions françaises – Obligations françaises – Actif monétaire français – Actions américaines – Obligations américaines	1901-2003	5	VAR(1)
Actions françaises – Obligations françaises – Actif immobilier français – Actions américaines – Obligations américaines	1901-2003	5	VAR(1)
Actions françaises – Obligations françaises – Actif monétaire français – Actif immobilier français – Actions américaines – Obligations américaines	1901-2003	6	VAR(1)

Source : calculs de l'auteur

3.2 Aversion pour le risque et composition du portefeuille

Nous procédons dans cette section à une première application de la méthodologie du bootstrap définie dans la section 3.1. Nous nous intéressons ici au choix de portefeuille de l'individu selon son degré d'aversion pour le risque. Dans le chapitre consacré à l'analyse historique, nous avons simulé des portefeuilles à support unique ou diversifiés, en ne tenant pas compte des préférences du cotisant concernant le risque. Dans cette section 3.2, l'idée est de construire des allocations de portefeuille qui dépendent du degré d'aversion au risque de l'individu.

Les principales hypothèses sont les suivantes. L'individu cotise dans un plan épargne retraite de type IRA pendant 40 ans. Le taux d'épargne est constant (10%) et les frais de gestion sont ceux annoncés par l'AFER en 2005, soit un prélèvement de 5% sur les primes et de 1% par an sur le portefeuille. On suppose enfin un taux de croissance du salaire réel de 2% par an. La première année, le salaire est fixé à 1. L'individu décide lui-même du choix d'allocation de son portefeuille. Pour un degré d'aversion au risque déterminé, nous estimons la part en actions du portefeuille.

100 000 simulations sont effectuées pour chaque stratégie de placement, ce qui est suffisant pour garantir la convergence de la procédure. Les simulations sont réalisées pour un taux d'épargne de 10%. Pour chaque simulation, nous calculons les ratios d'accumulation obtenus à partir de portefeuilles où la part en actions peut être de 0%, 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90% ou 100%. Trois couples d'actifs financiers sont étudiés : actions-obligations (données annuelles moyennes), actions-actif monétaire, actions-actif immobilier.

Pour une simulation de trajectoire de rendements financiers et en définissant t l'année de cotisation, nous avons :

En $t=0$,

$$PF_0 = s(1 - c_p)w_0$$

Avec PF_0 la valeur initiale du portefeuille, w_0 le salaire initial égal à 1, s le taux de cotisation et c_p les frais de gestion prélevés sur la prime.

Pour $t = 1, \dots, 39$,

$$PF_t = PF_{t-1}(1 + R_t - c_r) + s(1 + g_w)^t (1 - c_p)$$

où R_t désigne le taux de rendement du portefeuille entre $t-1$ et t , g_w le taux de croissance du salaire réel fixé à 2% et c_p les frais de gestion prélevés annuellement sur le portefeuille. La valeur du portefeuille en $t + 39$ (fin de la période d'accumulation) est de :

$$PF_{t+39}^t = PF_{t+38}^t (1 + R_{39} - c_p) + s(1 + g_w)^{t+39} (1 - c_p)$$

A la fin de la période de cotisation, le ratio d'accumulation est défini comme étant le rapport entre la valeur du portefeuille à la fin de la phase d'accumulation et le dernier salaire perçu¹⁰⁵ :

$$\psi = \frac{PF_{39}}{(1 + g_w)^{39}}$$

Nous déterminons à présent la mesure de l'aversion au risque en retenant les définitions de Shoven [1999]. Soit α le degré d'aversion au risque. L'individu ayant une aversion au risque α choisit l'allocation de portefeuille qui lui garantit un ratio d'accumulation supérieur ou égal à ψ avec une probabilité $1 - \alpha$:

$$P(T < \psi) = \alpha \text{ et } P(T \geq \psi) = 1 - \alpha$$

Un individu ayant une très forte aversion au risque maximise le premier centile : il cherche à avoir 99% de chances d'avoir un ratio d'accumulation supérieur ou égal à un ratio d'accumulation noté ψ_1 . Nous avons donc :

$$P(T < \psi_1) = 1\%$$

Un individu ayant une forte aversion au risque maximise le cinquième centile : il désire avoir 5% de chances d'avoir un ratio d'accumulation supérieur ou égal à un ratio d'accumulation noté ψ_5 . Soit :

$$P(T < \psi_5) = 5\%$$

Un individu ayant une aversion au risque modérée maximise le premier quartile ψ_{25} (soit le vingt-cinquième centile) ; Il a 75% de chance d'avoir un ratio d'accumulation supérieur ou égal à ψ_{25} :

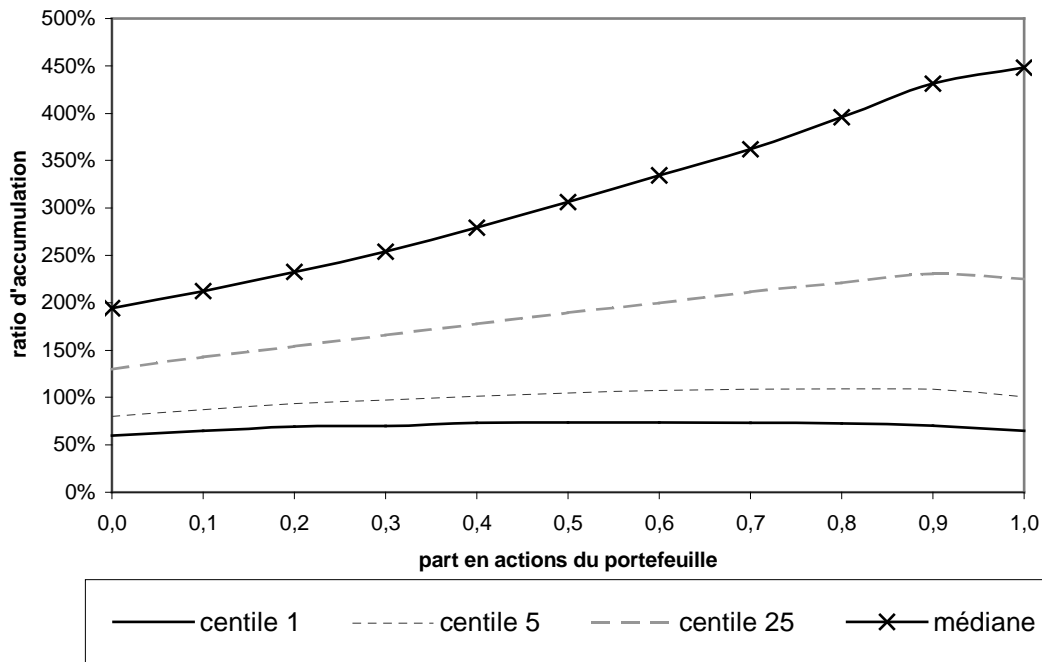
$$P(T < \psi_{25}) = 25\%$$

¹⁰⁵ Cette définition du ratio d'accumulation est un peu différente de celle employée dans le chapitre 2 de cette thèse. Dans l'analyse historique, le ratio d'accumulation correspondait au rapport entre la valeur du portefeuille à la fin de la phase d'accumulation et la moyenne des salaires perçus entre 54 et 58 ans.

Enfin, un individu ayant un goût pour le risque maximise le taux d'accumulation médian. Il prend le risque d'avoir une chance sur deux d'accumuler un capital inférieur au seuil recherché :

$$P(T < \psi_{50}) = 50\%$$

Figure 3.1 : Aversion au risque et allocations d'actifs (portefeuilles actions-obligations)



La première stratégie simulée concerne le couple d'actifs financiers actions-obligations (données annuelles moyennes). Les résultats de ces simulations sont illustrés par la figure 3.1. Les courbes représentent l'évolution du ratio d'accumulation pour les quatre degrés d'aversion au risque définis : un individu très averse au risque maximise le premier centile, un individu averse au risque maximise le cinquième centile, un individu ayant une aversion au risque modéré maximise le vingt-cinquième centile et l'agent ayant un goût pour le risque maximise la médiane.

Sans surprise, l'individu ayant un goût pour le risque ($\alpha = 50$) maximise le ratio d'accumulation médian et choisit le portefeuille comportant exclusivement des actions. Cette stratégie lui apporte un ratio d'accumulation de 4,48 contre 3,06 pour la stratégie mixte 50% actions – 50% obligations et 1,95 pour le portefeuille composé exclusivement d'obligations. L'individu ayant une aversion au risque modérée a également un portefeuille comportant une part très importante d'actions (90%) ; cet individu maximise, rappelons-le, le vingt-cinquième centile de la distribution des ratios d'accumulation. Ce ratio d'accumulation est de 2,31 contre

4,48 pour la stratégie correspondant au ratio médian du portefeuille investi exclusivement en actions. Les résultats sont plus surprenants en ce qui concerne les choix de portefeuille des individus les plus averses au risque. L'individu ayant une forte aversion au risque ($\alpha = 5$) choisit aussi un portefeuille comportant une part très importante d'actions : le portefeuille optimal est composé de 80% d'actions et de 20% d'obligations. Le ratio d'accumulation est de 1,09 contre 0,80 pour un portefeuille obligataire. Même l'individu ayant une très forte aversion au risque préfère un portefeuille mixte avec une part non négligeable en actions (60%). Cette stratégie lui apporte un ratio d'accumulation de 0,74 contre 0,80 pour un portefeuille comportant uniquement des obligations. Il a donc 99% de chances d'obtenir un ratio d'accumulation supérieur ou égal à 0,74. La figure 4.1 illustre les pertes occasionnées par un investissement reposant exclusivement sur les obligations. Pour l'individu ayant une forte aversion au risque, le cinquième centile de la distribution du portefeuille d'actions est supérieur de plus de 26% au cinquième centile de la distribution du portefeuille obligataire. Pour l'individu ayant un goût pour le risque modéré, la différence entre les vingt cinquième centiles des deux portefeuilles représente quasiment le montant dernier salaire perçu par l'individu. Ces résultats s'expliquent par la supériorité du rendement des actions sur celui des obligations. Rappelons les rendements effectifs sur 40 ans de ces deux actifs financiers calculés dans le chapitre 2 : sur l'ensemble du siècle, le rendement effectif moyen des actions est de 3,34% contre -2,45% pour les obligations, et ce pour une volatilité, mesurée par l'écart type, moins importante (3,42% contre 5,94%).

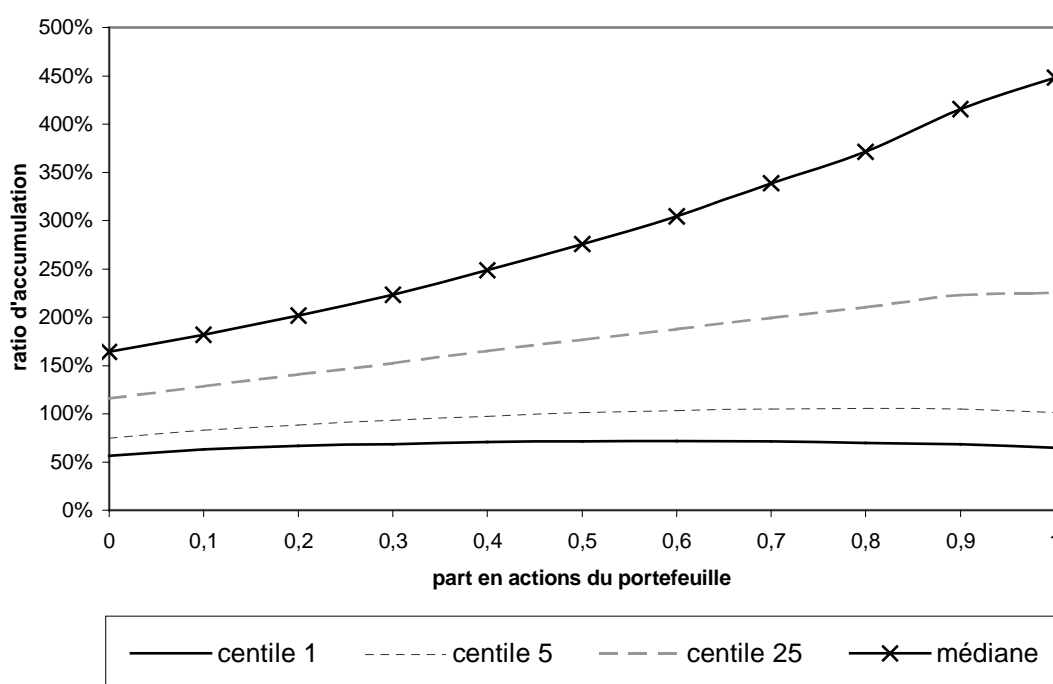
Les portefeuilles comportant des actions et l'actif monétaire présentent des résultats assez similaires. Comme nous le montre la figure 3.2, les individus ayant de faibles aversions au risque ($\alpha = 50$ et $\alpha = 25$) privilégient les investissements exclusifs en actions. Seuls les individus ayant de fortes aversions au risque ($\alpha = 1$ et $\alpha = 5$) choisissent un portefeuille avec une part d'actif monétaire. L'individu maximisant le cinquième centile a un portefeuille comportant 80% d'actions et 20% d'actif monétaire, qui lui permet d'avoir un ratio d'accumulation de 1,05.

Concernant l'individu ayant une très forte aversion au risque, le portefeuille qui maximise le premier centile est celui composé de 60% d'actions. Le ratio d'accumulation est de 0,72, soit un ratio très proche de celui offert par un portefeuille comportant 60% d'actions et 40% d'obligations, contre 0,56 pour un portefeuille monétaire. Les pertes engendrées par un portefeuille investi exclusivement sur le marché monétaire sont aussi importantes que celles

liées à un investissement sur le marché obligataire : le capital accumulé ne représente que 56% du dernier salaire perçu.

L'actif monétaire semble donc assez peu intéressant pour une diversification du portefeuille permettant de diminuer le risque de trajectoire. Ces résultats confirment ceux de l'analyse historique où nous avons calculé un rendement effectif de l'actif monétaire sur 40 ans de – 3,40% pour une volatilité proche de 6%.

Figure 3.2 : Aversion au risque et allocations d'actifs (portefeuilles actions-actif monétaire)



La troisième stratégie simulée concerne le choix de portefeuille entre les actions et l'actif indexé sur le prix du logement à Paris (Figure 3.3). Pour ce couple d'actifs, les allocations sont quelque peu différentes de celles construites à partir d'obligations ou de l'actif monétaire tout particulièrement pour l'individu ayant un goût pour le risque ($\alpha = 50$) qui choisit un portefeuille diversifié (90% actions – 10% actif immobilier). Le ratio d'accumulation est de 4,50 contre 4,48 pour le portefeuille d'actions. Pour l'individu ayant un goût modéré pour le risque ($\alpha = 25$), nos simulations l'incitent plutôt ici à choisir 80% d'actions. Le ratio d'accumulation est de 2,34 pour le portefeuille 70% actions - 30% immobilier contre 2,25 pour le portefeuille d'actions. Les individus ayant une aversion au risque (ceux qui maximisent les premier et cinquième centiles) retiennent l'allocation 50% actions – 50% actif

indexé sur le prix du logement à Paris. Cette allocation leur permet d'avoir un ratio d'accumulation de 1,11 pour l'individu ayant une aversion pour le risque de $\alpha = 5$ et de 0,73 pour celui ayant une aversion de $\alpha = 1$ alors que les ratios sont respectivement de 1,01 et 0,65 pour un portefeuille d'actions et 0,82 et 0,55 pour un portefeuille immobilier.

Notre analyse historique mettait aussi en évidence les meilleures performances de l'actif immobilier sur les titres obligataires ou l'actif monétaire. Sur l'ensemble du siècle, le rendement effectif moyen du placement immobilier est de 2,39% contre des rendements négatifs pour les obligations ou l'actif monétaire (respectivement -2,45% et -3,40%) et ce pour une volatilité des rendements effectifs légèrement moindre (5,67% contre 5,94% pour les obligations et 5,99% pour l'actif monétaire). L'apport de l'immobilier comparé aux obligations et à l'actif monétaire peut être représenté par la figure 3.4. Pour l'individu ayant une aversion au risque modérée ($\alpha = 25$), les portefeuilles contenant l'actif immobilier procurent tous des ratios d'accumulation supérieurs à ceux offerts par des portefeuilles comportant des obligations ou l'actif monétaire.

Figure 3.3 : Aversion au risque et allocations d'actifs (portefeuilles actions-actif immobilier)

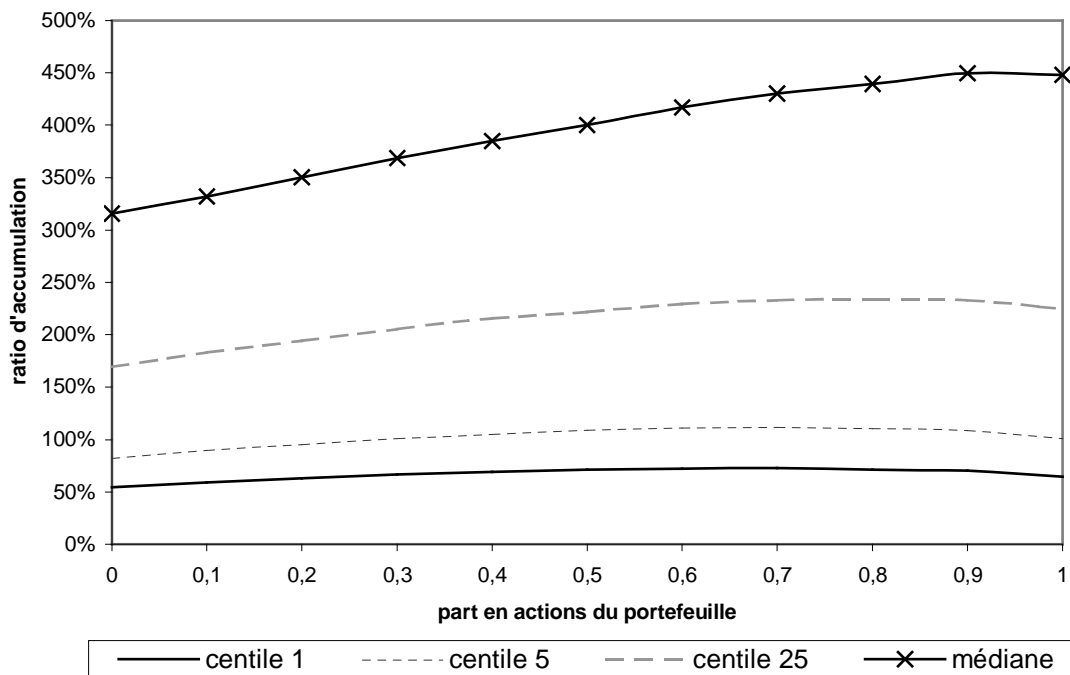
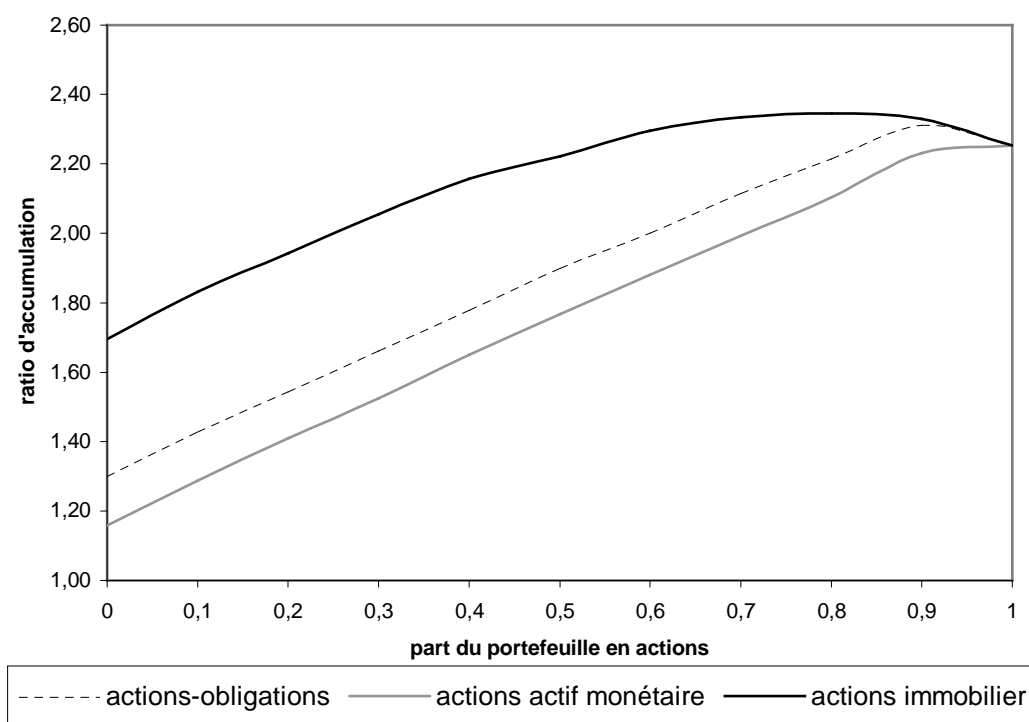


Figure 3.4 : Comparaison des ratios d'accumulation pour l'individu ayant une aversion au risque modéré ($\alpha = 25\%$)



Le tableau 3.3 récapitule les résultats. Sans surprise, l'individu ayant un goût pour le risque privilégie les portefeuilles avec une part très importante en actions (100% lorsque l'individu a le choix entre les actions et les titres obligataires ou l'actif monétaire, 90% lorsque le portefeuille est composé d'actions et d'immobilier).

Le résultat le plus intéressant de cette étude est sans aucun doute de constater qu'un individu ayant une très forte aversion au risque choisit aussi une forte composante de son portefeuille en actions (60% pour des portefeuilles contenant avec les actions des titres obligataires ou monétaires et 70% pour des portefeuilles comportant l'actif immobilier).

Tableau 3.3 : Degré d'aversion au risque et allocation d'actifs

	Degré d'aversion pour le risque			
	1	5	25	50
Actions – Obligations	60-40 (0,74)	80-20 (1,09)	90-10 (2,31)	100-0 (4,48)
Actions – Actif monétaire	60-40 (0,72)	80-20 (1,05)	100-0 (2,25)	100-0 (4,48)
Actions – Actif immobilier	70-30 (0,73)	70-30 (1,11)	80-20 (2,34)	90-10 (4,50)

Source : calculs de l'auteur

(entre parenthèses est indiqué le ratio d'accumulation pour chaque stratégie d'allocation optimale)

Pour l'individu ayant une aversion pour le risque modéré, l'immobilier (avec une part de 20%) et les titres obligataires (10%) peuvent l'inciter à ne pas investir son portefeuille exclusivement en actions.

Pour chaque degré d'aversion au risque, le portefeuille doit détenir une part d'actif immobilier : de 10% pour $\alpha = 50$, de 20% pour $\alpha = 25$, de 30% pour $\alpha = 1$ ou $\alpha = 5$. Ces résultats rejoignent en partie ceux de Hoesli [2000] sur l'apport de l'immobilier suisse¹⁰⁶ à la réduction du risque d'un portefeuille d'actifs financiers. Cet auteur trace les frontières d'efficacités de différents portefeuilles à partir des rendements et des volatilités historiques des actions, des obligations et de l'actif immobilier sur la période 1979-1999. Hoesli [2000] montre que l'allocation optimale des actifs d'un individu averse au risque est de 25 à 40% en immobilier. Par contre pour un risque plus élevé, les placements en actions doivent être privilégiés.

Plus généralement, nous retrouvons les recommandations de Shoven [1999] pour les choix de portefeuille des fonds de pension américains. Shoven [1999], en simulant par la méthodologie de Monte-Carlo l'évolution d'un portefeuille comportant des actions et des obligations, montre qu'un individu ayant une forte aversion au risque détient au moins 60% d'actions et un individu ayant une aversion au risque modérée entre 70% et 90%.

3.3 Evaluation du risque de trajectoire

Dans cette section 3.3, nous réalisons une évaluation des risques de trajectoire et de liquidation. Nous présentons d'abord le mode de calcul des grandeurs nécessaires pour cette évaluation, à savoir le taux d'épargne équivalent aux cotisations retraites et les taux de remplacement de référence. Puis, nous présentons les probabilités d'atteindre ces taux de remplacement seuils pour différents portefeuilles à support unique avant de tester la sensibilité de nos résultats aux différentes hypothèses concernant les frais administratifs ou le profil de carrière salariale.

¹⁰⁶ Pour construire la rentabilité d'un placement immobilier en Suisse, l'indice hédoniste des immeubles résidentiels à Genève et les loyers nets de charges publiés par Hoesli et Hamelink [1996] est utilisé pour les années 1979-1980. Pour la période de 1981 à 1986, la moyenne arithmétique simple des rendements de l'immobilier résidentiel sur la base de l'indice de prix hédoniste pour Genève et de celui pour Zurich calculé par la Banque Centrale de Zurich. Les rendements découlant des loyers nets de charges publiés par Hoesli et Hamelink [1996] sont ensuite rajoutés à ces rendements en capital pour obtenir la performance d'un placement direct en immobilier. Pour les années 1987-1999, l'indice performance des immeubles résidentiels en Suisse calculé par le CIFI est utilisé.

3.3.1 Définition des taux de remplacement de référence

Pour évaluer le risque que la capitalisation aboutisse à des taux de remplacement inférieurs à ceux de la répartition, il nous faut dans un premier temps définir les taux de remplacement de référence du régime de retraite par répartition. Pour cela, deux types de grandeurs sont nécessaires : la part des rémunérations consacrée aux cotisations retraites et le taux de remplacement que l'on peut raisonnablement attendre d'un système de retraite par répartition, à l'équilibre, dans les cinquante années à venir.

• Part des rémunérations consacrée aux cotisations retraites

Le système français de cotisations sociales rend difficile un calcul précis de la part du salaire consacrée aux cotisations retraites patronales et salariales. D'une part, les taux de cotisations ne sont pas constants, en raison des plafonds, et, d'autre part, l'existence de nombreux régimes professionnels spécifiques complique singulièrement la tâche. Les chiffres que nous donnons doivent être considérés comme des ordres de grandeurs. Le tableau 3.4 fournit la décomposition des coûts salariaux en France en l'an 2000 effectuée par Marcus [2004]¹⁰⁷.

En moyenne, les cotisations retraites représentent environ 25% du salaire brut (10% de cotisations salariales plus 15% de cotisations patronales), soit encore 16,4% du coût salarial (puisque le salaire brut est égal à 65,5% du coût salarial). Doit-on en conclure pour autant que le taux d'épargne retraite équivalent (aux cotisations retraites) serait de 16,4% ? Nous ne le pensons pas dans la mesure où le salaire net ne représente que 52,4% du coût salarial.

Tableau 3.4 : Décomposition du coût du travail en France

Coût salarial	100	152,7
Cotisations patronales	26,2	40
Cotisations retraites patronales	9,83	15
Autres charges patronales	3,8	5,8
Salaire brut	65,5	100
Cotisations salariales (dont SCG)	13,1	20
Cotisations retraites salariales	6,55	10
Salaire net	52,4	80
Participations+indemnités	4,5	6,9

Source : Marcus [2004]

¹⁰⁷ La deuxième colonne est obtenue en prenant pour base 100 le salaire brut.

Par souci de cohérence, nous avons choisi de prendre comme norme la somme du salaire net et des cotisations retraites. Le taux d'épargne équivalent aux cotisations retraites s'écrit donc :

$$\text{Taux d'épargne équivalent} = \frac{\text{cotisations retraites}}{\text{salaire net} + \text{cotisations retraites}}$$

Soit, sachant que les cotisations retraites sont égales à 25% du salaire brut et que le salaire net est égal à 80% du brut, un taux d'épargne équivalent à $25/(25+80)=23,8\%$.

• Détermination des taux de remplacement seuils

Pour la détermination des taux de remplacement seuils, nous avons choisi d'utiliser les prévisions que le COR fournissait pour 2004 avant la réforme Fillon. Notons qu'il s'agit de taux de remplacement nets (pension moyenne nette/salaire moyen net), les prévisions dépendant de la durée espérée des cotisations (comprise entre 40 et 46 ans) et de la hausse des taux de cotisations retraite retenue. Nous distinguons le taux de remplacement moyen à réglementation constante (avant la réforme Fillon) des taux de remplacement d'équilibre où les taux de cotisations sont constants. Le premier, qui est en moyenne de 64%, implique une hausse conséquente des taux de cotisation, sauf si l'âge de départ en retraite recule d'au moins 6 ans, cette hausse étant de près de 10 points du salaire brut dans la configuration où la durée de cotisation reste à 40 ans. Nous prenons pour référence les taux de remplacement d'équilibre, c'est-à-dire ceux où le taux de remplacement s'ajuste pour permettre l'équilibre des régimes de retraite sans hausse des cotisations. Ces taux sont de 43% pour 40 ans de cotisation, 49% pour 42 ans, 56% pour 44 ans et 64% pour 46 ans. Le maintien du taux de remplacement actuel (78%) nécessite un recul de l'âge légal de 9 ans¹⁰⁸.

Il convient enfin d'exprimer ces taux de remplacement en fonction de la norme choisie dans notre travail qui n'est pas le salaire net, mais la somme de celui-ci et des cotisations retraites. Cette conversion implique de multiplier les taux de remplacement du COR par un facteur égal au ratio du salaire net sur la somme salaire net + cotisations retraites, soit $80\%/(80\%+25\%) \approx 0,76$. Les taux de remplacement du COR sont dans la nouvelle norme : 33% pour 40 ans, 37% pour 42 ans, 43% pour 44 ans et 49 % pour 46 ans.

¹⁰⁸ Les auteurs du rapport supposent la disparition de tous les régimes de préretraites, ce qui permet de faire coïncider l'âge légal et l'âge effectif de départ à la retraite.

Soulignons enfin que les autorités publiques, dans l'exposé des motifs de la loi Fillon, se sont fixées un niveau de référence pour le taux de remplacement moyen, en indiquant « qu'un haut niveau de retraite, de l'ordre en moyenne des deux tiers du revenu d'activité, à l'horizon 2020, constitue la référence choisie par le gouvernement ». Ce taux de remplacement net cible de 66% correspond à un taux de 50% selon notre norme. Un objectif minimum de pension est également clairement annoncé dans la première partie de la loi Fillon : garantir aux salariés ayant cotisé tout au long de leur carrière une pension minimum à la liquidation égale à 85% du SMIC net à l'horizon 2008 (soit autour de 65% selon notre norme).

Nous retiendrons donc trois taux de remplacement de référence dans les simulations :

- le taux d'équilibre vers lequel convergerait le régime général, d'après le COR, avant la réforme des retraites de 2004, soit 33% du salaire brut correspondant à environ 43% du salaire net. Un taux de remplacement de 33% n'est pas vraisemblablement acceptable et entraînerait très probablement une intervention publique ;

- le taux visé par les autorités publiques, soit 50%. Ce taux est celui que le régime général a procuré aux cadres dans les années quatre vingt dix. Notons que ceux-ci arrivent, dans de nombreux cas, à un taux de remplacement supérieur grâce aux retraites complémentaires. Il est probable que ce taux serait considéré comme insuffisant aujourd'hui pour les classes populaires et moyennes ;

- le taux minimum garanti aux smicards soit 65% (85% du salaire net). Ce taux correspond approximativement au taux jugé satisfaisant en France pour les classes populaires et moyennes. Notons qu'il est légèrement inférieur au taux procuré par la répartition aux ouvriers dans les fastes années quatre vingt dix (autour de 90% du salaire net).

3.3.2 Evaluation du risque de trajectoire pour un taux d'épargne donné

Dans cette sous-section, nous évaluons le risque de trajectoire des systèmes de retraite par capitalisation pour un taux d'épargne donné. Nous calculons les probabilités que les taux de remplacement soient en dessous d'un certain seuil (33%, 50% et 65%) pour un niveau d'effort d'épargne défini (10% et 23,8%).

La stratégie de capitalisation est la suivante : on suppose que l'individu investit pendant 40 ans une fraction constante de son salaire sur un compte d'épargne bloqué. Deux taux d'épargne constants sont utilisés : un taux de 10% et un taux de 23,8% . Le taux d'épargne de 10% est celui que nous avons utilisé dans l'étude historique. Nous le gardons à des fins de comparaison. Le taux de 23,8% correspond au taux équivalent aux cotisations retraites prélevées dans le régime par répartition. Il semble peu probable qu'un tel taux d'épargne puisse être atteint dans un cadre d'épargne volontaire. Le taux de 10% est à cet égard un ordre de grandeur plus réaliste dans ce dernier cas de figure. Les frais de gestion sont ceux annoncés par l'AFER en 2005, soit un prélèvement de 5% sur les primes et de 1% par an sur le portefeuille. Le capital accumulé au bout des quarante années de cotisation est consacré à l'achat d'une rente viagère. Le taux de conversion qui permet de calculer la rente viagère est celui annoncé par l'AFER en 2005, soit 5% pour une retraite à 62 ans et un taux technique de 2,5%. On suppose enfin un taux de croissance du salaire de 2% par an.

Comme pour la section précédente, 100 000 simulations sont réalisées pour chaque stratégie de placement et pour chaque scénario, permettant ainsi d'assurer la convergence de la procédure. Le résultat d'une simulation prend la forme d'un vecteur composé de 100 000 taux de remplacement. La linéarité du résultat par rapport au taux d'épargne permet de calculer les vecteurs résultats pour n'importe quel taux d'épargne sans être contraint à refaire la simulation.

Encadré 3.1 : Le scénario de référence du COR [2001]

Le scénario de référence du COR [2001] repose sur un certain nombre d'hypothèses démographiques et économiques.

Les hypothèses démographiques retenues dans le scénario de référence sont les hypothèses centrales des projections de population de l'INSEE :

- l'indice conjoncturel de fécondité est égal à 1,8 enfant par femme ;
- l'allongement de l'espérance de vie à la naissance entre 2000 et 2040 est de 75,2 à 82,7 ans pour les hommes et de 82,9 à 89,7 ans pour les femmes ;
- le solde migratoire est de + 50 000 personnes par an.

Concernant les hypothèses économiques, le scénario de référence suppose un retour au plein-emploi d'ici 2010. Les principales hypothèses économiques du scénario central sont les suivantes :

- une diminution du taux de chômage qui se stabiliserait à 4,5% à partir de 2010 ;
- une forte remontée des taux d'activité des salariés de plus de 50 ans d'ici 2010, se traduisant par la résorption partielle des préretraites ;
- une remontée importante des taux d'activité des jeunes et une poursuite de l'augmentation du taux d'activité des femmes d'ici 2010 ;
- une augmentation annuelle de la productivité du travail de 1,6% jusqu'en 2040 ;
- une légère remontée en début de période de la rémunération du travail dans le partage de la valeur ajoutée entre travail et capital

Enfin, une hypothèse sur le niveau des pensions est formulée. Il est supposé une réglementation inchangée, ce qui conduit à une baisse du rapport entre pension moyenne nette et revenu moyen d'activité net de 0,78 actuellement à 0,64 en 2040.

Suivant ces hypothèses, les besoins de financement du système de retraite à l'horizon 2020 et à l'horizon 2040 sont les suivants :

Part des dépenses de retraite dans le PIB et besoin de financement en points de PIB (scénario économique de référence et maintien de la réglementation actuelle)

	2000	2020	2040
Part des dépenses de retraite dans le PIB	11,6%	13,6% à 13,8%	15,7% à 16%
Besoin de financement en points de PIB	-0,2	2	4

Source : COR [2001]

Dans le tableau 3.5, sont présentées les probabilités que les taux de remplacement soient en dessous d'un certain seuil pour deux niveaux d'effort d'épargne constant (10% et 23,8%). Les cinq dernières lignes de ce tableau donnent, respectivement, les taux de remplacement moyen et médian, ainsi que les premier et troisième quartiles et le rapport interdécile ($\frac{D9}{D1}$). Les

premières lignes donnent les valeurs des probabilités. Ainsi, $P[T_x \leq 20\%] = 48,37\%$ signifie qu'il y a 48,37% des observations pour lesquelles le taux de remplacement est inférieur à 20% dans le scénario où le portefeuille est investi exclusivement en actions françaises (pour un taux d'épargne de 10%). Remarquons que $P[T_x \leq 100\%]$ peut être inférieur à 100% dans la mesure où il existe, pour certains scénarios, des tirages qui donnent un taux de remplacement supérieur à 100%.

Les figures 3.5 et 3.6 présentent les risques de trajectoire des portefeuilles à support unique pour des taux de cotisation de 10% et 23,8%. Sur ces graphiques, plus la courbe a une position haute, plus la probabilité d'atteindre les taux de remplacement seuils sont faibles.

Avec un taux d'épargne de 10% et un investissement exclusif en actions, la norme jugée raisonnable par le gouvernement (50%) a seulement 25% de chances d'être obtenue. La probabilité d'atteindre un taux inférieur à ce qui serait procuré par la répartition (33%) est de 63%. Concernant les faibles revenus (à hauteur du SMIC), l'épargne retraite libre avec ce taux d'épargne conduirait à un taux de remplacement inférieur à l'objectif du gouvernement (soit 65%) avec une probabilité supérieure à 80%. Notons que si le taux de remplacement moyen (55,76%) est supérieur au taux de remplacement garanti par la répartition dans le scénario du COR [2001], le taux de remplacement médian est inférieur à 33% (22,54%).

Pour près d'un cas sur deux le taux de remplacement offert par un portefeuille d'actions en cotisant 10% de son revenu est inférieur à 22%.

Les performances des placements obligataires et monétaires sont catastrophiques. Le taux de remplacement moyen de chaque placement est inférieur à 15% (13,12% pour les obligations et 10,80% pour l'actif monétaire) et les trois taux de remplacement cibles de notre exercice n'ont aucune chance d'être atteints à partir de ces placements financiers. Soulignons même que pour plus d'un cas sur deux, le taux de remplacement procuré par un portefeuille d'obligations est inférieur à 10% (pour plus de 6 cas sur 10 pour un portefeuille monétaire).

Tableau 3.5 : Le risque de trajectoire pour un taux d'épargne constant – portefeuilles à support unique (actions, obligations, actif monétaire)

	Taux d'épargne de 10%			Taux d'épargne de 23,8%		
	Actions	Obligations	Actif Monétaire	Actions	Obligations	Actif Monétaire
P[T _x ≤10]	20,97%	51,69%	63,42%	2,80%	6,30%	8,44%
P[T _x ≤20]	45,61%	84,81%	91,02%	15,77%	40,66%	51,52%
P[T _x ≤30]	59,89%	93,87%	96,56%	28,77%	65,24%	76,07%
P[T _x ≤33]	63,01%	95,12%	97,28%	32,19%	70,14%	80,21%
P[T _x ≤40]	68,89%	96,96%	98,31%	39,29%	78,73%	86,79%
P[T _x ≤50]	74,95%	98,27%	99,05%	47,42%	86,26%	91,99%
P[T _x ≤60]	79,23%	98,97%	99,42%	53,97%	90,70%	94,72%
P[T _x ≤65]	80,96%	99,19%	99,54%	56,70%	92,36%	95,62%
P[T _x ≤70]	82,40%	99,34%	99,64%	59,27%	93,56%	96,33%
P[T _x ≤80]	84,85%	99,56%	99,76%	63,58%	95,33%	97,41%
P[T _x ≤90]	86,76%	99,69%	99,83%	67,22%	96,48%	98,06%
P[T _x ≤100]	88,32%	99,78%	99,88%	70,30%	97,3%	98,51%
Moyenne	55,76%	13,12%	10,80%	132,71%	31,22%	25,69%
D1	6,67%	4,74%	4,39%	15,86%	11,29%	10,44%
Q1	11,31%	6,51%	5,80%	26,93%	15,49%	13,80%
Médiane	22,54%	9,73%	8,23%	53,64%	23,15%	19,54%
Q3	50,10%	15,41%	13,32%	119,23%	36,67%	29,31%
D9	113,38%	24,40%	19,04%	269,84%	58,07%	45,31%

Source : calculs de l'auteur

Les taux de remplacement obtenus en plaçant toutes les cotisations retraites dans un compte épargne-retraite (soit $s = 23,8\%$) sont nettement plus importants mais le risque reste élevé. Pour un portefeuille d'actions, la probabilité de faire moins bien que la répartition (33%) est de 32,19% contre 63,01% pour un taux d'épargne de 10%. La norme gouvernementale est maintenant atteinte une fois sur deux. Mais il s'avère toujours assez difficile de garantir sans redistribution une pension nette égale à 85% du SMIC, l'objectif n'étant pas atteint dans près de 6 cas sur 10. Quant aux placements obligataires et monétaires, les différents objectifs restent bien difficiles à atteindre. Investir 23,8% du salaire annuel dans un portefeuille

obligataire procure un taux de remplacement supérieur à 50% dans seulement 14 cas sur 100 (la probabilité est d'à peine 8% pour un portefeuille monétaire). Soulignons la forte dispersion des taux de remplacement obtenus à partir d'un investissement exclusif en actions : si dans un cas sur dix, le taux de remplacement obtenu est inférieur à 16%, il y a aussi 10% de chance d'avoir un taux de remplacement supérieur à 270%. Remarquons enfin que le taux de remplacement moyen d'un placement obligataire et monétaire où toutes les cotisations retraites sont investies dans un compte épargne-retraite, est encore inférieur au taux de remplacement garanti par la répartition (31,22% pour les obligations et 25,69% pour l'actif monétaire) mais est aussi inférieur à la moyenne d'un portefeuille d'actions dans le scénario où l'épargne représente 10% du revenu annuel.

Nous simulons ensuite un portefeuille composé exclusivement de l'actif indexé sur le prix du logement à Paris. L'évaluation du risque de trajectoire est aussi faite pour les deux taux d'épargne (10% et 23,8%) et pour les trois taux de remplacement cibles (33%, 50% et 65%) et les différents résultats sont présentés dans le tableau 3.6.

Pour un taux d'épargne de 10%, la norme gouvernementale et le taux garanti aux smicards sont difficiles à atteindre. Les probabilités d'avoir un taux de remplacement inférieur à 50% et à 65% sont respectivement de 84,72% et 89,17%. Le taux de remplacement moyen est de 34,09% (un taux supérieur de 21 points à la moyenne d'un portefeuille obligataire et de 23 points à celle d'un portefeuille monétaire mais inférieur de 22 points à la moyenne d'un portefeuille d'actions) et le taux médian de 15,79% (soit un taux supérieur de 6 points au taux médian du portefeuille obligataire et de 7,5 points à celui du portefeuille monétaire mais inférieur de 7 points au taux médian du portefeuille d'actions).

Pour un taux de taux d'épargne de 23,8%, la probabilité d'obtenir un taux de remplacement supérieur à celui offert par la répartition est d'environ 55%. Par contre, le taux de remplacement offert est dans moins de 2 cas sur 5 supérieur à la norme gouvernementale et dans moins de 7 cas sur 10 supérieur à 65%.

Tableau 3.6 : Le risque de trajectoire pour un taux d'épargne constant – portefeuilles à support unique (immobilier)

	Portefeuille immobilier*	
	Taux d'épargne de 10%	Taux d'épargne de 23,8%
P[Tx≤33]	75,19%	44,84%
P[Tx≤50]	84,72%	60,98%
P[Tx≤65]	89,17%	69,69%
Moyenne	34,09%	81,14%
D1	5,29%	12,51%
Q1	8,46%	20,17%
Médiane	15,79%	37,56%
Q3	32,77%	78,22%
D9	68,90%	164,63%

Source : calculs de l'auteur

* actif indexé sur le prix du logement à Paris

Ces résultats concernant les portefeuilles à support unique rejoignent ceux de l'analyse historique. Aucune des 65 cohortes étudiées dans le chapitre 2 consacré à l'évaluation des taux de remplacement historiques ne peut percevoir, à partir d'un investissement exclusif en obligations ou sur le marché monétaire, une pension supérieure à celle offerte par un portefeuille d'actions. Dans notre analyse historique, la moitié des cohortes 1900-1964 obtient un ratio pension / dernier salaire perçu inférieur à 8% et seulement 4 cohortes ont un taux de remplacement supérieur à 40%. Quant à l'investissement monétaire, trois cohortes sur quatre ont un ratio pension / dernier salaire perçu inférieur à 13,47% et aucune cohorte ne bénéficie d'une retraite supérieure à 25% le dernier salaire perçu. Nos résultats mettent aussi de nouveau en évidence la forte volatilité des taux de remplacement offerts par des portefeuilles d'actions. Dans l'analyse historique, si 10,8% des cohortes 1900-1964 ont un taux de remplacement supérieur à 60%, près de 70% ont un rapport annuité / dernier salaire perçu inférieur à 30%. Ici, notre évaluation du risque de trajectoire par la méthodologie du bootstrap montre une dispersion des taux de remplacement encore plus forte. Alors que pour environ 20 cas sur 100, le taux de remplacement procuré par un portefeuille d'actions est supérieur à 60%, la moitié des simulations aboutissent à des taux de remplacement inférieurs à 22% et dans plus d'un cas sur cinq, le taux de remplacement est inférieur à 10%.

Il est intéressant de comparer nos résultats à ceux d'Arbulu et al. [2001 et 2002] qui ont évalué sur données françaises le risque de trajectoire de la retraite par capitalisation à partir de simulations de Monte-Carlo. Nos conclusions s'avèrent moins optimistes. Pour évaluer le

risque de trajectoire, le taux de remplacement cible retenu par Arbulu et al. [2001 et 2002] est le taux de remplacement moyen procuré par le régime par répartition sur la période 1958-1997. Il est de 51,88% pour les cadres supérieurs, de 60,18% pour les cadres moyens, de 66,16% pour les employés et de 72,01% pour les ouvriers. Pour Arbulu et al. [2001 et 2002], la probabilité de bénéficier d'une pension inférieure à celle offerte par le Régime Obligatoire à partir d'un investissement exclusif en actions est de 35,58% pour les cadres supérieurs, 39,99% pour les cadres moyens, 44,42% pour les employés et 43,63% pour les ouvriers. Toutes CSP confondues, la probabilité d'avoir une pension inférieure à 62,56% (le taux de remplacement moyen du régime obligatoire sur la période 1958-1997) est de 40,90%. Ces résultats sont donc plus favorables à la capitalisation que les nôtres puisque, nos simulations donnent, pour un taux d'épargne de 23,8% du revenu, une probabilité de 47,42% d'avoir un taux de remplacement inférieur à la norme gouvernementale et une probabilité de 56,70% de bénéficier d'un taux de remplacement inférieur au taux minimum garanti aux smicards.

La norme retenue pour le calcul des taux de remplacement est différente. Dans Arbulu et al. [2001 et 2002], le taux de remplacement est fonction du salaire net alors que dans notre étude, le taux de remplacement est fonction de la somme du salaire net et des cotisations retraites. Les paramètres de la simulation de Monte-Carlo d'Arbulu et al. [2001 et 2002] sont basés sur une période historique très favorable aux actions : sur la période 1958-1997, la rentabilité nominale des actions (placements de fin d'année) est de 13,61% alors que, sur l'ensemble du siècle, nous avons calculé un rendement réel effectif sur 40 ans des actions de 3,34%. Concernant les portefeuilles obligataires, si comme Arbulu et al. [2001 et 2002] nous mettons en évidence le fait que les obligations ne constituent pas une alternative aux actions sur le long terme, nos simulations accentuent les mauvaises performances des titres obligataires, du fait que nous utilisons les rendements réels des obligations sur l'ensemble du siècle alors que l'étude d'Arbulu et al. [2001 et 2002] repose sur une période beaucoup plus courte [1958-1997]. Pour Arbulu et al. [2001 et 2002], les obligations apportent en moyenne autant que le régime par répartition et le risque d'avoir moins que la retraite du régime obligatoire est de 37 à 66% des cas selon la CSP. Nos résultats sont plus tranchants. Ils concluent à un taux de remplacement moyen de seulement 31,22% et il est difficile de garantir sans redistribution un taux de remplacement de 50% ou de 65%. L'objectif de 50% n'est pas atteint dans 86 cas sur 100 et celui d'une pension nette égale à 85% du SMIC dans plus de 92 cas sur 100.

Figure 3.5 : Risque de trajectoire des portefeuilles à support unique (taux de cotisation de 10%)

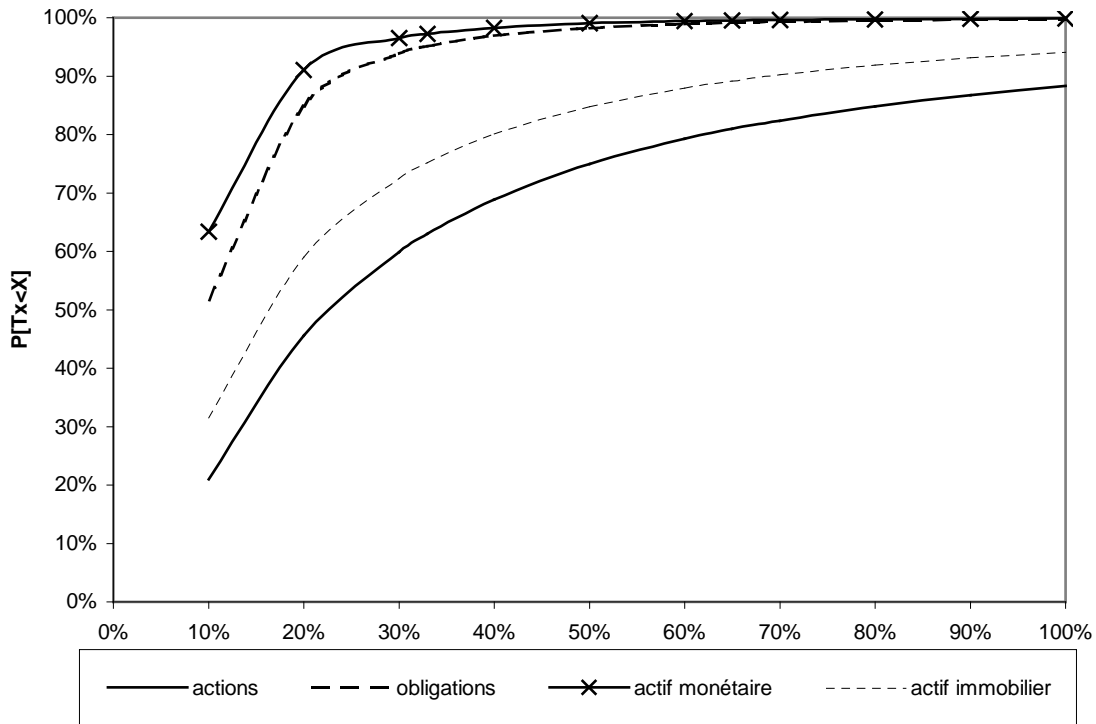
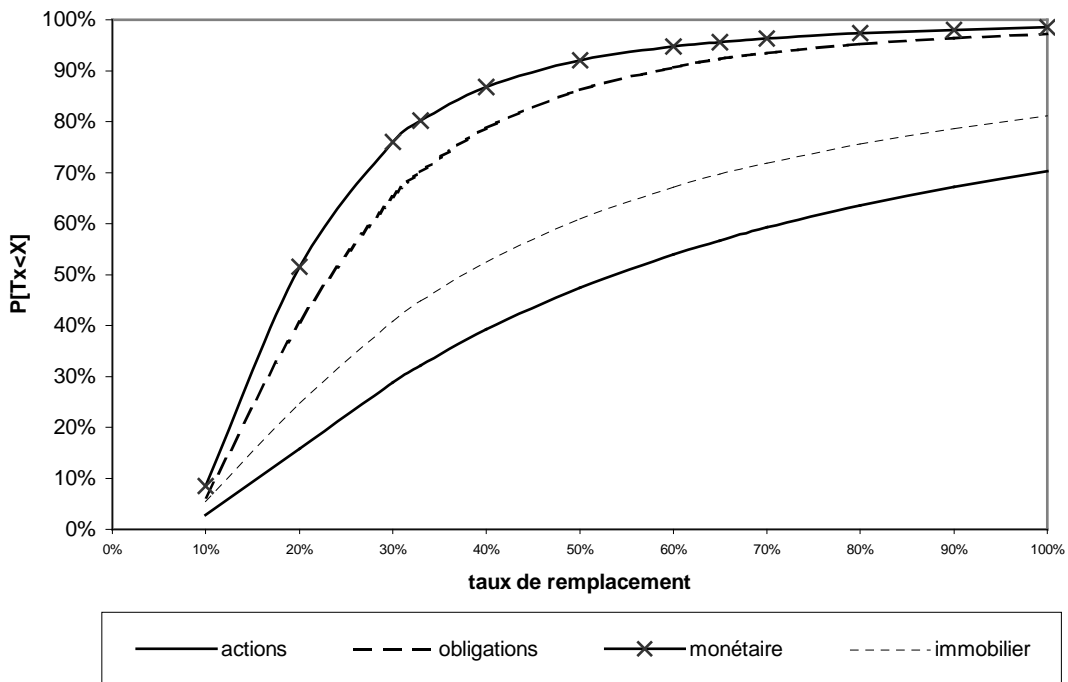


Figure 3.6 : Risque de trajectoire des portefeuilles à support unique (taux de cotisation de 23,8%)



3.3.3 Sensibilités aux différentes hypothèses retenues

Nous estimons dans cette sous-section l'impact de différents scénarii concernant les frais administratifs et l'évolution du salaire réel du cotisant sur le risque de trajectoire. Dans le scénario de référence, deux hypothèses ont été formulées concernant les frais administratifs et l'évolution du salaire : les frais représentent 5% des cotisations et 1% de la prime annuelle et le salaire croît à un taux constant de 2%.

• Impact des frais administratifs

L'influence des frais administratifs sur les différentes probabilités d'atteindre les taux de remplacement seuils déterminés au début de ce chapitre (33%, 50% et 65%) est d'abord étudiée. Nous reprenons les trois scénarii utilisés dans le chapitre 3 pour mesurer l'influence des frais administratifs et des coûts de gestion sur les taux de remplacement historiques. Nous avons deux cas polaires (scénarii 1 et 3) et une variante intermédiaire (scénario 2). Le premier scénario (scénario 1) suppose l'absence totale de frais administratifs ou de coûts de gestion, hypothèse formulée en particulier par Burtless [2000] dans son estimation du risque de trajectoire d'un système de retraite par capitalisation aux Etats-Unis. Le second scénario (scénario 2) reprend la notion de « réduction au rendement » ; cette définition est notamment utilisée par Feldstein et Ranguelova [1998, 2001]. Elle exprime tous les frais administratifs de la phase d'accumulation en pourcentage des avoirs (0,4%). Le troisième scénario (scénario 3) est tiré des estimations de Murthi et al. [1999 et 2000] qui évaluent l'ensemble des frais administratifs des fonds de pension britanniques à 43% du capital accumulé.

Le tableau 3.7 présente les probabilités d'atteindre les taux de remplacement cibles (33%, 50% et 65%) ainsi que la moyenne et les principaux quantiles de ces trois scénarios comparés aux résultats de notre scénario de référence où les frais de gestion retenus sont ceux annoncés par l'AFER en 2005, soit un prélèvement de 5% sur les primes et de 1% par an sur le portefeuille.

Ces simulations mettent en évidence un impact non négligeable des frais administratifs sur les probabilités d'atteindre les taux de remplacement cibles. Dans le scénario où les frais

administratifs ne sont pas pris en compte (scénario 1), le taux de remplacement moyen pour un taux d'épargne de 23,8% et un investissement exclusif en actions est de 179,49% contre 132,71% dans notre scénario de référence. Le taux de remplacement médian est quant à lui supérieur de 15 points à celui du scénario de référence (68,90% contre 53,64%). La probabilité que la capitalisation procure un taux de remplacement moins élevé que celui assuré par la répartition est de 24,52% contre 32,19% pour le scénario central. La norme gouvernementale est atteinte dans plus de 3 cas sur 5 et la cible de 65% dans un peu plus de 1 sur 2. Cependant, pour un taux de cotisation de 10%, les probabilités d'obtenir un taux de remplacement inférieur à l'une des trois cibles restent très élevées : 54,88% pour l'objectif de 33%, 67,92% pour l'objectif de 50% et 74,79% pour l'objectif de 65%. Quant aux placements obligataires et monétaires, tout comme dans le scénario central, aucun des taux de remplacement seuils ne peut être raisonnablement atteint. Le scénario 2 (réduction au rendement de 0,4%) présente des résultats très proches du scénario 1. Le portefeuille d'actions procure un taux de remplacement médian beaucoup plus élevé que celui d'un portefeuille obligataire ou monétaire (63,56% contre 26,57% et 22,32% pour un taux de cotisation de 23,8%, 26,77% contre 11,20% et 9,38% pour un taux d'épargne de 10%). Les probabilités d'obtenir un taux de remplacement inférieur à l'un des 3 seuils sont supérieures de 2 à 3 points à celles de notre scénario 1 (absence de frais administratifs). Dans le scénario 3 (ratio des charges de 43%), les taux de remplacement obtenus sont nettement plus faibles que ceux du scénario de référence ou des scénarios 1 et 2. Pour un taux de cotisation de 23,8%, le taux de remplacement médian est de 39,06% soit un taux inférieur de 14,5 points par rapport à notre scénario de référence et de 30 points par rapport au scénario 1 (absence de frais administratifs). Pour près de 44 cas sur 100, la capitalisation ne procure pas un taux de remplacement supérieur à 33%, c'est-à-dire au taux de remplacement garanti par la répartition et pour près de 2 cas sur 3, le taux de remplacement est inférieur à 65%. Pour un taux de cotisation de 10%, si la capitalisation fait mieux que la répartition dans 45 cas sur 100 dans le scénario 1, la probabilité d'avoir un taux de remplacement inférieur à 33% est de 71,69% dans le scénario 3.

Les frais administratifs ont donc un impact non négligeable sur la valeur des taux de remplacement obtenus dans le cadre d'un système reposant sur la capitalisation. Ainsi pour un taux de cotisation de 23,8% du revenu, le taux de remplacement médian varie de 39,06% dans le scénario 3 (ratio de charges de 43%) à 68,90% dans le scénario 1 (absence de frais

administratifs). Quant à la probabilité de faire moins bien que la répartition, elle varie de 24,52% (scénario 1) à 44,06% (scénario 3). Notre scénario de référence (5% sur les cotisations 1% sur la prime) se situe naturellement entre les 2 cas polaires. Cependant, la principale conclusion tirée du scénario de référence reste la même pour chaque hypothèse formulée concernant les frais administratifs : pour un risque acceptable dans le contexte européen, il est difficile d'obtenir une pension nette égale à 85% du SMIC sans redistribution dans le cadre d'un système de retraite par capitalisation, et ce quels que soient l'effort contributif et le support du portefeuille (actions, obligations ou actif monétaire) choisi.

Tableau 3.7 : Frais administratifs et risque de trajectoire pour un taux d'épargne constant

	Scénario de référence					
	Taux d'épargne de 10%			Taux d'épargne de 23,8%		
	Actions	Obligations	Actif Mon	Actions	Obligations	Actif Mon
P[Tx≤33]	63,01%	95,12%	97,28%	32,19%	70,14%	80,21%
P[Tx≤50]	74,95%	98,27%	99,05%	47,42%	86,26%	91,99%
P[Tx≤65]	80,96%	99,19%	99,54%	56,70%	92,36%	95,62%
Moyenne	55,76%	13,12%	10,80%	132,71%	31,22%	25,69%
Médiane	22,54%	9,73%	8,23%	53,64%	23,15%	19,54%
D1	6,67%	4,74%	4,39%	15,86%	11,29%	10,44%
Q1	11,31%	6,51%	5,80%	26,93%	15,49%	13,80%
Q3	50,10%	15,41%	13,32%	119,23%	36,67%	29,31%
D9	113,38%	24,40%	19,04%	269,84%	58,07%	45,31%
	Scénario 1 (absence de frais administratifs)					
	Taux d'épargne de 10%			Taux d'épargne de 23,8%		
	Actions	Obligations	Actif Mon	Actions	Obligations	Actif Mon
P[Tx≤33]	54,88%	91,41%	95,11%	24,52%	59,01%	70,47%
P[Tx≤50]	67,92%	96,76%	98,25%	38,67%	78,77%	86,70%
P[Tx≤65]	74,79%	98,34%	99,10%	47,98%	87,03%	92,38%
Moyenne	73,52%	16,26%	13,36%	179,49%	38,99%	32,01%
Médiane	28,56%	11,82%	9,91%	68,90%	28,28%	23,63%
D1	8,05%	5,56%	5,10%	19,28%	13,30%	12,11%
Q1	13,89%	7,76%	6,86%	33,53%	18,53%	16,34%
Q3	65,55%	19,03%	15,23%	157,22%	45,42%	36,24%
D9	150,45%	30,77%	23,97%	357,53%	73,89%	57,08%

	Scénario 2 (réduction au rendement de 0,4%)					
	Taux d'épargne de 10%			Taux d'épargne de 23,8%		
	Actions	Obligations	Actif Mon	Actions	Obligations	Actif Mon
P[Tx≤33]	57,19%	92,65%	95,84%	26,59%	62,69%	73,68%
P[Tx≤50]	70,06%	97,32%	98,46%	41,34%	81,34%	88,38%
P[Tx≤65]	76,80%	98,70%	99,23%	50,74%	89,03%	93,46%
Moyenne	67,36%	15,26%	12,53%	160,22%	36,22%	29,87%
Médiane	26,77%	11,20%	9,38%	63,56%	26,57%	22,32%
D1	7,66%	5,33%	4,89%	18,26%	12,68%	11,67%
Q1	13,14%	4,46%	6,52%	31,43%	17,59%	15,58%
Q3	60,27%	17,90%	14,27%	143,07%	42,34%	33,95%
D9	137,70%	28,69%	22,44%	326,27%	67,81%	53,71%
	Scénario 3 (ratio de charges de 43%)					
	Taux d'épargne de 10%			Taux d'épargne de 23,8%		
	Actions	Obligations	Actif Mon	Actions	Obligations	Actif Mon
P[Tx≤33]	71,69%	97,58%	98,76%	44,06%	83,57%	90,10%
P[Tx≤50]	81,20%	99,18%	99,60%	58,36%	93,07%	96,04%
P[Tx≤65]	85,93%	99,62%	99,80%	66,47%	96,24%	97,90%
Moyenne	41,73%	9,38%	7,59%	99,59%	22,26%	18,29%
Médiane	16,46%	6,77%	5,64%	39,06%	16,10%	13,51%
D1	4,57%	3,19%	2,90%	10,85%	7,54%	6,91%
Q1	7,95%	4,44%	3,90%	19,00%	10,54%	9,32%
Q3	37,67%	10,93%	8,67%	89,16%	26,02%	20,76%
D9	86,05%	17,85%	13,78%	202,19%	42,14%	32,87%

Source : calculs de l'auteur

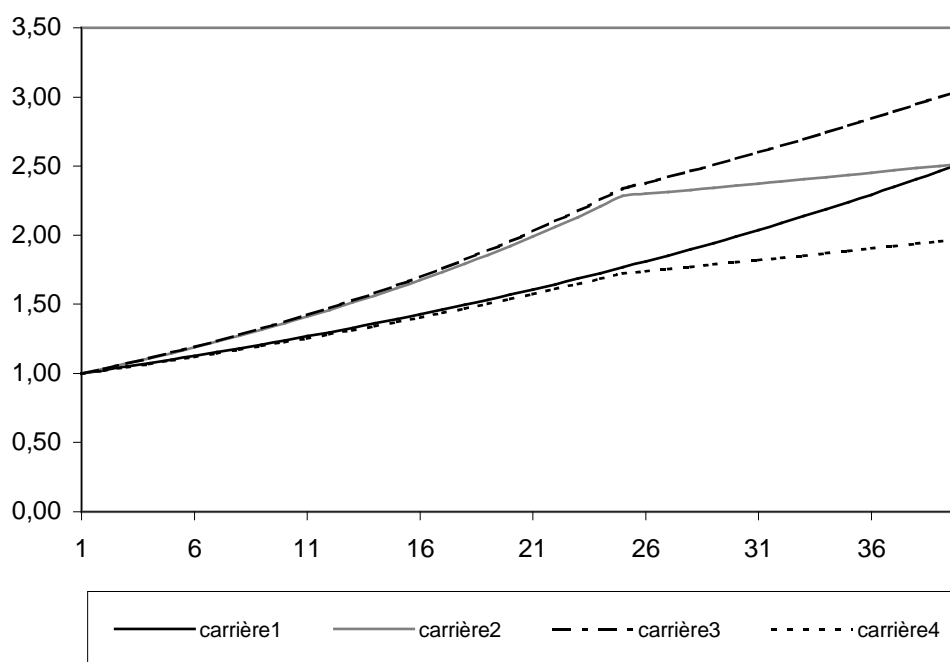
• Sensibilité au taux de croissance du salaire et au profil de carrière salariale

L'une des limites de notre travail est de supposer un taux de croissance du salaire constant. Privat [2005] démontre en effet que le profil du salaire annuel brut médian selon l'âge est concave, quelle que soit la génération considérée : au cours de la vie d'un salarié, le salaire croît rapidement en début de carrière et plus lentement ensuite. Afin de tester la sensibilité de nos résultats au profil de carrière salariale, nous pouvons nous inspirer des travaux d'Aubert [1999]. Dans le cadre d'une comparaison du rendement des différents régimes de retraite¹⁰⁹,

¹⁰⁹ Aubert [1999] montre que si l'on considère que les différences d'avantages des régimes de retraite n'ont pas d'impact sur les différences salariales, les contributions des employeurs aux régimes de retraite étant les mêmes dans les différents régimes, les régimes du secteur public paraissent favorisés. Par contre, si l'on suppose que les

Aubert [1999] établit 4 carrières types pour les hommes qui se différencient par la dynamique des salaires en cours. La première dynamique (carrière 1) est caractérisée par une croissance annuelle du salaire de 2,4% par an soit une croissance supérieure de 0,4 point à celle de notre scénario de référence. La seconde carrière (carrière 2) a aussi un taux annuel moyen d'évolution du salaire de 2,4% mais la croissance est de 3,5% les vingt cinq premières années puis de 0,65% les quinze dernières années. La troisième carrière (carrière 3) est caractérisée par un taux annuel moyen sur les 40 années plus élevé (2,9%) mais avec une croissance annuelle de 3,6% les vingt cinq premières années puis de 1,8% les quinze dernières. Enfin, la quatrième carrière type (carrière 4) correspond à une dynamique salariale moyenne sur les 40 années moins importante (1,7% soit 0,3 point en moins par rapport à notre scénario de référence), avec une croissance de 2,3% pendant les vingt cinq premières années puis de 0,9% les quinze dernières. La figure 3.7 présente l'évolution du salaire de ces carrières types.

Figure 3.7 : Evolution du salaire des carrières types



avantages des régimes du secteur public ne sont liés qu'à un choix différent des individus (un salaire direct plus faible mais un salaire différé plus élevé), l'égalité des revenus actualisés pour une carrière type d'un salarié qui représente un salarié commençant à travailler en 1998 à 22 ans suppose que, à qualification et travail égaux, un fonctionnaire perçoit un salaire net inférieur de 4% à 14% à celui d'un salarié du secteur privé.

En comparant ces profils avec les carrières moyennes obtenues par Colin et al. [1999], Aubert [1999] souligne que les carrières types 1 et 3 ressemblent plus à des carrières du secteur public alors que les carrières 2 et 4 sont plus proches de celles du secteur privé.

Le calcul des probabilités d'atteindre les taux de remplacement cibles ainsi que la moyenne, la médiane et les quantiles sont présentés dans le tableau 3.8 pour les deux taux de cotisation choisis : 10% et 23,8%.

Tableau 3.8 : Carrières types et risque de trajectoire pour un taux d'épargne constant

	10%				23,80%			
	Carriere1	Carriere2	Carriere3	Carriere4	Carriere1	Carriere2	Carriere3	Carriere4
Moyenne	49,48%	55,91%	48,07%	62,66%	120,09%	131,75%	112,79%	146,31%
Médiane	20,79%	23,69%	20,65%	25,18%	49,90%	56,63%	48,92%	59,90%
D1	6,38%	7,04%	6,41%	7,28%	15,23%	16,86%	15,25%	17,25%
Q1	10,6%	11,94%	10,64%	12,52%	25,39%	28,45%	25,26%	29,56%
Q3	45,54%	51,92%	44,77%	56,53%	109,23%	123,75%	106,58%	134,49%
D9	99,68%	113,3%	97,83%	127,75%	243,51%	272,97%	233,54%	302,89%
	10%				23,80%			
Taux de remplacement \leq	Carriere1	Carriere2	Carriere3	Carriere4	Carriere1	Carriere2	Carriere3	Carriere4
33	65,92%	61,55%	66,43%	59,29%	34,61%	30,19%	34,91%	28,76%
50	77,33%	73,96%	77,75%	71,81%	50,08%	45,38%	50,84%	43,60%
65	83,10%	80,43%	83,45%	78,33%	59,27%	54,95%	60,12%	52,94%

Sources : Aubert [1999] et calculs de l'auteur

Pour une carrière de type 1, les résultats sont très proches de notre scénario de référence. Le taux de remplacement moyen est légèrement plus faible dans ce scénario 1 par rapport au scénario de référence (49,48% contre 55,76% pour un taux d'épargne de 10%, 120,09% contre 132,71% pour un taux d'épargne de 23,8%) en raison d'un dernier salaire perçu plus élevé dans ce scénario d'une croissance du salaire de 2,4%. Pour une carrière de type 2 (croissance moyenne égale à celle du scénario 1 mais avec un rythme beaucoup plus rapide en début de période), les probabilités d'atteindre les taux de remplacement cibles sont un peu plus importantes (si l'individu cotise 23,8% de son revenu, ces différences sont de 4,4 points pour le seuil de 33%, 4,7 points pour un taux de remplacement de 50% et 4,3 points pour un taux de 65%). Le dernier salaire perçu étant le même, cette légère différence s'explique par un montant total de cotisation plus important dans le scénario d'une carrière de type 2. Le scénario 3 (croissance de 3,6% les vingt cinq premières années puis de 1,8 les quinze

dernières) donne des résultats quasi-identiques à ceux du scénario 1. Les cotisations sont en moyenne plus élevées mais le dernier salaire perçu l'est aussi. Les meilleures performances sont obtenues pour la quatrième carrière simulée bien que les cotisations soient en moyenne plus faibles que dans les trois premiers scénarios. Le taux de croissance annuel du salaire étant le plus faible, le dernier salaire l'est aussi, ce qui explique pourquoi les taux de remplacement de ce scénario sont relativement plus élevés. En effet, pour un profil de carrière de type 4, le dernier salaire perçu est de 1,97 fois le salaire initial contre 2,52 fois pour un profil de carrière de type 1 ou 2 et 3,05 fois pour un profil de carrière de type 3. Le taux de remplacement médian pour la quatrième carrière simulée est ainsi de 59,90% contre 49,90% pour la stratégie 1, 56,63% pour la stratégie 2 et 48,92% pour la stratégie 3.

Les conclusions restent sensiblement les mêmes, quel que soit le profil type de carrière salariale : la pension nette de 85% du SMIC reste assez difficile à atteindre pour la capitalisation, la probabilité d'avoir un taux de remplacement inférieur à ce seuil pour un taux de cotisation de 23,8% variant, selon le profil de carrière type, de 52,94 % à 60,12%.

Comme le ratio d'accumulation est calculé à partir du dernier salaire perçu, le scénario d'une carrière de type 4 procure aussi le ratio d'accumulation le plus élevé du fait de la croissance moins rapide du salaire. Le ratio d'accumulation médian pour une carrière de type 4 est de 11,98 contre 9,98 pour une carrière de type 1, 11,33 pour une carrière de type 2 et 9,78 pour une carrière de type 3 (Tableau 3.9).

Tableau 3.9 : Carrières types et ratio d'accumulation

	10%				23,80%			
	Carriere1	Carriere2	Carriere3	Carriere4	Carriere1	Carriere2	Carriere3	Carriere4
Moyenne	9,90	11,18	9,61	12,53	24,02	26,35	22,56	29,26
Médiane	4,16	4,74	4,13	5,04	9,98	11,33	9,78	11,98
D1	1,28	1,41	1,28	1,46	3,05	3,37	3,05	3,45
Q1	2,12	2,39	2,13	2,50	5,08	5,69	5,05	5,91
Q3	9,11	10,38	8,95	11,30	21,85	24,75	21,32	26,90
D9	19,54	22,66	19,57	25,55	48,70	54,59	46,71	60,58

Sources : calculs de l'auteur

3.4 Diversification du portefeuille et risque de trajectoire

Dans cette section 3.4, nous évaluons le risque de trajectoire de portefeuilles diversifiés. Nous simulons dans un premier temps des portefeuilles diversifiés uniquement sur des marchés français puis dans un second temps nous diversifions le portefeuille en intégrant des actifs américains.

3.4.1 Diversification nationale du portefeuille

Quatre actifs nationaux sont utilisés pour ces simulations : les actions, les obligations, l'actif monétaire et l'actif immobilier. Nous simulons d'abord les trois portefeuilles mixtes suivants : 50% actions – 50% obligations, 50% actions – 50% monétaire et 50% actions – 50% actif immobilier. Ces stratégies reposent sur le principe d'une diversification naïve du portefeuille qui consiste, face à un choix entre n classes d'actifs financiers, à investir le capital en allouant n parts égales à chaque classe (Benartzi et Thaler [2001])¹¹⁰.

Puis, nous choisissons trois portefeuilles mis en évidence dans la section 3.2 : le portefeuille 90% actions – 10% immobilier qui est dans la section 3.2 le portefeuille optimal pour un individu ayant un goût pour le risque ($\alpha = 50\%$), les portefeuilles 60% actions – 40% obligations et 70% actions – 30% actif immobilier qui sont les portefeuilles choisis par un individu ayant une très forte aversion au risque.

Le tableau 3.10 donne la moyenne, les principaux quantiles et les probabilités d'atteindre les taux de remplacement seuils définis dans la section 3.2 pour les deux taux d'épargne choisis 10% et 23,8%.

¹¹⁰ Le TIAA-CREF, qui est le plus grand fonds de pension américain, s'inspire de cette règle en proposant deux classes d'investissement : TIAA, composé d'obligations et CREF composé d'actions. La moitié des participants répartissent en parts égales leurs contributions entre le TIAA et le CREF (Lavigne [2006]). Soulignons enfin que l'allocation 50% actions – 50% obligations est la stratégie recommandée par la Commission présidentielle pour sauvegarder le système de retraite aux Etats-Unis (« President's Commission to Strengthen Social Security », voir par exemple Cogan et Mitchell [2003]).

Tableau 3.10 : Diversification nationale et risque de trajectoire

	Portefeuille mixte (2 actifs 1/T)					
	Taux d'épargne de 10%			Taux d'épargne de 23,8%		
	50% actions 50% obligations	50% actions 50% actif monétaire	50% actions 50% immobilier	50% actions 50% obligations	50% actions 50% actif monétaire	50% actions 50% immobilier
P[T _x ≤33]	83,04%	87,58%	69,84%	44,95%	50,56%	33,81%
P[T _x ≤50]	87,89%	94,86%	82,18%	66,08%	72,01%	51,73%
P[T _x ≤65]	95,56%	97,22%	87,86%	76,82%	81,98%	62,53%
Moyenne	22,28%	19,17%	35,19%	53,09%	45,57%	84,87%
Médiane	15,24%	13,76%	20,08%	36,23%	32,67%	48,09%
D1	6,47%	6,16%	6,93%	15,35%	14,61%	16,69%
Q1	9,44%	8,80%	11,09%	22,58%	20,92%	26,57%
Q3	25,95%	22,51%	38,58%	61,89%	53,66%	92,61%
D9	44,20%	36,86%	73,5%	105,05%	87,33%	176,78%
	Portefeuille mixte (2 actifs)					
	Taux d'épargne de 10%			Taux d'épargne de 23,8%		
	90% actions 10% immobilier	60% actions 40% obligations	70% actions 30% immobilier	90% actions 10% immobilier	60% actions 40% obligations	70% actions 30% immobilier
P[T _x ≤33]	63,95%	78,67%	66,84%	31,05%	40,65%	31,81%
P[T _x ≤50]	76,45%	89,30%	79,53%	47,20%	61,02%	49,06%
P[T _x ≤65]	82,61%	93,48%	85,55%	57,24%	72,08%	59,73%
Moyenne	48,23%	25,74%	39,58%	114,52%	61,26%	95,86%
Médiane	22,56%	16,70%	21,38%	53,76%	39,75%	51,13%
D1	7,07%	6,72%	7,19%	16,91%	15,99%	17,20%
Q1	11,76%	10,03%	11,63%	28,02%	23,88%	27,82%
Q3	47,41%	29,57%	42,42%	112,67%	70,37%	101,75%
D9	99,61%	51,88%	84,20%	239,6%	123,47%	198,13%

Sources : calculs de l'auteur

Pour un taux d'épargne de 10%, les portefeuilles mixtes du type 50-50 présentent peu d'intérêt. Les taux de remplacement cibles de 50% et de 65% sont très difficiles à atteindre. Les portefeuilles 50% actions - 50% obligations et 50% actions - 50% actif monétaire ont un taux de remplacement moyen inférieur à 25%. Pour les trois portefeuilles mixtes, le taux de

remplacement a une chance sur deux d'être inférieur à 20% et pour 1 cas sur 10, le taux de remplacement est inférieur à 7%.

Pour un taux de cotisation de 23,8%, l'allocation 50% actions – 50% actif immobilier est celle présentant les performances les plus honorables. Dans un cas sur deux, le taux de remplacement est supérieur à 48% (le taux de remplacement médian pour un portefeuille 50% actions - 50% obligations est de 36,23% et pour une allocation 50% actions - 50% actif monétaire de 32,67%). La probabilité de faire moins bien que la répartition est de 33,81% contre 44,95% pour le portefeuille comportant des actions et des obligations et 50,56% pour le portefeuille composé d'actions et de l'actif monétaire.

Cependant, pour plus d'un cas sur deux, le taux de remplacement est inférieur à 50% et l'objectif d'une pension nette égale à 85% du SMIC est quant à lui atteint pour seulement un cas sur trois.

Par rapport au portefeuille d'actions, si le rapport inter-décile de cette allocation est nettement moins important (10,59 contre 17,01), la probabilité d'obtenir un taux de remplacement supérieur à l'un des trois seuils est plus faible (avec notamment une différence de près de 15 points pour la cible de 65%). La raison est qu'un portefeuille d'actions procure davantage de taux de remplacement très élevés qu'un portefeuille mixte 50% actions – 50% immobilier.

Concernant les autres portefeuilles mixtes, les portefeuilles 90% actions - 10% actif immobilier et 70% actions - 30% actif immobilier permettent à la capitalisation de faire mieux que la répartition dans environ 2 cas sur 3 pour un taux d'épargne de 23,8%. Ces portefeuilles apparaissent plus intéressants que les portefeuilles obligataire ou monétaire car ils permettent d'atteindre le taux de remplacement de 33% moins difficilement (la probabilité d'avoir un taux de remplacement supérieur à 33% est de 30% pour un portefeuille d'obligations et de 20% pour un portefeuille monétaire). Les performances de ces 2 portefeuilles mixtes sont par contre assez semblables à celles du portefeuille d'actions : la norme gouvernementale a une chance sur deux d'être atteinte pour les 3 allocations de portefeuille.

La dispersion des taux de remplacement, mesurée par le rapport inter-décile, est cependant un peu moins forte pour les portefeuilles diversifiés (le rapport D9/D1 est de 14,17 pour le portefeuille 90% actions – 10% actif immobilier et de 11,52 pour le portefeuille 70% actions – 30% actif immobilier contre 17,01 pour le portefeuille d'actions). Quant au portefeuille 80% actions 20% immobilier, la probabilité d'obtenir un taux de remplacement inférieur à 33% est légèrement inférieure à celle d'un portefeuille d'actions (26,90% contre 27,47%)

avec un écart type inférieur de 20 points. Par contre les probabilités de dépasser 50% et 65% sont plus importantes pour un portefeuille d'actions.

Les portefeuilles diversifiés comprenant l'immobilier sont donc préférables aux portefeuilles mixtes comportant des titres obligataires ou monétaires. Les portefeuilles 70% actions – 30% actif immobilier et 90% actions – 10% actif immobilier présentent des performances similaires à celles d'un portefeuille d'actions, et ce, pour une dispersion des taux de remplacement légèrement moindre. Mais plus généralement, nos résultats montrent que les différentes cibles requièrent une allocation très importante en actions.

3.4.2 Diversification internationale du portefeuille

Après avoir simulé des portefeuilles diversifiés uniquement sur les marchés français, nous simulons maintenant plusieurs portefeuilles contenant des actifs financiers français et des actifs américains (actions et obligations).

Comme dans le chapitre consacré à l'analyse historique, une première partie des portefeuilles est construite en suivant la règle $1/N$ ¹¹¹. Cette règle signifie que chaque actif a le même poids dans le portefeuille. Nous avons choisi trois stratégies à 2 actifs : un portefeuille comprenant 50% d'actions françaises et 50% d'actions américaines, un portefeuille composé de 50% d'actions françaises et 50% d'obligations américaines et un portefeuille composé de 50% d'obligations françaises et 50% d'actions américaines. Nous simulons ensuite un portefeuille comportant 25% d'actions françaises, 25% d'actions américaines, 25% d'obligations françaises et 25% d'obligations américaines et un portefeuille où les actions françaises, les actions américaines, les obligations françaises, les obligations américaines et l'immobilier français représentent tous une part de 20% du portefeuille.

Une seconde partie des portefeuilles simulés tient compte de l'allocation stratégique définie par le Conseil de surveillance du Fonds de Réserve pour les Retraites. Un premier portefeuille correspond approximativement à l'allocation stratégique définie en avril 2003 : le portefeuille contient 55% d'actions dont 38% de la zone euro et 45% d'obligations dont 38% de la zone euro. Dans notre exercice, les actions de la zone euro correspondent aux actions françaises et les actions hors zone euro sont des actions américaines (nous procédons de la même manière pour les obligations). Le portefeuille simulé contient ainsi 38% d'actions françaises, 17% d'actions américaines, 38% d'obligations françaises et 7% d'obligations américaines

¹¹¹ N correspondant au nombre de classes d'actifs dans le portefeuille.

(portefeuille appelé par la suite FRR2003). Un second portefeuille correspond à l'allocation stratégique définie par le Conseil de Surveillance en mai 2006. Cette nouvelle allocation consiste à inclure de nouveaux actifs, à rééquilibrer géographiquement les investissements et à augmenter la part des actions¹¹². Cette nouvelle cible stratégique pour la politique d'investissement du FRR est ainsi de 60% d'actions, 30% d'obligations et 10% d'actifs de diversification. Ces actifs de diversification sont l'immobilier, le financement d'infrastructures et les indices de matières premières. Dans cette allocation, les actions hors zone euro représentent 27% de l'actif total du FRR et les obligations hors zone euro 9%. Pour nos simulations, nous composons un portefeuille de 33% d'actions françaises, 27% d'actions américaines, 31% d'obligations françaises, 9% d'obligations américaines et 10% d'actif immobilier (portefeuille nommé par la suite FRR2006)¹¹³.

Pour l'ensemble de ces stratégies, la moyenne, les principaux quantiles et les probabilités d'atteindre les taux de remplacement cibles sont présentés dans les tableaux 3.11 et 3.12.

Tableau 3.11 : Diversification internationale du portefeuille et risque de trajectoire (portefeuilles mixtes à 2 actifs)

	Portefeuille mixte (2 actifs)					
	Taux d'épargne de 10%			Taux d'épargne de 23,8%		
	50% actions françaises 50% actions américaines	50% actions françaises 50% obligations américaines	50% obligations françaises 50% actions américaines	50% actions françaises 50% actions américaines	50% actions françaises 50% obligations américaines	50% obligations françaises 50% actions américaines
P[Tx≤33]	44,90%	74,73%	59,83%	10,42%	27,33%	15,39%
P[Tx≤50]	64,20%	86,26%	78,45%	24,36%	53,39%	35,32%
P[Tx≤65]	74,61%	90,87%	86,68%	35,89%	66,95%	49,84%
Moyenne	57,07%	33,00%	38,36%	136,31%	78,49%	91,40%
Médiane	36,67%	19,85%	27,44%	87,19%	47,24%	65,19%
D1	13,61%	9,97%	11,85%	32,44%	23,72%	28,2%
Q1	21,35%	19,85%	17,25%	50,78%	31,74%	41,00%
Q3	65,73%	33,24%	45,74%	156,00%	79,08%	108,37%
D9	114,84%	61,29%	74,95%	275,18%	145,95%	178,32%

Source : calculs de l'auteur

¹¹² L'allongement supplémentaire de l'horizon d'investissement du FRR a incité le Conseil de Surveillance du FRR à accroître la part des actions dans l'allocation stratégique du Fonds.

¹¹³ Nous ne disposons pas de série de long terme concernant les financements d'infrastructures et les indices de matières premières. Nous limitons donc les actifs de diversification à l'indice du prix du logement à Paris.

Comme dans l'analyse historique du chapitre 2, les actions américaines améliorent les performances de la capitalisation. Pour un taux d'épargne de 10% et un portefeuille contenant 50% d'actions françaises et 50% d'actions américaines, la probabilité que la capitalisation fasse mieux que la répartition est d'un peu plus de 45%. Cette probabilité approche les 90% pour un taux de cotisation de 23,8%. Avec cet effort d'épargne, l'individu a environ 2 chances sur 3 de bénéficier d'un taux de remplacement supérieur à 65% contre 1 chance sur 4 pour un taux de cotisation de 10%. Soulignons que cette stratégie 50% actions françaises - 50% actions américaines procure, pour un taux d'épargne de 23,8%, un taux de remplacement médian supérieur de près de 34 points à celui d'un portefeuille investi exclusivement sur le marché français.

La stratégie 50% actions françaises-50% obligations américaines semble moins intéressante. Pour un taux d'épargne de 10%, la probabilité d'atteindre un taux de remplacement supérieur à 33% n'est que de 25%, soit une probabilité inférieure de 7 points à celle d'un portefeuille d'actions françaises alors que la dispersion est beaucoup moins importante (le neuvième décile représente 6,15 fois le premier décile contre 17 fois pour un investissement exclusif en actions). La probabilité de dépasser le seuil de 50% ou de 65% est très faible (14% pour le seuil de 50% et 9% pour le seuil de 65% alors qu'elles sont respectivement de 25% et 19% pour un portefeuille d'actions françaises). Avec une cotisation égale à 23,8% du revenu, l'individu a encore moins d'une chance sur deux de ne pas atteindre la cible gouvernementale et deux chances sur trois de ne pas atteindre la pension nette égale à 85% du SMIC.

Quant au portefeuille composé d'actions américaines et d'obligations françaises, ses performances sont moins bonnes que celles du portefeuille 50% actions françaises - 50% actions américaines. La probabilité d'avoir une pension inférieure à 50% est de 35,2% contre 24,36% pour un portefeuille investi en actifs français et américains (ces probabilités sont respectivement de 49,84% et 35,89% pour une cible de 65%). Ceci s'explique par les rendements beaucoup plus faibles des obligations par rapport aux actions. Rappelons que dans l'analyse historique, le rendement effectif annuel des placements sur 40 ans en actions est de 3,34% alors qu'il est de -2,45% pour un investissement obligataire.

Tableau 3.12 : Diversification internationale du portefeuille et risque de trajectoire (portefeuilles mixtes à 4 ou 5 actifs)

	Portefeuilles mixtes							
	Taux d'épargne de 10%				Taux d'épargne de 23,8%			
	1/T 4 actifs	1/T 5 actifs	Allocation Stratégique FRR2003	Allocation Stratégique FRR2006	1/T 4 actifs	1/T 5 actifs	Allocation Stratégique FRR2003	Allocation Stratégique FRR2006
$P[T_x \leq 33]$	75,97%	84,29%	72,46%	67,54%	18,35%	26,73%	25,08%	15,76%
$P[T_x \leq 50]$	91,41%	95,31%	86,43%	85,68%	46,42%	58,18%	49,15%	39,14%
$P[T_x \leq 65]$	96,00%	98,00%	91,85%	92,42%	64,87%	75,47%	63,76%	56,05%
Moyenne	27,06%	22,80%	30,73%	31,80%	64,16%	54,01%	73,16%	75,88%
Médiane	22,05%	18,89%	21,33%	24,76%	52,46%	44,87%	50,76%	59,05%
D1	11,55%	10,29%	9,90%	11,93%	27,48%	24,48%	23,54%	28,46%
Q1	15,52%	13,59%	13,84%	16,69%	36,84%	32,16%	32,96%	39,66%
Q3	32,41%	27,19%	35,11%	38,18%	76,96%	64,50%	83,43%	91,20%
D9	47,25%	39,01%	58,44%	58,12%	112,36%	92,27%	139,08%	139,01%

Source : calculs de l'auteur

Les stratégies 1/N à 4 ou 5 actifs présentent des performances décevantes. Si la dispersion des taux de remplacement est assez faible (un rapport D9/D1 de 4,09 pour la stratégie à 4 actifs et de 3,77 pour celle à 5 actifs), la probabilité d'atteindre la pension nette de 85% du SMIC est relativement faible. Pour un taux d'épargne de 23,8%, le risque d'obtenir un taux de remplacement inférieur à 65% est de 64,87% pour la stratégie à 4 actifs et 75,47% pour celle à 5 actifs. Concernant la norme gouvernementale, le risque est aussi moins important pour le portefeuille à 4 actifs (la probabilité est supérieure à 48% contre plus de 65% pour la stratégie à 5 actifs), le portefeuille à 4 actifs contenant davantage d'actions (une part totale de 50% contre 40% pour le portefeuille à 5 actifs).

Concernant les deux dernières stratégies appliquées (appelées FRR2003 et FRR2006), elles permettent surtout de diminuer le risque d'avoir un taux de remplacement inférieur à celui garanti par la répartition (33%) pour un taux d'épargne de 23,8%. Si, pour un taux d'épargne de 10%, la capitalisation peut difficilement être une alternative à la répartition (le taux de remplacement est inférieur à 33% dans plus de 72 cas sur 100 pour un portefeuille FRR2003, et dans plus de 67% des trajectoires simulées pour une stratégie d'allocation d'actifs FRR2006), le risque d'avoir un taux de remplacement inférieur à 33% à partir d'une cotisation représentant 23,8% du revenu est mesuré : 25,08% pour la stratégie FRR2003, mais surtout 15,76% pour la stratégie FRR2006. Rappelons que cette probabilité est supérieure à

32% pour un portefeuille d'actions. La stratégie FRR2006 permet de diminuer aussi sensiblement le risque de ne pas atteindre le seuil gouvernemental (39,14% contre 47,42% pour un portefeuille investi uniquement en actions sur la place financière de Paris). Par contre, l'objectif d'une pension nette égale à 85% du SMIC reste toujours aussi difficile à atteindre : le taux de remplacement est inférieur à 65% dans près de 6 cas sur 10.

La stratégie FRR2006 semble plus intéressante que la stratégie FRR2003. Le taux de remplacement médian est supérieur de près de 9 points à celui de la stratégie FRR2003 (59,05% au lieu de 50,76%), mais aussi de 5 points à celui d'un portefeuille d'actions, et ce pour une dispersion nettement plus faible (le rapport D9/D1 est de 4,88 contre 17). La supériorité du portefeuille FRR2006 sur celle du portefeuille FRR2003 s'explique par un poids moins important des obligations (30% au lieu de 45%) dans l'allocation du portefeuille.

3.4.3 Diversification du portefeuille et stratégies dynamiques

Nous estimons maintenant l'apport possible de différentes stratégies dynamiques. Les trois stratégies dynamiques de Shiller [2005] sont simulées, à savoir une stratégie de référence où la part en actions est de 85% au début de la période de cotisation puis décroît avec l'âge pour être de 15% au moment du départ à la retraite, une stratégie prudente semblable à la stratégie de référence mais avec une part initiale en actions de 70% et une part finale de 10% et une stratégie agressive où les parts initiales et finales sont respectivement de 90% et 40%. Ces stratégies sont simulées pour deux couples d'actifs : actions – obligations et actions – actif immobilier. Le risque de trajectoire de ces stratégies dynamiques est comparé à celui des stratégies statiques où la part fixe du portefeuille en actions est égale au poids moyen des actions des stratégies dynamiques durant la phase d'accumulation. Enfin nous simulons la stratégie dynamique conseillée par Mankiel [1996] selon laquelle la part en actions du portefeuille est égale à $(100 - \text{âge})/100$ et la stratégie de Cocco et al. [2001 et 2005] selon laquelle la part en actions du portefeuille doit être approximativement de 100% lorsque le cotisant a moins de 40 ans, à $(200 - 2,5 * \text{âge})\%$ lorsqu'il a entre 40 et 60 ans et à 50% lorsqu'il a plus de 60 ans.

Pour ces simulations, nous limitons l'analyse à un taux d'épargne de 23,8% et à deux dynamiques salariales : une première dynamique (carrière 1) caractérisée par une croissance annuelle du salaire de 2,4% et une seconde dynamique (carrière 2) caractérisée aussi par une croissance annuelle moyenne de 2,4% sur l'ensemble de la période de cotisation mais avec un rythme de 3,5% pendant les vingt cinq premières années de cotisation et de 0,65% pendant les quinze dernières années. Pour cette seconde dynamique, les années où la part en actions est importante correspondent à celles où le salaire croît le plus rapidement. En fin de période d'accumulation, lorsque la croissance du salaire se fait à un rythme beaucoup plus lent, la part du portefeuille en actif mixte ou en actif immobilier est plus importante.

Le tableau 3.13 présente la moyenne, les principaux quantiles et les probabilités d'avoir un taux de remplacement inférieur aux seuils retenus (33%, 50% et 65%) pour les trois stratégies dynamiques de Shiller [2005] : la stratégie de référence, la stratégie prudente et la stratégie agressive. Ces résultats sont présentés pour les deux dynamiques de salaire (carrière 1 et carrière 2). Les quatrième, cinquième, huitième et neuvième colonnes indiquent les résultats concernant les stratégies statiques où la part fixe en actions est égale à la part moyenne en actions de la stratégie dynamique correspondante.

Le tableau 3.14 présente les résultats pour les stratégies dynamiques correspondant aux recommandations de Mankiel [1996] et de Cocco et al. [2001 et 2005].

Du fait de sa plus grande proportion moyenne en actions, les stratégies dynamiques construites à partir des recommandations de Cocco et al. [2001 et 2005] sont les plus intéressantes en terme de rendement.

Tableau 3.13 : Risque de trajectoire des stratégies dynamiques (stratégie de référence, stratégie prudente, stratégie agressive)

Taux d'épargne de 23,8%								
	Carrière 1				Carrière 2			
	Actions Obligations	Actions Immobilier	Actions Obligations Part moyenne en actions*	Actions Immobilier Part moyenne en actions	Actions Obligations	Actions Immobilier	Actions Obligations Part moyenne en actions*	Actions Immobilier Part moyenne en actions
Stratégie de référence								
Seuil 33%	54,73%	39,30%	46,23%	35,85%	47,79%	34,42%	39,90%	30,77%
Seuil 50%	74,67%	57,05%	67,22%	54,50%	69,48%	52,25%	61,46%	48,59%
Seuil 65%	83,73%	66,98%	77,63%	65,17%	79,91%	62,61%	73,13%	59,88%
Moyenne	43,89%	78,29%	52,42%	78,83%	49,02%	84,77%	58,56%	88,40%
Médiane	30,30%	42,31%	35,41%	45,23%	34,27%	47,44%	40,04%	51,67%
D1	13,81%	14,48%	14,91%	16,07%	15,31%	16,21%	16,70%	17,67%
Q1	19,49%	23,27%	21,89%	25,40%	21,87%	26,18%	24,64%	28,45%
Q3	50,41%	83,09%	60,47%	86,04%	56,94%	93,19%	68,17%	97,89%
D9	84,67%	161,8%	102,86%	163,38%	95,25%	177,91%	117,69%	182,99%
Stratégie prudente								
Seuil 33%	59,29%	40,94%	51,78%	38,41%	52,89%	35,74%	44,31%	32,73%
Seuil 50%	78,42%	58,67%	72,73%	56,68%	74,09%	53,52%	66,71%	50,65%
Seuil 65%	86,82%	68,34%	82,43%	67,26%	83,70%	63,72%	77,76%	61,57%
Moyenne	39,33%	74,96%	44,73%	73,91%	43,59%	83,01%	50,88%	83,77%
Médiane	28,05%	40,76%	31,88%	42,87%	31,40%	45,84%	36,46%	49,19%
D1	13,17%	13,93%	14,36%	15,36%	14,56%	15,53%	15,93%	17,10%
Q1	18,33%	22,36%	20,43%	24,16%	20,51%	25,21%	23,19%	27,34%
Q3	45,75%	79,89%	53,03%	81,51%	51,07%	90,86%	60,52%	92,88%
D9	74,47%	155,13%	86,96%	152,60%	82,42%	174,34%	98,46%	174,41%
Stratégie agressive								
Seuil 33%	45,56%	35,80%	40,93%	35,14%	38,61%	30,44%	34,70%	29,27%
Seuil 50%	65,88%	54,13%	60,82%	52,78%	60,26%	48,40%	54,70%	46,65%
Seuil 65%	76,28%	64,75%	71,62%	63,19%	71,89%	59,40%	66,34%	57,73%
Moyenne	54,60%	82,56%	62,67%	85,69%	61,98%	94,73%	71,38%	97,01%
Médiane	35,91%	45,42%	39,83%	46,81%	40,89%	51,89%	45,21%	54,11%
D1	15,25%	15,81%	15,46%	16,16%	16,93%	17,82%	17,25%	18,23%
Q1	22,24%	25,38%	23,34%	25,68%	25,16%	28,77%	26,45%	29,57%
Q3	62,82%	88,23%	71,73%	91,40%	70,46%	101,39%	81,16%	105,44%
D9	108,8%	170,88%	126,47%	180,59%	123,20%	197,37%	145,43%	202,35%

Sources : calculs de l'auteur

* le poids moyen en actions de la stratégie dynamique de référence est de 54%, celui de la stratégie prudente de 43% et celui de la stratégie agressive de 68%.

Pour une croissance du salaire de 2,4% (carrière type 1) et un portefeuille comprenant des actions et l'actif immobilier, la probabilité d'avoir un taux de remplacement supérieur à 33% est d'environ 66% et celle d'obtenir un taux supérieur à 65% d'un peu plus de 38% (ces probabilités sont respectivement de 28,65% et de 56,72% pour un profil de carrière type 2). Pour une stratégie s'inspirant de Mankiel [1996], les probabilités d'atteindre un taux de remplacement supérieur à une cible donnée sont supérieures de 4 à 5 points à celles reprenant la règle d'allocation de Cocco et al. [2001 et 2005].

Parmi les stratégies dynamiques tirées de Shiller [2005], la stratégie agressive présente les meilleures performances tandis que la stratégie prudente paraît être la moins intéressante. Néanmoins ces stratégies offrent des taux de remplacement moins élevés que ceux des stratégies de Cocco et al. [2001 et 2005] étant donné qu'elles ont en moyenne une part du portefeuille en actions moins élevée. Pour une croissance du salaire de 2,4% (carrière type 1), cette stratégie offre un taux de remplacement moyen de 82,56% pour un portefeuille contenant des actions et l'actif immobilier contre 74,96% pour la stratégie de référence et 78,29% pour la stratégie prudente (contre 82,90% pour la stratégie s'inspirant de Cocco et al. [2001 et 2005] équivalente). Dans la moitié des cas, le taux de remplacement est supérieur à 45,42% contre 42,31% et 40,76% pour les stratégies de référence et prudente. Pour un portefeuille comprenant les actions et les obligations, le taux de remplacement moyen de la stratégie agressive est de 54,60% alors que la moyenne de la stratégie prudente est de 39,33% et celle de la stratégie de référence de 43,89%. Concernant les taux de remplacement seuils, pour un taux d'épargne de 23,8% et un investissement en actions et en immobilier, la stratégie agressive fait mieux que la répartition dans environ 2 cas sur 3, contre environ 3 sur 5 pour la stratégie de référence et la stratégie prudente. Par contre, comme pour les stratégies de référence et prudente, cette stratégie agressive permet difficilement d'atteindre les objectifs de 50% ou de 65%. Les chances d'obtenir un taux de remplacement inférieur à ces deux seuils sont respectivement de 54,13% et 64,75% (ces probabilités sont respectivement de 57,05% et 66,98% pour la stratégie de référence et de 58,67% et 68,34% pour la stratégie prudente). La seconde dynamique de salaire retenue (une croissance annuelle de 3,5% pendant les vingt cinq premières années puis de 0,65% pendant les quinze dernières) ne modifie pas en profondeur les résultats mis en évidence pour une croissance du salaire de 2,4% par an. Le taux de remplacement moyen est un peu plus élevé (de 4 à 6 points selon la stratégie d'allocation dynamique du portefeuille) et les probabilités que la capitalisation fasse moins bien que la répartition à partir d'un investissement en actions et en immobilier sont inférieures d'environ 5 points à celles des simulations qui retiennent un taux de croissance du salaire de

2,4%. Ceci s'explique par un montant total de cotisation plus élevé pour les stratégies où le salaire croît à un rythme annuel de 3,5% pendant les vingt cinq premières années puis de 0,65% les quinze dernières. Mais, tout comme pour une dynamique salariale de 2,4% par an, le seuil de 65% ne peut être raisonnablement visé dans le cadre d'un système de retraite par capitalisation. Les probabilités d'avoir un taux de remplacement inférieur à 65% à partir d'un investissement en actions et en obligations varient de 71,89% à 83,70% selon la stratégie dynamique retenue.

Ces stratégies dynamiques présentent peu d'avantages par rapport aux stratégies statiques. La part moyenne en actions est de 54% pour la stratégie de référence, de 43% pour la stratégie prudente et de 68% pour la stratégie agressive. Pour la plupart des stratégies statiques, les taux de remplacement sont supérieurs à ceux des stratégies dynamiques équivalentes et les probabilités d'atteindre un taux de remplacement supérieur à une cible déterminée sont inférieures de 1,5 à 9 points. Par exemple, pour le couple d'actifs actions – obligations et un profil de carrière type 1, le taux de remplacement moyen offert par un portefeuille comprenant 54% d'actions et 46% d'obligations est de 52,42% contre 43,89% pour la stratégie dynamique de référence équivalente. Quant à la probabilité de faire mieux que la répartition, elle est de 54% contre 45% pour la stratégie dynamique de référence.

**Tableau 3.14 : Risque de trajectoire des stratégies dynamiques
(stratégies Mankiel et Cocco)**

	Taux d'épargne de 23,8%			
	Carrière 1		Carrière 2	
Stratégie Mankiel				
	Actions Obligations	Actions Immobilier	Actions Obligations	Actions Immobilier
Seuil 33%	47,72%	37,10%	40,64%	31,68%
Seuil 50%	68,69%	55,15%	62,53%	49,66%
Seuil 65%	79,05%	65,63%	74,18%	60,48%
Moyenne	50,41%	78,11%	57,00%	88,37%
Médiane	34,41%	44,35%	39,16%	50,38%
D1	14,79%	15,62%	16,64%	17,56%
Q1	21,52%	24,74%	24,31%	28,03%
Q3	58,25%	85,14%	66,44%	97,41%
D9	98,44%	162,32%	112,07%	187,2%
Stratégie Cocco				
Seuil 33%	38,40%	32,58%	34,18%	28,65%
Seuil 50%	57,48%	51,75%	51,49%	45,99%
Seuil 65%	67,99%	62,97%	61,69%	56,72%
Moyenne	73,99%	82,90%	93,90%	109,43%
Médiane	42,11%	48,04%	48,11%	54,94%
D1	16,12%	17,93%	16,29%	18,37%
Q1	24,60%	27,63%	26,17%	29,98%
Q3	79,20%	90,48%	96,35%	110,83%
D9	148,38%	171,77%	192,70%	226,07%

Sources : calculs de l'auteur

3.5 Epargne et risque

Après avoir évalué dans la section 3.3.3 la probabilité, pour une cotisation définie, que le taux de remplacement tombe en dessous de certains seuils, nous procédons à une démarche différente dans cette section 3.5 en renversant le problème. Nous cherchons les taux d'épargne qui garantissent un certain taux de remplacement avec une probabilité suffisante. Les taux de remplacement visés sont les trois seuils du régime par répartition soit 33%, 50% et 65% de la somme du salaire net et des cotisations retraites. Nous déterminons l'effort nécessaire pour que le taux de remplacement soit supérieur ou égal à un niveau cible auquel est associé un risque défini, dans l'hypothèse d'un système de retraite fondé exclusivement sur la capitalisation. Pour un risque déterminé, quel est l'effort d'épargne nécessaire pour atteindre un taux de remplacement cible ? Ces taux sont comparés au taux de cotisation actuel du système de retraite par répartition (23,8%).

3.5.1 Epargne et portefeuilles à support unique

Dans le tableau 3.15, nous indiquons les taux d'épargne requis qui garantissent les trois taux de remplacement seuils (33%, 50% et 65%) pour cinq niveaux de risque (probabilités de 25%, 50%, 75%, 90% et 95%). Nous avons mis en évidence (valeur en gras) les configurations dans lesquelles le taux d'épargne requis est inférieur au taux de cotisation retraite actuel.

Fort logiquement et sans surprise, quel que soit le taux de remplacement cible, l'effort en termes de taux d'épargne est d'autant plus élevé que la probabilité retenue est elle-même importante. Pour un taux cible donné, le risque est d'autant plus faible que la contribution financière est élevée. Ces simulations nous permettent d'avoir des ordres de grandeur de l'effort d'épargne à accomplir pour obtenir certains niveaux de pensions.

On peut considérer que le risque d'avoir un taux de remplacement inférieur au taux plancher de la répartition (33%) n'est pas négligeable dans le scénario consistant à investir le portefeuille exclusivement en actions. Le taux d'épargne requis est de 29,17% pour que ce seuil soit atteint ou dépassé avec une probabilité de 75%, 49,51% pour une probabilité de 90% et 65,47% pour une probabilité de 95%. Ces deux derniers taux sont très largement supérieurs au taux de cotisation retraite actuel. Ce qui signifie qu'il y a environ 3 chances sur

4 que la capitalisation fasse mieux que la répartition à condition d'augmenter le taux d'épargne de 6 points. On peut néanmoins avoir une autre lecture. Une baisse du taux de cotisation est envisageable en acceptant une certaine prise de risque. Le taux de cotisation peut diminuer de 9 points et permettre d'atteindre le taux de remplacement assuré par la répartition à condition d'accepter un risque de 1 sur 2. Concernant l'investissement exclusif en immobilier, il faudrait une hausse du taux de cotisation de près de 15 points pour atteindre le seuil de 33% avec une probabilité de 75%. Avec un taux d'épargne proche de 21%, cette probabilité est de 50%. Ce qui signifie qu'il y a une chance sur deux pour que la capitalisation (sous forme d'investissement exclusif en immobilier) fasse mieux que la répartition, et ce pour une légère baisse du taux de cotisation (environ -3 points). Une baisse du taux de cotisation est même possible (près de 14 points) à condition d'accepter un risque de 1 sur 4. Quant aux portefeuilles obligataires et monétaires, la capitalisation n'est pas en mesure de garantir, pour des probabilités de 50%, 75%, 90% et 95%, le taux de remplacement assuré par la répartition. Par exemple, pour une probabilité de 75%, le taux d'épargne requis pour atteindre un taux de remplacement de 33% dépasse 50% du revenu (50,69% pour les obligations, 56,93% pour l'actif monétaire). Pour un portefeuille d'obligations, une légère baisse du taux de cotisation n'est possible qu'à la condition d'accepter une probabilité de 25% d'avoir un taux de remplacement de 33% selon notre norme retenue.

Le risque est encore plus important si l'on choisit comme seuil la norme gouvernementale (50%). Atteindre ce seuil avec une probabilité de 75% requiert un taux d'épargne de 44,19% pour un portefeuille d'actions, 76,80% pour un portefeuille d'obligations et 86,26% pour un portefeuille monétaire. Il est clair qu'un taux d'épargne de plus de 25% est difficilement envisageable. Ce qui signifie que la norme gouvernementale a environ une chance sur deux d'être atteinte en investissant le portefeuille exclusivement en actions françaises. Comme précédemment, on peut interpréter ces calculs de manière différente. A condition d'accepter un risque de 1 sur 2, la norme gouvernementale peut être atteinte avec une légère baisse du taux de cotisation (de 23,8% à 22,19%). Une baisse du taux de cotisation de 14 points est même possible si l'individu prend le risque de ne pas atteindre la norme gouvernementale 3 fois sur 4. Pour un portefeuille d'immobilier, une baisse du taux de cotisation de 8 points est envisageable à condition d'accepter une probabilité de 75% d'avoir un taux de remplacement inférieur à 50%. Pour les autres seuils de risque, l'objectif gouvernemental est hors d'atteinte avec des taux de cotisations raisonnables.

Concernant le taux de remplacement minimum imposé par la loi Fillon pour les faibles revenus (65% selon notre norme), les résultats de l'évaluation montrent qu'il n'est guère raisonnable de compter sur la capitalisation pour l'atteindre. Pour un portefeuille d'actions, il faudrait une hausse de plus de 33 points d'épargne pour atteindre cet objectif avec une probabilité de 75%. L'objectif peut être atteint avec 50% de chances lorsqu'on augmente les cotisations de 5 points. Pour un portefeuille obligataire ou monétaire, l'objectif est clairement hors d'atteinte. Il faudrait par exemple une hausse de près de 18 points du taux de cotisation pour obtenir une pension nette égale à 85% du SMIC à partir d'un investissement obligataire, et ce pour un risque très important (dans 3 cas sur 4, le taux de remplacement obtenu est inférieur à 65%).

Le maintien de l'objectif d'une pension nette de 85% du SMIC et la mise en place de la capitalisation impliquent forcément une action redistributrice des pouvoirs publics.

Tableau 3.15 : Taux d'épargne requis et portefeuilles à support unique

Taux de Remplacement \geq	Probabilité	Taux d'épargne requis			
		Actions	Obligations	Actif Monétaire	Immobilier
33%	95%	65,47%	>100	88,24%	80,70%
	90%	49,51%	69,63%	75,23%	62,81%
	75%	29,17%	50,69%	56,93%	38,94%
	50%	14,64%	33,93%	40,09%	20,91%
	25%	6,59%	21,42%	26,79%	10,04%
50%	95%	99,19%	>100	>100	>100
	90%	75,02%	>100	>100	95,16%
	75%	44,19%	76,80%	86,26%	58,99%
	50%	22,19%	51,41%	60,73%	31,68%
	25%	9,98%	32,45%	40,60%	15,21%
65%	95%	>100	>100	>100	>100
	90%	97,52%	>100	>100	>100
	75%	57,45%	99,84%	>100	76,69%
	50%	28,84%	66,83%	78,96%	41,19%
	25%	12,98%	42,18%	52,78%	19,78%

Source : calculs de l'auteur

Note : nous avons mis en évidence (valeur en gras) les configurations dans lesquelles le taux d'épargne requis est inférieur au taux de cotisation retraite actuel.

3.5.2 Impact des frais administratifs sur les taux d'épargne requis

Nous cherchons maintenant à mesurer la sensibilité des taux d'épargne requis aux hypothèses concernant les frais administratifs. Nous reprenons les trois scénarii présentés dans le chapitre consacré à l'analyse historique : un scénario où les frais administratifs et les coûts de gestion ne sont pas pris en compte, un scénario où les frais sont présentés sous la forme d'une

réduction au rendement de 0,4% et un scénario où les coûts sont calculés sous la forme d'un ratio de charges de 43%.

Nous limitons notre analyse au portefeuille investi uniquement en actions françaises, les portefeuilles obligataire et monétaire impliquant un effort d'épargne bien trop important. Les résultats sont présentés dans le tableau 3.16.

En ne tenant pas compte des frais administratifs, le taux de remplacement assuré par la répartition peut être atteint avec une probabilité de 75% pour un taux proche du taux de cotisation actuel. Avec une probabilité de 50%, une forte baisse du taux d'épargne requis est possible (-12 points). Néanmoins, avec des probabilités de 90% et 95%, un taux de remplacement de 33% reste hors d'atteinte.

La norme gouvernementale peut être obtenue tout en diminuant le taux de cotisation de 6,5 points à condition d'accepter un risque d'un sur deux. Enfin, l'objectif de 65% peut être visé avec un taux de cotisation légèrement inférieur à celui d'aujourd'hui, mais à la condition d'accepter un risque de 50%, alors que dans notre scénario central, le taux d'épargne requis est de 28,84% pour une probabilité de 50%. Pour des niveaux de risque acceptables, la norme gouvernementale et le taux de remplacement jugé satisfaisant pour les smicards restent hors d'atteinte pour des taux de cotisation raisonnables.

Tableau 3.16 : Impact des frais administratifs sur les taux d'épargne requis

Taux de Remplacement \geq	Probabilité	Taux d'épargne requis (Portefeuille 100% actions)			
		Scénario central	Scénario 1 Absence de frais administratifs	Scénario 2 Réduction au rendement de 0,4%	Scénario 3 Ratio de charges de 43%
33%	95%	65,47%	54,39%	57,28%	>100
	90%	49,51%	40,73%	43,02%	72,38%
	75%	29,17%	23,42%	24,99%	41,35%
	50%	14,64%	11,40%	12,36%	20,11%
	25%	6,59%	5,00%	5,49%	8,81%
50%	95%	99,19%	82,42%	86,77%	>100
	90%	75,02%	61,71%	65,19%	>100
	75%	44,19%	35,49%	37,87%	62,65%
	50%	22,19%	17,27%	18,72%	30,47%
	25%	9,98%	7,57%	8,32%	13,35%
65%	95%	>100	>100	>100	>100
	90%	97,52%	80,23%	84,74%	>100
	75%	57,45%	46,14%	49,23%	81,44%
	50%	28,84%	22,45%	24,34%	39,61%
	25%	12,98%	9,84%	10,81%	17,35%

Source : calculs de l'auteur

Le scénario 2 (réduction au rendement de 0,4%) donne des résultats assez semblables à ceux du scénario 1. A condition d'accepter un risque de 50%, la norme gouvernementale peut être atteinte avec une baisse du taux de cotisation de 5 points. Un taux d'épargne de 10,81% procure un taux de remplacement supérieur ou égal à 65% à condition néanmoins de tolérer un risque très important. Par contre, les taux d'épargne requis sont beaucoup plus importants dans le scénario 3, où les frais administratifs sont représentés par un ratio de charges de 43%. Pour une probabilité de 75%, si l'objectif de 33% peut être atteint dans les trois premiers scénarii avec des taux de cotisation compris entre 19% et 25%, il nécessite dans le scénario 3 une épargne de plus de 30% du revenu. Atteindre un taux de remplacement de 65% avec 50% de chance requiert un taux d'épargne de près de 40% du revenu. Pour une probabilité raisonnable, le taux de remplacement minimum imposé par la loi Fillon est hors d'atteinte dans ce scénario.

3.5.3 Impact de la diversification du portefeuille sur les taux d'épargne requis

Nous estimons maintenant l'impact de la diversification du portefeuille sur l'effort d'épargne nécessaire pour atteindre l'un des trois taux de remplacement seuils. Nous simulons les allocations d'actifs présentées dans la section 3.4. Les résultats sont résumés dans le tableau 3.17 pour les portefeuilles diversifiés à partir d'actifs français (ces portefeuilles peuvent détenir des actions, des obligations, l'actif monétaire ou l'immobilier) et dans le tableau 3.18 pour les portefeuilles comportant des actifs financiers américains (actions ou obligations américaines).

Pour des probabilités de 75%, 90% ou 95%, aucun taux de remplacement seuil (33%, 50% ou 65%) ne peut être atteint en diminuant le taux de cotisation actuel (23,8%). Pour obtenir le taux de remplacement assuré par la répartition avec une probabilité de 3 sur 4, le taux d'épargne requis varie de 27,96% à 37,54% selon la stratégie d'allocation d'actifs. Pour une probabilité de 90%, cette fourchette est de 45,65% à 53,78%.

Tableau 3.17 : Diversification nationale du portefeuille et taux d'épargne requis

Taux de Remplacement \geq	Probabilité	Taux d'épargne requis Portefeuilles diversifiés à partir d'actifs français					
		50% actions 50% obligations	50% actions 50% monétaire	50% actions 50% immobilier	90% actions 10% immobilier	60% actions 40% obligations	70% actions 30% immobilier
33%	95%	62,82%	65,87%	60,89%	60,79%	61,21%	58,99%
	90%	51,17%	53,78%	47,07%	46,36%	49,11%	45,65%
	75%	34,79%	37,54%	29,56%	27,96%	32,89%	28,23%
	50%	21,68%	24,04%	16,33%	14,52%	19,76%	15,36%
	25%	12,69%	14,64%	8,48%	6,95%	11,16%	7,72%
50%	95%	95,19%	99,81%	92,26%	92,10%	92,74%	89,38%
	90%	77,53%	81,48%	71,31%	70,24%	74,41%	69,19%
	75%	52,71%	56,88%	44,79%	42,36%	49,83%	42,77%
	50%	32,84%	36,42%	24,74%	22,00%	29,94%	23,28%
	25%	19,23%	22,18%	12,85%	10,53%	16,91%	11,69%
65%	95%	>100%	>100%	>100%	>100%	>100%	>100%
	90%	>100%	>100%	92,71%	91,31%	96,73%	89,94%
	75%	68,53%	73,94%	58,22%	55,07%	64,78%	55,60%
	50%	42,70%	47,35%	32,17%	28,60%	38,91%	30,26%
	25%	25,00%	28,83%	16,70%	13,68%	21,98%	15,20%

Source : calculs de l'auteur

Une baisse des cotisations est envisageable à condition d'accepter un risque de 1 sur 2. La diminution peut être de 9 points pour un portefeuille contenant 90% d'actions et 10% d'immobilier (elle est de 17 points pour une probabilité de 25%). La norme gouvernementale peut être atteinte tout en diminuant le taux de cotisation à condition d'accepter un risque important de 50% pour les 6 portefeuilles. Quant à la norme de 65%, elle peut être atteinte avec des taux de cotisation inférieurs à 23,8% et une probabilité de 25% pour 4 des 6 portefeuilles simulés : 50% actions – 50% immobilier, 90% actions – 10% immobilier, 60% actions – 40% obligations, 70% actions – 30% actif immobilier.

Tableau 3.18 : Diversification internationale du portefeuille et taux d'épargne requis

Taux de Remplacement \geq	Probabilité	Taux d'épargne requis Portefeuilles diversifiés à partir d'actifs français						
		50% actions françaises 50% actions américaines	50% actions françaises 50% obligations américaines	50% obligations françaises 50% actions américaines	1/T 4 actifs	1/T 5 actifs	Allocation Stratégique FRR2003	Allocation Stratégique FRR2006
33%	95%	30,97%	38,82%	34,34%	33,62%	37,57%	40,16%	33,26%
	90%	24,21%	29,37%	28,58%	28,58%	32,08%	33,95%	27,59%
	75%	15,47%	24,75%	19,16%	21,32%	24,42%	23,13%	19,80%
	50%	9,01%	16,61%	12,05%	14,97%	17,51%	15,11%	13,30%
	25%	5,03%	9,92%	7,25%	10,21%	12,18%	9,20%	8,61%
50%	95%	46,93%	58,82%	52,04%	50,94%	56,92%	60,84%	50,40%
	90%	36,68%	44,50%	43,30%	43,30%	48,61%	51,44%	41,81%
	75%	23,44%	37,50%	29,03%	32,30%	37,00%	35,06%	30,00%
	50%	13,65%	25,17%	18,26%	22,69%	26,52%	22,90%	20,15%
	25%	7,63%	15,03%	10,98%	15,46%	18,45%	13,93%	13,05%
65%	95%	61,01%	76,47%	67,65%	66,22%	74,00%	79,10%	65,51%
	90%	47,69%	57,84%	56,30%	56,30%	63,20%	66,87%	54,35%
	75%	30,47%	48,74%	37,74%	41,99%	48,10%	45,56%	39,00%
	50%	17,74%	32,72%	23,73%	29,49%	34,48%	29,76%	26,20%
	25%	9,92%	19,53%	14,28%	20,10%	23,99%	18,12%	16,96%

Source : calculs de l'auteur

L'introduction d'actifs américains (en particulier les actions) améliore sensiblement les performances de la capitalisation. Pour 5 des 7 portefeuilles simulés, le taux de remplacement assuré par la répartition peut être atteint ou dépassé avec une cotisation inférieure à 23,80% pour une probabilité de 75%¹¹⁴. Le taux de cotisation varie de 15,47% pour un portefeuille comprenant 50% d'actions françaises et 50% d'actions américaines à 24,75% pour un portefeuille comportant 50% d'actions françaises et 50% d'obligations américaines. Pour une probabilité de 75%, la norme gouvernementale peut être atteinte avec un taux de cotisation de 23,44% en investissant le portefeuille en actions françaises et américaines à condition d'accepter un risque de 3 sur 4. Rappelons que pour les portefeuilles contenant uniquement des actifs français, le taux d'épargne requis est au minimum de 37% pour obtenir un taux de remplacement supérieur à 50% avec une probabilité de 75%. Le portefeuille FRR2006 permet d'obtenir un taux de remplacement supérieur ou égal à 50% tout en diminuant le taux de cotisation de 3 points mais à la condition d'accepter un risque de 1 sur 2. Soulignons que pour chaque seuil de risque, les taux d'épargne nécessaires pour atteindre ou dépasser le taux de remplacement de référence sont inférieurs à ceux d'un portefeuille FRR2003, le poids des obligations étant moins important dans la stratégie FRR2006.

¹¹⁴ Pour les portefeuilles 50% actions françaises – 50% obligations américaines et 20% actions françaises – 20% obligations françaises – 20% actif immobilier – 20% actions américaines – 20% obligations américaines, le taux d'épargne requis est légèrement supérieur à 23,8%.

Enfin, à condition d'accepter une probabilité de 25% de bénéficier d'un taux de remplacement supérieur au seuil défini, cet objectif peut aussi être visé tout en diminuant le taux de cotisation pour l'ensemble des allocations d'actifs simulées. Les taux d'épargne varient de 7,63% pour un portefeuille 50% actions françaises 50% actions américaines à 18,45% pour la stratégie où les actions françaises, les actions américaines, les obligations françaises, les obligations américaines et l'immobilier français représentent tous une part de 20% du portefeuille. Quant au seuil de 65%, il reste difficile à atteindre. Huit configurations autorisent une baisse du taux de cotisation mais le risque à prendre est très élevé (50% ou 75%). Le portefeuille le plus performant est de nouveau celui où les actions américaines représentent la moitié du portefeuille : à condition d'accepter un risque de 1 sur 2, un taux d'épargne de 17,74% (soit une baisse de 6 points) permet d'atteindre ou dépasser un taux de remplacement de 65%.

3.5.4 Stratégies d'allocation dynamiques et taux d'épargne requis

Le calcul des taux d'épargne requis pour atteindre les taux de remplacement cibles met en évidence le faible apport des stratégies dynamiques (Tableau 3.19). Pour des niveaux d'aversion au risque raisonnables (75%, 90% et 95%), aucune stratégie ne permet de baisser le taux de cotisation. Pour un taux de croissance du salaire de 2,4%, les taux d'épargne requis varient de 46% à près de 60%, selon la stratégie d'investissement, pour atteindre le taux de remplacement garanti par la répartition avec une probabilité de 90%, soit des taux de cotisation guère raisonnables pour que la capitalisation puisse être une alternative à la répartition. Ces taux de cotisation varient de 42,76 à 53,12% dans le scénario d'une croissance du salaire de 3,5% durant les 25 premières années puis de 0,65% pour les quinze dernières années. Par contre, en acceptant un risque de 1 sur 2, une baisse du taux de cotisation est envisageable (jusqu'à 9,5 points pour la stratégie Cocco et al. où le portefeuille est investi en actions et en immobilier dans le scénario où la croissance du salaire n'est que de 0,65% par an pour les quinze dernières années). La norme gouvernementale (50%) peut être atteinte avec une baisse du taux de cotisation dans le scénario d'une carrière 2 à condition que le portefeuille contienne une part d'immobilier et que l'individu tolère un risque de 1 sur 2 (-0,9 point pour la stratégie de référence, -0,2 point pour la stratégie Mankiel, -2,2 points pour la stratégie Cocco et al.). Concernant la pension nette de 85% du SMIC, elle peut être atteinte tout en réduisant l'effort d'épargne mais à condition d'accepter une probabilité de 75% de bénéficier d'une pension inférieure à 65% (jusqu'à 10 points pour la stratégie Cocco et al. où le portefeuille contient des actions et l'actif immobilier).

Tableau 3.19 : Stratégies dynamiques et taux d'épargne requis pour atteindre les taux de remplacement cibles

Carrière type 1											
		Stratégie de référence Actions Obl	Stratégie de référence Actions Immobilier	Stratégie prudente Actions Obl	Stratégie prudente Actions Immobilier	Stratégie agressive Actions Obl	Stratégie agressive Actions Immobilier	Stratégie Mankiel Actions Obl	Stratégie Mankiel Actions Immobilier	Stratégie Cocco Actions Obl	Stratégie Cocco Actions Immobilier
33%	95%	68,90%	72,14%	63,14%	69,43%	72,17%	63,73%	62,31%	65,40%	57,42%	63,36%
	90%	56,89%	59,65%	51,49%	54,25%	56,38%	49,67%	51,30%	53,94%	46,40%	48,45%
	75%	40,29%	42,85%	35,32%	33,75%	35,13%	30,94%	35,92%	38,30%	31,22%	30,00%
	50%	25,92%	28,00%	21,87%	18,56%	19,27%	17,29%	22,92%	25,02%	19,21%	16,56%
	25%	15,58%	17,17%	12,50%	9,45%	9,83%	8,90%	13,79%	15,38%	11,15%	8,43%
50%	95%	>100	>100	95,65%	>100	>100	96,57%	94,41%	99,08%	86,99%	96,01%
	90%	86,21%	90,38%	78,02%	82,19%	85,43%	75,26%	77,73%	81,73%	70,31%	73,40%
	75%	61,05%	64,92%	53,52%	51,14%	53,22%	46,88%	54,42%	58,03%	47,30%	45,45%
	50%	39,27%	42,43%	33,14%	28,12%	29,19%	26,20%	34,72%	37,90%	29,11%	25,09%
	25%	23,61%	26,01%	18,95%	14,32%	14,89%	13,49%	20,90%	23,30%	16,89%	12,77%
65%	95%	>100	>100	>100	>100	>100	>100	>100	>100	>100	>100
	90%	>100	>100	>100	>100	>100	97,83%	>100	>100	91,40%	95,44%
	75%	79,36%	84,40%	69,57%	66,48%	69,19%	60,95%	70,75%	75,43%	61,49%	59,09%
	50%	51,05%	55,15%	43,08%	36,56%	37,95%	34,06%	45,14%	49,27%	37,84%	32,61%
	25%	30,69%	33,82%	24,63%	18,62%	19,36%	17,54%	27,17%	30,29%	21,96%	16,60%
Carrière type 2											
		Stratégie de référence Actions Obl	Stratégie de référence Actions Immobilier	Stratégie prudente Actions Obl	Stratégie prudente Actions Immobilier	Stratégie agressive Actions Obl	Stratégie agressive Actions Immobilier	Stratégie Mankiel Actions Obl	Stratégie Mankiel Actions Immobilier	Stratégie Cocco Actions Obl	Stratégie Cocco Actions Immobilier
33%	95%	66,02%	57,19%	64,73%	64,35%	60,55%	61,69%	58,43%	57,58%	55,65%	55,25%
	90%	50,57%	44,09%	53,12%	50,28%	48,72%	48,22%	47,21%	44,71%	43,81%	42,76%
	75%	31,16%	27,30%	36,50%	31,75%	31,92%	30,01%	32,31%	28,02%	28,43%	26,20%
	50%	17,14%	15,14%	22,83%	17,71%	18,65%	16,33%	20,06%	15,59%	16,35%	14,30%
	25%	8,64%	7,75%	13,48%	9,22%	9,92%	8,15%	11,82%	8,06%	8,68%	7,09%
50%	95%	>100	86,65%	98,08%	97,50%	91,75%	93,47%	88,53%	87,24%	84,31%	83,70%
	90%	76,61%	66,80%	80,48%	76,18%	73,82%	73,07%	71,53%	67,75%	66,38%	64,79%
	75%	47,21%	41,36%	55,31%	48,10%	48,37%	45,46%	48,95%	42,46%	43,08%	39,69%
	50%	25,96%	22,93%	34,58%	26,83%	28,26%	24,73%	30,39%	23,62%	24,77%	21,66%
	25%	13,10%	11,74%	20,43%	13,98%	15,03%	12,35%	17,91%	12,22%	13,15%	10,74%
65%	95%	>100	>100	>100	>100	>100	>100	>100	>100	>100	>100
	90%	99,61%	86,84%	>100	99,03%	95,96%	94,98%	92,98%	88,07%	86,30%	84,23%
	75%	61,37%	53,77%	71,90%	62,53%	62,88%	59,10%	63,64%	55,20%	56,00%	51,60%
	50%	33,75%	29,81%	44,96%	34,88%	36,74%	32,15%	39,50%	30,71%	32,20%	28,16%
	25%	17,03%	15,26%	26,56%	18,17%	19,53%	16,06%	23,28%	15,88%	17,10%	13,96%

Source : calculs de l'auteur

3.6 L'impact de l'allongement de la durée de vie active

Cette section étudie l'impact de l'allongement de la durée de vie active sur l'arbitrage capitalisation/répartition. Il est en effet couramment avancé l'idée que le vieillissement de la population requiert un allongement de la durée de cotisation. Feldstein et Ranguelova [1998 et 2001] soutiennent que l'ampleur des sacrifices nécessaires serait beaucoup plus faible dans un système de retraite par capitalisation. Néanmoins, la durée de vie active retenue par Feldstein et Ranguelova dans leurs simulations est généralement de 45 ans et plus.

Comme dans les sections précédentes, nous évaluons la probabilité d'atteindre certains taux de remplacement seuils, ainsi que le taux d'épargne requis pour atteindre ces seuils avec une probabilité donnée. Ces deux approches nous permettent de connaître le niveau de risque encouru, pour un effort donné, ainsi que le niveau de risque qu'il faut accepter de courir, à effort donné, pour atteindre les taux de remplacement visés. Les simulations sont effectuées pour un seul taux de cotisation : 23,8%. Trois stratégies de portefeuilles sont possibles : un portefeuille comprenant uniquement des actions françaises, un portefeuille mixte 50% actions françaises 50% obligations françaises et un portefeuille mixte construit selon la stratégie d'allocation du Fonds de Réserve en 2006 (notée FRR2006).

Le tableau 3.20 présente l'impact de l'allongement de la durée de vie active sur les taux de remplacement. La moyenne et les principaux quantiles sont présentés pour les 4 durées de cotisation retenues (40, 42, 44, 46 ans) et les 3 portefeuilles simulés. Le tableau 3.20 donne ensuite les probabilités d'atteindre les taux de remplacement cibles (33%, 50% et 65%) pour ces différents scénarii. Enfin, le tableau 3.20 rappelle les prévisions du COR [2001] concernant l'impact de l'allongement de la durée de vie active sur le taux de remplacement garanti par la répartition ainsi que les taux de conversion, retenus par l'AFER en 2005, d'un capital en rentes viagères aux âges de 40, 42, 44, et 46 ans.

L'allongement de la durée de vie active améliore sensiblement les perspectives de la répartition. D'après les simulations du COR [2001], le taux de remplacement moyen passe de 33% pour une durée de vie active de 40 ans (soit une retraite à 61 ans pour un individu qui entre dans la vie active à 21 ans) à 49% pour 46 ans de cotisations (soit une retraite à 67 ans). La réforme Fillon implique un passage progressif à 42 années de cotisation, ce qui devrait permettre d'atteindre un taux de remplacement de 37,5%.

Tableau 3.20 : Impact de l'allongement de la durée de vie active

Répartition				
Durée	40 ans	42 ans	44 ans	46 ans
Taux de remplacement	33%	37,5%	43%	49%
Capitalisation				
Durée	40 ans	42 ans	44 ans	46 ans
Taux de conversion	5%	5,22%	5,50%	5,82%
Taux de remplacement – 100% actions françaises				
Moyenne	132,71%	153,54%	182,93%	214,95%
Médiane	53,64%	59,30%	66,49%	73,62%
D1	15,86%	17,04%	18,43%	19,98%
Q1	26,93%	29,03%	32,10%	34,94%
Q3	119,23%	135,09%	153,04%	176,28%
D9	269,84%	310,8%	360,11%	422,58%
$P[T_x \leq 33\%]$	32,19%	29,38%	25,91%	23,26%
$P[T_x \leq 50\%]$	47,42%	44,01%	40,24%	36,97%
$P[T_x \leq 65\%]$	56,70%	53,15%	49,26%	45,88%
Taux de remplacement – 50% actions françaises- 50% obligations françaises				
Moyenne	53,09%	58,67%	65,55%	73,44%
Médiane	36,23%	39,41%	43,02%	46,91%
D1	15,35%	16,40%	17,71%	19,08%
Q1	22,58%	24,16%	26,38%	28,34%
Q3	61,89%	67,93%	75,43%	83,55%
D9	105,05%	116,64%	131,79%	147,65%
$P[T_x \leq 33\%]$	44,95%	40,75%	36,14%	32,17%
$P[T_x \leq 50\%]$	66,08%	61,82%	57,46%	53,16%
$P[T_x \leq 65\%]$	76,82%	73,32%	69,33%	65,30%
Taux de remplacement – stratégie FRR2006				
Moyenne	75,88%	86,08%	97,71%	111,48%
Médiane	59,05%	66,16%	74,18%	83,71%
D1	28,46%	31,22%	34,45%	38,31%
Q1	39,66%	43,86%	48,80%	54,46%
Q3	91,20%	103,57%	117,33%	133,13%
D9	139,01%	159,39%	182,10%	209,11%
$P[T_x \leq 33\%]$	15,76%	11,89%	8,70%	5,96%
$P[T_x \leq 50\%]$	39,14%	32,41%	26,39%	20,64%
$P[T_x \leq 65\%]$	56,05%	48,83%	41,83%	34,94%

Source : calculs de l'auteur

La valeur des pensions versées par un régime de pure capitalisation augmente aussi de manière considérable lorsqu'on passe de 40 à 46 ans de vie active, et ce pour deux raisons : (i) chaque année, le capital acquis augmente, en moyenne, plus vite que les salaires réels et (ii) le taux de conversion (qui donne la valeur de l'annuité viagère) passe de 5% pour 40 ans à 5,82% pour 46 ans. Ainsi, le taux de remplacement moyen passe de 67% pour 40 ans à 97,1% pour 46 ans, soit une hausse de plus de 30 points. Pour un portefeuille mixte (50% actions françaises 50% obligations françaises), le taux de remplacement moyen passe de 38,1% à 49,5% (soit une hausse de plus de 11 points) et pour le portefeuille mixte contenant des actifs américains de 75,88% à 111,48% (soit une hausse de 35,6 points).

Mais la hausse du taux de remplacement médian est plus faible en termes absolus et relatifs (de 53,64% à 73,62% pour un portefeuille d'actions, de 36,23% à 46,91% pour le portefeuille mixte comprenant des obligations françaises, de 59,05% à 83,71% pour le portefeuille comportant des actifs américains), ce qui résulte de la très forte hausse de la dispersion des taux de remplacement (le rapport D9/D1 passe de 17 à 21,15 pour un portefeuille d'actions, de 6,84 à 7,74 pour le portefeuille contenant des titres obligataires et de 4,88 à 5,46 pour le portefeuille comportant des actions américaines).

Les trois seuils (33%, 50% et 65%) sont atteints beaucoup plus facilement, ce qui n'est pas étonnant compte tenu de la hausse des taux de remplacement moyens et médians. Ainsi la probabilité que le taux de remplacement soit inférieur à 33% pour un portefeuille d'actions (le taux de remplacement prévu pour une durée de 40 ans en répartition) passe de 32,19% pour 40 ans à 23,26% pour 46 ans. La norme gouvernementale (taux de remplacement moyen de 50%) n'a plus qu'une chance sur 3 de ne pas être atteinte pour 46 années de cotisation (contre 1 sur 2 pour 40 ans). Le seuil garanti aux bas salaires (65%) a 45,88% de chance de ne pas être atteint pour 46 années de cotisation (contre 56,70% pour 40 ans). Concernant la stratégie FRR2006, la probabilité de ne pas obtenir ce taux de remplacement passe de 56,05% à 34,94%. Pour le portefeuille mixte contenant des obligations françaises, le risque reste non négligeable puisque la probabilité de bénéficier d'un taux de remplacement supérieur à 50% est inférieure à 47% pour une durée de cotisation de 46 années et la probabilité d'avoir une pension supérieure à 85% du salaire net inférieure à 35%.

Tableau 3.21 : Impact de l'allongement de la durée de vie active – taux d'épargne requis pour atteindre les taux de remplacement cibles

		Durée de cotisation			
Taux de remplacement Cible	Seuil	40 ans	42 ans	44 ans	46 ans
Capitalisation – 100% actions					
33%	95%	65,47%	60,71%	56,96%	52,50%
	90%	49,51%	46,10%	42,61%	39,29%
	75%	29,17%	27,05%	24,47%	22,48%
	50%	14,64%	13,24%	11,81%	10,67%
50%	95%	99,19%	91,98%	86,30%	79,54%
	90%	75,02%	69,85%	64,56%	59,55%
	75%	44,19%	40,99%	37,07%	34,06%
	50%	22,19%	20,07%	17,90%	16,16%
65%	95%	>100	>100	>100	>100
	90%	97,52%	90,80%	83,93%	77,41%
	75%	57,45%	53,28%	48,19%	44,27%
	50%	28,84%	26,09%	23,27%	21,01%
Capitalisation – 50% actions françaises-50% obligations					
33%	95%	62,82%	59,2%	55,1%	51,1%
	90%	51,17%	47,9%	44,5%	41,3%
	75%	34,79%	32,5%	29,8%	27,7%
	50%	21,68%	19,9%	18,3%	16,7%
50%	95%	95,19%	89,6%	83,5%	77,4%
	90%	77,53%	72,6%	67,4%	62,6%
	75%	52,71%	49,3%	45,1%	42,0%
	50%	32,84%	30,2%	27,7%	25,4%
65%	95%	>100	>100%	>100%	>100%
	90%	>100	94,4%	87,6%	81,4%
	75%	68,53%	64,0%	58,7%	54,6%
	50%	42,70%	39,2%	36,0%	33,0%
Capitalisation – stratégie FRR2006					
33%	95%	33,26%	30,51%	27,70%	25,00%
	90%	27,59%	25,16%	22,80%	20,50%
	75%	19,80%	17,91%	16,10%	14,42%
	50%	13,30%	11,87%	10,59%	9,38%
50%	95%	50,40%	46,23%	41,97%	37,87%
	90%	41,81%	38,12%	34,54%	31,06%
	75%	30,00%	27,13%	24,39%	21,85%
	50%	20,15%	17,99%	16,04%	14,22%
65%	95%	65,51%	60,09%	54,56%	49,23%
	90%	54,35%	49,56%	44,90%	40,38%
	75%	39,00%	35,27%	31,70%	28,41%
	50%	26,20%	23,38%	20,85%	18,48%

Source : calculs de l'auteur

Le tableau 3.21 indique les taux d'épargne requis pour atteindre les taux de remplacement cibles selon différents scénarii de durée de cotisation.

Les résultats montrent que ces taux de cotisation nécessaires pour atteindre ou dépasser les différents seuils retenus diminuent avec la durée de vie active. Plus l'individu cotise longtemps, moins l'effort d'épargne nécessaire, à risque donné, pour atteindre un taux de remplacement cible, est important.

Pour un portefeuille investi exclusivement en actions françaises, le taux d'épargne qui permet d'obtenir ou de dépasser le taux de remplacement assuré par la répartition passe de 14,64% pour une durée de cotisation de 40 ans à moins de 10,67% pour une durée de 46 ans, à condition d'accepter un risque de 1 sur 2. Pour des seuils de probabilités plus élevés (90% et 95%), les taux d'épargne sont trop élevés pour que la capitalisation puisse être préférable à la répartition. Pour une durée de 46 ans, l'objectif de 65% peut être atteint pour un taux de cotisation inférieur à 23,8% à condition d'accepter un risque de 50%. Concernant le portefeuille mixte 50% actions françaises - 50% obligations françaises, les taux de remplacement cibles de 50% et de 65% nécessitent des taux de contribution supérieurs à 25%, et ce même pour une durée de 46 années de cotisation. Par contre, cette allocation de portefeuille permet d'obtenir un taux de remplacement supérieur à celui garanti par la répartition tout en diminuant l'effort d'épargne, à condition d'accepter un risque de 1 sur 2 (-2,12 points pour 40 ans de cotisation, -3,9 points pour 42ans, -5,5 pour 44 ans, -7,1 points pour 46 ans).

Concernant le portefeuille comprenant des actifs américains, la cible de 33% peut être atteinte facilement pour certains seuils de probabilité, tout en diminuant le taux de cotisation (-3,3 points pour une probabilité de 90%, -9,38 points pour une probabilité de 75% et -14,42 points pour une probabilité de 50%). Pour de faibles aversions au risque (50% et 75%), un taux d'épargne plus faible (14,22% pour un risque de 1 sur 2 et 21,85% pour une probabilité de 75%) peut permettre d'obtenir un taux de remplacement supérieur à 50%. En revanche, pour des aversions au risque plus élevées (90% et 95%), les taux de cotisation requis sont supérieurs à 30%.

Les résultats que nous venons de présenter peuvent s'avérer trompeurs, dans la mesure où la répartition permet d'atteindre la cible gouvernementale si l'on accepte une hausse de la durée de cotisation suffisante (pour 46 ans de cotisation, le taux de remplacement moyen est de 49%). Il convient donc de comparer les rendements relatifs des deux systèmes pour chaque durée. Le tableau 3.22 donne les taux d'épargne requis pour que le taux de remplacement garanti par la répartition soit atteint. Comme précédemment, nous simulons trois allocations

d'actifs : 100% actions françaises, 50% actions françaises – 50% obligations françaises, et 64% actifs français – 36% actifs américains.

Nous constatons alors que la probabilité de ne pas atteindre dans un système par capitalisation le taux de remplacement garanti par la répartition augmente avec la durée de cotisation. Ainsi, lorsqu'on exige que la cible soit atteinte dans 9 cas sur 10, le taux d'épargne requis pour un investissement exclusif en actions françaises est de 49,51% pour 40 années et de 58,35% pour 46 années. Les résultats sont analogues pour les autres configurations (de 51,17% à 61,4% pour un portefeuille 50% actions – 50% obligations, de 27,59% à 30,44% pour un portefeuille contenant 64% d'actifs français et 36% d'actifs américains). Nous constatons ainsi que l'allongement de la durée de cotisation ne réduit pas le niveau de risque encouru par l'individu. En investissant par exemple 33% de son revenu dans un plan épargne retraite en actions françaises, l'individu a toujours une chance sur quatre d'obtenir un taux de remplacement inférieur à celui procuré par la répartition.

Tableau 3.22 : Taux d'épargne requis pour que le taux de remplacement garanti par la répartition soit atteint

Répartition				
Durée	40 ans	42 ans	44 ans	46 ans
Taux de remplacement	33%	37,5%	43%	49%
Capitalisation				
Taux d'épargne requis* – 100% actions françaises				
Seuil de risque	40 ans	42 ans	44 ans	46 ans
95%	65,47%	68,98%	74,22%	77,95%
90%	49,51%	52,38%	55,52%	58,35%
75%	29,17%	30,74%	31,88%	33,38%
50%	14,64%	15,05%	15,39%	15,84%
Taux d'épargne requis* – 50% actions françaises 50% obligations françaises				
95%	62,82%	67,2%	71,8%	75,9%
90%	51,17%	54,4%	57,9%	61,4%
75%	34,79%	36,9%	38,8%	41,2%
50%	21,68%	22,6%	23,8%	24,9%
Taux d'épargne requis* - stratégie FRR2006				
95%	33,26%	34,67%	36,09%	37,12%
90%	27,59%	28,59%	29,71%	30,44%
75%	19,80%	20,35%	20,97%	21,41%
50%	13,30%	13,49%	13,80%	13,93%

* Taux d'épargne requis pour que le taux de remplacement garanti par la répartition soit atteint

Source : calculs de l'auteur

3.7 Les régimes mixtes ou multi-piliers

De nombreux auteurs comme, par exemple, Merton [1987] ou Feldstein et Liebman [2002] ou des institutions internationales, comme la Banque Mondiale ou l'OCDE, proposent de réduire les risques de l'épargne retraite en combinant capitalisation et répartition. Cette configuration est appelée système mixte ou multi-piliers. Cette section cherche à estimer le risque de trajectoire de ce type de régime.

3.7.1 Système mixte et taux de remplacement seuils

La configuration la plus simple consiste à combiner un premier pilier obligatoire consacré à la répartition¹¹⁵ et un deuxième pilier facultatif consacré à la capitalisation¹¹⁶.

La contribution obligatoire prélevée par l'Etat afin de financer le pilier par répartition est une fraction des cotisations retraites totales en 2002, soit 25% du salaire brut ou 23,8% de la somme salaire net + cotisations retraites. Dans cette section consacrée à un système multi-piliers, quatre variantes sont examinées, dans lesquelles les cotisations retraites au système de retraite par répartition représentent respectivement 80% (variante (a)), 60% (variante (b)), 40% (variante (c)) et 20% (variante (d)) du taux des cotisations retraites totales en 2002. Dans la variante (a), le taux de cotisation au régime par répartition est de 19,04% ($=0,8*0,238\%$), ce qui implique un taux de remplacement garanti par l'Etat de 26%, c'est-à-dire 80% du taux de remplacement prévu par le COR avant la réforme Fillon qui est de 33%. Dans la variante (b), le taux de cotisation retraite est de 14,28% ($=0,6*0,238\%$), impliquant un taux de remplacement garanti par l'Etat de 20% (60% du taux de remplacement prévu par le COR). Dans la variante (c), le taux de cotisation retraite est de 9,52% ($=0,4*0,238\%$), procurant un taux de remplacement garanti de 13% (40% du taux de remplacement prévu par le COR). Enfin la variante (d) correspond à un taux de cotisation retraite de 4,76% ($=0,2*0,238\%$), ce qui procure un taux de remplacement garanti par l'Etat de 7% (20% du taux de remplacement prévu par le COR).

¹¹⁵ La variance des pensions publiques est, pour des raisons institutionnelles et économiques, très inférieure à celle du marché financier.

¹¹⁶ La configuration retenue pour nos simulations est plus simple que celle mise en place, par exemple, au Royaume-Uni. Celle-ci comporte en effet trois piliers : répartition obligatoire, capitalisation obligatoire et capitalisation facultative.

Dans un premier exercice, nous calculons les probabilités de ne pas atteindre les cibles définies au début de ce chapitre consacré au risque de trajectoire des systèmes par capitalisation, à savoir un taux de remplacement de 33%, le taux garanti par le système de retraite répartition, 50% la norme gouvernementale annoncée dans la loi Fillon et 65% le taux minimum garanti aux smicards (soit 85% du salaire net). Nous estimons aussi les probabilités de recevoir dans le cadre de ce système mixte une pension inférieure à celle offerte par un système de retraite reposant uniquement sur la capitalisation.

Nous choisissons deux stratégies d'allocation de portefeuille concernant le pilier consacré à la capitalisation. La première stratégie consiste à investir le portefeuille exclusivement en actions françaises et la seconde stratégie vise à diversifier le portefeuille en s'inspirant de la stratégie d'allocation d'actifs du FRR en 2006 : le portefeuille contient ici 33% d'actions françaises, 27% d'actions américaines, 21% d'obligations françaises, 9% d'obligations américaines et 10% d'immobilier français.

Les paramètres du pilier répartition (le taux de cotisation et le taux de remplacement garanti par la répartition) pour ces quatre variantes sont présentés dans la deuxième et la troisième colonne du tableau 3.23. La première colonne rappelle les taux de remplacement seuils (33%, 50% et 65%). La quatrième colonne présente le montant à atteindre par le pilier reposant sur la capitalisation. Pour chaque configuration, les taux d'épargne privée sont présentés dans la cinquième colonne. Enfin, la dernière colonne indique la probabilité de ne pas atteindre les différents taux de remplacement cibles.

Tableau 3.23 : Risque de trajectoire des systèmes de retraite mixtes (portefeuille 100% actions françaises et portefeuille 64% actifs français - 36% actifs américains)

X	Taux de cotisation	Taux de remplacement garanti par la répartition	Objectif capitalisation	Taux d'épargne privée	Probabilité de ne pas atteindre la cible x
Portefeuille 100% actions françaises					
33%	19,04%	26%	7%	4,76%	34,62%
	14,28%	20%	13%	9,52%	31,63%
	9,52%	13%	20%	14,28%	32,64%
	4,76%	7%	26%	19,04%	31,98%
50%	19,04%	26%	24%	4,76%	75,25%
	14,28%	20%	30%	9,52%	61,55%
	9,52%	13%	37%	14,28%	55,14%
	4,76%	7%	43%	19,04%	60,40%
65%	19,04%	26%	39%	4,76%	85,64%
	14,28%	20%	45%	9,52%	73,52%
	9,52%	13%	52%	14,28%	66,26%
	4,76%	7%	58%	19,04%	60,38%
X	Taux de cotisation	Taux de remplacement garanti par la répartition	Objectif capitalisation	Taux d'épargne privée	Probabilité de ne pas atteindre la cible x
Portefeuille diversifié 64% d'actifs français 36% d'actifs américains					
33%	19,04%	26%	7%	4,76%	18,26%
	14,28%	20%	13%	9,52%	15,00%
	9,52%	13%	20%	14,28%	16,23%
	4,76%	7%	26%	19,04%	15,13%
50%	19,04%	26%	24%	4,76%	86,29%
	14,28%	20%	30%	9,52%	64,74%
	9,52%	13%	37%	14,28%	52,96%
	4,76%	7%	43%	19,04%	43,97%
65%	19,04%	26%	39%	4,76%	95,92%
	14,28%	20%	45%	9,52%	83,87%
	9,52%	13%	52%	14,28%	72,71%
	4,76%	7%	58%	19,04%	63,03%

Source : calculs de l'auteur

Concernant les portefeuilles investis exclusivement en actions, la probabilité d'obtenir avec un système de retraite mixte un taux inférieur à ce qui est procuré par la répartition est d'environ une chance sur trois (34,62% pour le système où les cotisations au système par répartition représentent 80% de la contribution totale, 31,63% pour le système où les cotisations représentent 60%, 32,64% pour le système où les cotisations sont égales à 40% et 31,98% pour le système où les cotisations correspondent à 20% de la contribution totale). La norme jugée raisonnable par le gouvernement (50%) est assez difficile à atteindre pour des systèmes mixtes. La configuration où le taux de remplacement garanti est de 26% procure dans trois cas sur quatre un taux de remplacement total inférieur à 50%. La configuration 60% répartition – 40% capitalisation offre un taux de remplacement supérieur à la norme gouvernementale dans moins de 4 cas sur 10. Concernant les faibles revenus, le seuil de 65% n'est pas atteint dans plus de 85 cas sur 100 pour le système 80% répartition 20% capitalisation, 74 cas sur 100 pour le système 60% répartition 40% capitalisation, 66 cas sur 100 pour le système 40% répartition 60% capitalisation et 60 cas sur 100 pour le système 20% répartition 80% capitalisation.

Le portefeuille diversifié (appelé FRR2006) diminue de manière assez sensible la probabilité pour le système mixte de faire moins bien que la répartition. Ainsi cette configuration offre des taux de remplacement supérieurs à 33% (c'est-à-dire le taux de remplacement procuré par le système de retraite par répartition) dans plus de 8 cas sur 10 (81,74% pour le système 80% répartition – 20% capitalisation, 85% pour le système 60%-40%, 83,77% pour le système 40%-60% et 84,87% pour le système 20%-80%).

Concernant la norme gouvernementale, le risque dépend beaucoup de la configuration retenue. Les systèmes où la répartition est majoritaire ont des probabilités très élevées de procurer un taux de remplacement inférieur à 50% (86,29% pour le système 80% répartition - 20% capitalisation, 64,74% pour le système 60% répartition - 40% capitalisation). Le risque est un peu moins élevé pour des configurations où la capitalisation est plus importante. La probabilité de dépasser le seuil de 50% est de 47% pour la configuration 40% répartition - 60% capitalisation et de 56% pour le système mixte où la répartition représente seulement 20% du système.

Concernant le seuil de 65%, le système 80% répartition - 20% capitalisation procure un taux de remplacement inférieur à cette cible pour quasiment toutes les trajectoires de rendements simulées, tandis que le système 20% répartition - 80% capitalisation atteint ce seuil dans moins de 4 cas sur 10.

La probabilité de bénéficier, dans le cadre d'un système multi-piliers d'une pension inférieure à celle offerte par la capitalisation pure augmente avec la part du système mixte reposant sur la répartition. Le tableau 3.24 nous indique cette probabilité pour les différentes configurations étudiées.

La configuration 80% répartition – 20% capitalisation a une probabilité de 58,98% de procurer un taux de remplacement inférieur à celui d'un système par capitalisation pour un portefeuille investi exclusivement en actions françaises et de 73,59% pour le portefeuille contenant des actifs français et américains, contre respectivement 50,52% et 53,54% pour une configuration où la répartition représente 20% du système mixte¹¹⁷.

Tableau 3.24 : Probabilité d'avoir une pension inférieure à celle de la capitalisation pure

Configuration du système mixte	Portefeuille 100% actions françaises	Portefeuille diversifié 64% actifs français 36% actifs américains
80% répartition- 20% capitalisation	58,98%	73,59%
60% répartition- 40% capitalisation	53,98%	64,35%
40% répartition- 60% capitalisation	52,46%	58,75%
20% répartition- 80% capitalisation	50,52%	53,54%

Source : calculs de l'auteur

3.7.2 Epargne et système mixte

Afin de montrer plus précisément la nature des arbitrages, nous reprenons la méthodologie de la section 3.5. L'idée est de calculer, pour une aversion au risque donnée, le taux d'épargne requis pour atteindre un taux de remplacement cible. Les taux de remplacement seuils sont ceux qui ont été utilisés dans les sections précédentes (33%, 50% et 65%). Les seuils de risques sont 10%, 25% et 50%. Un seuil de risque de 10% signifie que le taux de remplacement doit être atteint ou dépassé dans 9 cas sur 10. Un seuil de risque de 25% signifie que le taux de remplacement doit être atteint ou dépassé dans 3 cas sur 4. Enfin, un seuil de risque de 50% signifie que le taux de remplacement doit être atteint ou dépassé dans

¹¹⁷ On suppose que dans le système reposant uniquement sur la capitalisation, l'allocation d'actifs du second pilier est la même que celle du système mixte.

un cas sur deux. Le taux de contribution au deuxième pilier est libre : il est fonction du risque que l'individu désire assumer.

Les résultats sont présentés dans le tableau 3.25 pour les 2 allocations d'actifs (100% actions françaises et 64% actifs français – 36% actifs américains). Nous avons choisi de donner directement les contributions totales requises, c'est-à-dire les sommes des taux de cotisation et des taux d'épargne privés requis. Ainsi la contribution totale requise pour obtenir un taux de remplacement au moins égal à 65% avec au moins 1 chance sur 2 (50%) varie de 30,28% (taux de cotisation de 4,76%) à 36,20% (taux de cotisation de 19,04%) pour un portefeuille investi exclusivement en actions françaises.

Il est difficile de réduire la contribution retraite totale lorsqu'on fixe un niveau de risque de 10%. En effet, le taux d'épargne requis pour atteindre le seuil de 33% varie de 24,90% à 26,54% dans le scénario où le portefeuille contient des actifs français et américains, et est compris entre 29% et 44% dans les différentes variantes où le portefeuille d'actifs capitalisés est investi exclusivement sur le marché français. Ainsi cotiser près de 44% de son revenu dans un système mixte 20% répartition-80% capitalisation ne permet pas, pour un cas sur dix, d'atteindre le taux de remplacement garanti par la répartition. Le taux de remplacement visé par le gouvernement (50%) est hors d'atteinte dans tous les scénarios (le taux d'épargne requis étant supérieur à 55% pour un portefeuille d'actions françaises et à 39% pour le portefeuille comportant des actifs français et américains). Le passage à un système par capitalisation multi-piliers ne comporte pas beaucoup d'avantages pour un individu ayant une forte aversion au risque.

La capitalisation multi-piliers est plus intéressante pour un individu disposé à accepter un risque de 1 sur 4. Le seuil de 33% peut être atteint dans tous les scénarios, moyennant néanmoins une légère hausse du taux de contribution total si l'épargne privée du second pilier est investie exclusivement en actions françaises. Concernant la norme gouvernementale (50%), le taux requis pour l'atteindre à partir d'un investissement exclusif sur le marché français est d'environ 37% pour un individu prêt à accepter un risque de 1 sur 4 et ce quelle que soit la configuration du système mixte. Notons enfin, qu'une baisse de la contribution totale est envisageable à condition d'investir une partie du portefeuille en actifs américains puisque le seuil de 33% peut être atteint avec une contribution totale de 19,77% (4,76% affectées à la répartition + 15,01% d'épargne volontaire).

Les perspectives sont bien meilleures pour un individu qui accepte un risque de 1 pour 2. Le seuil de 33% est atteint dans les différentes configurations pour une contribution totale moindre. Ces taux d'épargne varient de 17,33% à 22,42% si l'épargne privée est investie exclusivement en actions, et de 15,83% à 22,02% dans le cas d'un investissement diversifié. La configuration 20% répartition – 80% capitalisation (portefeuille investi en actifs français et américains) permet une réduction de 8 points du taux de cotisation au système de retraite.

Le taux de remplacement de 50% peut être obtenu dans le scénario où une partie du portefeuille est investie en actifs américains, à condition de ne pas consacrer plus de 4,76% du revenu au régime par répartition. Le seuil de 65%, considéré comme incompressible pour les bas salaires, n'est envisageable dans aucune configuration. Une réduction de la contribution totale n'est possible que si l'on abandonne les objectifs de 50% et 65%, puisque qu'une contribution totale de 17,33% (dont 4,76% des cotisations à la répartition) permet d'atteindre un taux de remplacement supérieur ou égal à 33%.

Il convient de signaler que l'avantage du système multi-piliers tient surtout à sa faculté de réduire les risques extrêmes, puisque le taux de remplacement garanti va de 7% à 26% dans nos 4 variantes. Le taux d'épargne requis pour atteindre l'un des trois seuils (33%, 50% et 65%) est le plus souvent une fonction décroissante de la part de la capitalisation, ce qui pousse à préférer la capitalisation pure. D'autant plus que la capitalisation pure protège mieux des événements extrêmes que certaines configurations multi-piliers. A titre d'exemple : avec un taux d'épargne de 23,8% et pour un portefeuille d'actions, la probabilité d'atteindre un taux de remplacement inférieur à 10% est de 0,19%, et celle d'atteindre 20% est de 7,33% dans le scénario noir. Hors, dans ces configurations intéressantes (un taux de cotisation inférieur à 10%), le système mixte garantit au mieux un taux de remplacement de 13%.

Il nous semble donc que les avantages du système multi-piliers sont assez limités. Un individu ayant une forte aversion au risque, c'est-à-dire n'étant pas disposé à tolérer une probabilité de plus de 1 sur 10 a clairement intérêt à choisir 100% de répartition. Par contre l'individu qui souhaite accepter un risque élevé (50%) aura clairement intérêt à choisir 100% de capitalisation. Pour les individus qui acceptent un risque de 1 sur 4, la décision dépend de leur tolérance envers les petits risques. Là encore, ceux qui choisissent la capitalisation, ont plutôt intérêt à ce que la part des cotisations sociales soit la plus faible possible.

Nos recommandations diffèrent quelque peu des conclusions de Nataraj et Shoven [2003]. Dans leur étude, quel que soit le degré d'aversion au risque, un système mixte ou un système

reposant exclusivement sur la capitalisation sont toujours préférables à un régime par répartition. Pour une très forte aversion au risque, Nataraj et Shoven [2003] montrent que la part optimale de la capitalisation représente 60% du système mixte.

Comment expliquer ces différences de résultats ? Premièrement, les rendements de la capitalisation sont plus élevés dans l'étude de Nataraj et Shoven [2003]. Le portefeuille d'actifs financiers géré sous forme de capitalisation et contenant 60% d'actions américaines et 40% d'obligations américaines procure un rendement interne de 6%. Deuxièmement, l'estimation du risque politique, propre à la répartition, n'est pas la même. Nataraj et Shoven [2003] évaluent le risque politique en simulant des trajectoires de croissance du salaire réel et de croissance des populations actives et retraitées. Leur méthodologie conduit à un rendement interne de la répartition de 1%. Dans notre étude, le risque politique est pris en compte de façon indirecte ; les rendements de la répartition sont approximés en utilisant les projections du scénario central du COR [2001].

Nos conclusions diffèrent aussi de celles de Dutta et Kapur [2000] qui mettent en évidence l'optimalité de systèmes mixtes pour quatre pays (Etats-Unis, Royaume-Uni, France et Allemagne) dans un cadre d'analyse Moyenne-Variance. Concernant la France, pour une aversion au risque modérée, la part optimale de la capitalisation est de 20,6% pour un individu peu averse au risque alors qu'elle est de 3,5% pour un individu ayant une très forte aversion au risque. Nos résultats incitent un individu peu averse au risque à préférer un système reposant uniquement sur la capitalisation et un individu très averse au risque à choisir le système de retraite par répartition.

Tableau 3.25 : Contribution totale requise pour que le taux de remplacement seuil soit atteint avec la probabilité x

x	Objectif de réduction	Taux de cotisation au système par répartition	Taux de remplacement garanti	Taux de cotisation totale requis pour que $Pr[T_x >= x] = 50\%$	Taux de cotisation totale requis pour que $Pr[T_x >= x] = 75\%$	Taux de cotisation totale requis pour que $Pr[T_x >= x] = 90\%$
				100% actions françaises		
33%	-20%	19,04%	26%	22,12%	25,26%	29,50%
	-40%	14,28%	20%	20,00%	25,83%	33,71%
	-60%	9,52%	13%	18,32%	27,29%	39,42%
	-80%	4,76%	7%	16,20%	27,86%	43,63%
50%	-20%	19,04%	26%	29,60%	40,36%	54,92%
	-40%	14,28%	20%	27,48%	40,93%	59,13%
	-60%	9,52%	13%	25,80%	42,39%	64,83%
	-80%	4,76%	7%	23,68%	42,96%	69,04%
65%	-20%	19,04%	26%	36,20%	53,68%	77,34%
	-40%	14,28%	20%	34,08%	54,25%	81,55%
	-60%	9,52%	13%	32,40%	55,71%	87,25%
	-80%	4,76%	7%	30,28%	56,28%	91,45%
				Portefeuille diversifié 64% d'actifs français 36% d'actifs américains		
33%	-20%	19,04%	26%	21,87%	23,24%	24,90%
	-40%	14,28%	20%	19,53%	22,08%	25,17%
	-60%	9,52%	13%	17,59%	21,52%	26,28%
	-80%	4,76%	7%	15,26%	20,35%	26,54%
50%	-20%	19,04%	26%	28,73%	33,43%	39,15%
	-40%	14,28%	20%	26,39%	32,27%	39,41%
	-60%	9,52%	13%	24,46%	31,71%	40,52%
	-80%	4,76%	7%	22,12%	30,55%	40,78%
65%	-20%	19,04%	26%	34,78%	42,43%	51,71%
	-40%	14,28%	20%	32,45%	41,27%	51,98%
	-60%	9,52%	13%	30,51%	40,71%	53,08%
	-80%	4,76%	7%	28,17%	39,55%	53,35%

Sources : calculs de l'auteur

3.7.3 Allongement de la durée de cotisation et système mixte

Dans cette dernière sous-section, nous choisissons de combiner trois réformes possibles du système de retraite : l'instauration d'un système mixte où la répartition assure une pension minimale, l'allongement de la durée de cotisation (départ à la retraite à l'âge de 62 ans, 64 ans ou 66 ans) et l'augmentation du taux de cotisation. Les taux de remplacement seuils sont 50%, c'est-à-dire le taux de remplacement visé par les autorités publiques et inscrit dans l'énoncé de la loi Fillon et 65% le taux de remplacement jugé satisfaisant pour les catégories populaires. Nous limitons notre analyse à un portefeuille investi uniquement en actions françaises.

Les taux de remplacement garantis par la répartition sont calculés à partir du scénario central du COR [2001] comme dans la sous section 3.7.1. Ils sont représentés dans le tableau 3.26.

Tableau 3.26 : Durée de cotisation, taux de cotisation au système par répartition et taux de remplacement garanti

Configuration du système de retraite	Taux de remplacement garanti par la répartition			
	40 ans	42 ans	44 ans	46 ans
100% répartition	33%	37,5%	43%	49%
80% répartition 20% capitalisation	26%	30%	34%	39%
60% répartition 40% capitalisation	20%	23%	26%	29%
40% répartition 60% capitalisation	13%	15%	17%	20%
20% répartition 80% capitalisation	7%	8%	9%	10%

Source : COR [2001] et calculs de l'auteur

Pour chaque configuration, nous calculons les contributions totales requises pour atteindre l'un des deux taux de remplacement seuils (50% et 65%) avec une probabilité x . Le tableau 3.27 indique ces efforts d'épargne requis. Les résultats sont présentés pour les quatre durées de cotisation et pour les quatre objectifs de réduction de la part du système mixte consacrée à la répartition. Nos résultats mettent en évidence que les taux de cotisation diminuent avec la durée de cotisation. Par exemple, pour un risque de 1 sur 2, le taux de contribution nécessaire pour obtenir un taux de remplacement supérieur ou égal à 50% varie de 23,68% à 29,60%

selon la configuration du système mixte pour une durée de cotisation de 40 années alors qu'il est compris entre 17,87% et 22,64% pour une durée de 46 années.

Pour un risque de 1 sur 2, l'objectif d'un taux de remplacement de 50% est compatible avec une baisse du taux de cotisation total pour les scénarios suivants : une durée de cotisation de 40 ans et un système mixte 20% répartition – 80% capitalisation, une durée de cotisation de 42 ans et un système mixte 20% répartition – 80% capitalisation ou 40% répartition – 60% capitalisation, une durée de cotisation de 44 ans et un système mixte 20% répartition – 80% capitalisation, 40% répartition - 60% capitalisation ou 60% répartition – 40% capitalisation et pour toutes les configurations mixtes où la durée de cotisation est allongée de 6 années. Néanmoins, cet objectif est atteint par la répartition pour une durée de cotisation de 46 années. Un système mixte permet donc de diminuer les cotisations de 1 à 6 points selon la configuration retenue, à condition d'accepter un risque de 1 sur 2. Si l'individu est davantage averse au risque (1 sur 4), les cotisations totales doivent augmenter de 3 à 8 points selon la configuration mixte retenue malgré l'allongement de la durée de cotisation de 6 ans.

L'objectif d'un taux de remplacement de 65% reste assez difficile à atteindre pour un système mixte, et ce quelle que soit la durée de cotisation. Seule la configuration 20% répartition – 80% capitalisation, combinée à un allongement de la durée de cotisation de 6 années, permet une légère réduction du taux de cotisation (-1 point) à condition d'accepter un risque de 1 sur 2. Pour une durée de cotisation de 46 années, l'objectif d'un taux de remplacement de 65% nécessite des taux de contribution variant, selon les configurations, de 33,75% à 35,88% pour un risque de 1 sur 4, et de 40,78% à 50,75% pour un risque de 1 sur 10.

Dans l'ensemble, les configurations mixtes présentent donc peu d'intérêt. D'après le COR [2001], un allongement de la durée de cotisation à 46 années assure la norme gouvernementale. Pour un système multi-piliers, cette norme peut être atteinte pour des cotisations légèrement plus faibles mais en acceptant un risque assez important. Quant à l'objectif de 65%, il ne peut être visé à partir d'un système mixte, et ce quelle que soit la durée de cotisation au régime de retraite.

Tableau 3.27 : Contribution totale requise pour que le taux de remplacement seuil (50% ou 65%) soit atteint avec la probabilité x – instauration d’un système mixte et allongement de la durée de cotisation

X	Objectif de réduction	Taux de cotisation au système par répartition	Taux de remplacement garanti	Taux de cotisation totale requis pour que $Pr[Tx \geq x]=50\%$	Taux de cotisation totale requis pour que $Pr[Tx \geq x]=75\%$	Taux de cotisation totale requis pour que $Pr[Tx \geq x]=90\%$
				Durée de cotisation 40 ans		
50%	-20%	19,04%	26%	29,60%	40,36%	54,92%
	-40%	14,28%	20%	27,48%	40,93%	59,13%
	-60%	9,52%	13%	25,80%	42,39%	64,83%
	-80%	4,76%	7%	23,68%	42,96%	69,04%
65%	-20%	19,04%	26%	36,20%	53,68%	77,34%
	-40%	14,28%	20%	34,08%	54,25%	81,55%
	-60%	9,52%	13%	32,40%	55,71%	87,25%
	-80%	4,76%	7%	30,28%	56,28%	91,45%
				Durée de cotisation 42 ans		
50%	-20%	19,04%	30%	27,03%	35,48%	47,01%
	-40%	14,28%	23%	25,46%	37,30%	53,43%
	-60%	9,52%	15%	23,50%	38,30%	58,46%
	-80%	4,76%	8%	21,93%	40,11%	64,89%
65%	-20%	19,04%	30%	33,02%	47,82%	67,98%
	-40%	14,28%	23%	31,45%	49,63%	74,41%
	-60%	9,52%	15%	29,49%	50,63%	79,44%
	-80%	4,76%	8%	27,92%	52,45%	85,86%
				Durée de cotisation 44 ans		
50%	-20%	19,04%	34%	24,76%	30,96%	39,61%
	-40%	14,28%	26%	22,86%	32,16%	45,13%
	-60%	9,52%	17%	21,32%	34,11%	51,94%
	-80%	4,76%	9%	19,42%	35,30%	57,46%
65%	-20%	19,04%	34%	30,12%	42,13%	58,89%
	-40%	14,28%	26%	28,23%	43,33%	64,41%
	-60%	9,52%	17%	26,68%	45,27%	71,22%
	-80%	4,76%	9%	24,78%	46,48%	76,74%
				Durée de cotisation 46 ans		
50%	-20%	19,04%	39%	22,64%	26,50%	31,95%
	-40%	14,28%	29%	21,16%	28,53%	38,92%
	-60%	9,52%	20%	19,35%	29,88%	44,73%
	-80%	4,76%	10%	17,87%	31,90%	51,70%
65%	-20%	19,04%	39%	27,56%	36,68%	49,55%
	-40%	14,28%	29%	26,07%	38,71%	56,53%
	-60%	9,52%	20%	24,26%	40,05%	62,33%
	-80%	4,76%	10%	22,78%	42,08%	69,31%

Source : Calculs de l'auteur

3.8 Conclusion du chapitre 3

L'équilibre des régimes de retraite par répartition est menacé dans de nombreux pays européens en raison du vieillissement de la population. Cependant, le simple passage d'un régime par répartition à un régime par capitalisation ne suffira pas à restaurer l'équilibre du système de retraite. Car, la baisse des taux de cotisation que peut permettre la capitalisation implique aussi une prise de risque difficilement acceptable.

Ainsi, nos simulations montrent que le taux de remplacement garanti aux faibles revenus par la réforme Fillon est hors d'atteinte avec les taux de contributions actuels pour des niveaux de risque socialement acceptables. Nous en déduisons que le passage à la capitalisation pourrait menacer à terme les comptes publics car il impliquerait très probablement que l'Etat intervienne périodiquement afin de garantir le minimum socialement acceptable aux générations malchanceuses.

Nous montrons aussi que le recours à la diversification en choisissant l'actif immobilier ou les actions américaines peut permettre de diminuer le risque de ne pas atteindre le taux d'équilibre vers lequel convergeait le régime général d'après le COR avant la réforme des retraites de 2004. Le seuil de 65% reste malgré tout encore difficile à atteindre pour une prise de risque acceptable dans un contexte européen. Quant aux stratégies dynamiques, qui consistent à baisser la part en actions du portefeuille avec l'âge du cotisant, elles présentent des performances décevantes.

Notre étude met aussi en évidence qu'un système mixte ou multi-piliers (soit une combinaison répartition – capitalisation) ne permet pas non plus de garantir à la fois les taux de remplacement visés et une prise de risque acceptable. Nous montrons qu'un individu ayant une forte aversion au risque a clairement intérêt à choisir 100% de répartition. Par contre, l'individu capable d'accepter un risque assez élevé aura intérêt à choisir 100% de capitalisation.

Enfin, notre étude montre aussi que l'allongement de la durée de cotisation ne modifie pas les termes de l'arbitrage répartition – capitalisation. En effet, la probabilité de ne pas atteindre, dans un système par capitalisation, le taux de remplacement garanti par la répartition augmente légèrement avec la durée de cotisation. Bien sûr, quel que soit le système choisi répartition ou capitalisation, l'allongement de la durée de vie active augmente le taux de remplacement tout en réduisant les risques.

Chapitre 4 : Risques d'investissement et de longévité de la phase de distribution

Dans les chapitres 2 et 3 de cette thèse, nous avons évalué les risques de trajectoire et de liquidation d'un système de retraite reposant sur la capitalisation. Deux méthodologies ont été retenues pour modéliser l'évolution des rendements financiers : une analyse historique et une analyse prospective où un bootstrap paramétrique a été défini. Dans toutes les simulations, nous avons formulé la même hypothèse concernant la distribution du capital : l'individu convertit, à l'âge du départ à la retraite, le capital accumulé en rente viagère. Cette rente peut être nominale ou réelle.

La conversion en rente n'est cependant pas la seule solution. Comme nous l'avons souligné dans le premier chapitre, les stratégies de retraits programmés ou de prélèvement sur le capital sont souvent présentées comme une alternative à la rente viagère. Ces stratégies présentent en effet quelques avantages : elles offrent davantage de souplesse et donnent la possibilité de laisser un héritage aux descendants du retraité. Elles sont cependant liées à 2 risques : un risque de longévité propre à la phase de distribution qui est le risque d'épuiser la totalité du capital avant décès et un risque d'investissement puisque le portefeuille est réinvesti sur les marchés financiers durant la période de retraite. En cas de krach boursier, la valeur du portefeuille peut fortement diminuer et entraîner de très faibles pensions pour l'individu. Le montant de la pension peut dépendre fortement de la stratégie de distribution du capital.

Dans le chapitre 1, nous avons présenté les différentes raisons pour lesquelles la demande pour les rentes viagères était assez limitée. La principale explication est sans aucun doute le prix d'achat élevé de ces rentes viagères.

Malgré la nécessité de mesurer le risque de longévité, il existe peu d'études européennes sur ce sujet. Les principales études sont basées sur les données financières américaines : les célèbres travaux de Bengen [1994] estiment qu'un taux de retrait réel de 4% n'épuise pas le portefeuille si celui-ci comporte entre 50 et 75% d'actions. D'autres études comme Cooley, Hubbard et Walz [1998 et 2003] aboutissent à des ordres de grandeurs similaires. Récemment, Dus, Maurer et Mitchell [2005] présentent des conclusions quelque peu contradictoires à partir de données financières allemandes, les stratégies optimales d'allocation du portefeuille conduisant à une forte détention de titres obligataires.

Comme pour les études sur les risques de la phase d'accumulation, les conclusions de ces travaux reposent beaucoup sur les hypothèses concernant les rendements des actifs financiers.

Il est sans aucun doute nécessaire de travailler sur une période historique suffisamment longue pour estimer les rendements des différents supports d'investissement.

Dans ce cadre, nous pouvons apporter des éléments de réponse aux questions suivantes :

Quelle est la probabilité d'épuiser la totalité de son capital avant décès ? Quel est le taux de retrait annuel sans risque ? La rente viagère est-elle vraiment préférable en termes de rendements aux stratégies de retraits programmés ? Quel est le taux de retrait annuel sans risque ? Quel comportement peut avoir un agent altruiste souhaitant léguer une partie de son capital à ses descendants ?

Notre travail s'organise en quatre sections et vise à répondre à ces différentes questions.

La section 1 définit les différentes possibilités de distribution du capital en s'appuyant sur quelques expériences étrangères puis résume les modalités de sortie du capital des principaux types de plans d'épargne en France.

La section 2 estime le risque de longévité d'une sortie en capital à partir des données financières historiques et des données de mortalité actuelles. La méthodologie retenue est le bootstrap paramétrique défini dans le chapitre précédent. Nos résultats démontrent sans surprise que le risque de ruine augmente avec le taux de retrait. Seul l'immobilier peut inciter le retraité à ne pas privilégier l'investissement exclusif en actions. Une autre lecture possible des résultats est d'avancer l'idée qu'un retrait annuel égal à 6% du portefeuille initial est soutenable à condition d'accepter un risque de se ruiner de 1 sur 2.

La section 3 compare différentes stratégies de retraits programmés avec une rente viagère théorique calculée à partir des nouvelles tables de mortalité françaises. Différentes mesures du risque sont définies : le rendement des retraits programmés par rapport à la rente viagère, la probabilité de prélever un montant inférieur à la rente viagère, l'estimation des pertes occasionnées par les stratégies de retrait lorsque le prélèvement est inférieur à la rente et enfin

la probabilité d'obtenir certains taux de remplacement cibles à partir de diverses stratégies de prélèvement. A la lecture des résultats, il apparaît qu'une stratégie où le retrait dépend de l'espérance de vie procure en moyenne les pensions les plus élevées. Mais les pertes éventuelles par rapport à la rente viagère peuvent être assez importantes, quelle que soit la stratégie de prélèvement choisie.

La section 4 établit des indicateurs du risque d'investissement et de longévité en prenant en considération les espérances de survie à chaque âge. Un indicateur estimant les legs éventuels de l'individu est également calculé. La stratégie de retrait optimal pour l'individu dépend de son degré d'aversion au risque ainsi que de son degré d'altruisme. Cette section tente aussi de limiter le risque de la phase de distribution du capital à travers 2 stratégies : une configuration mixte rente viagère – retraits programmés et une stratégie d'allocation du portefeuille ou de retrait visant à minimiser les pertes éventuelles par rapport à la rente viagère. Un individu ayant une forte aversion au risque a intérêt à choisir la conversion du capital en rente viagère dès l'âge du départ à la retraite. L'individu ayant par contre un goût pour le risque et étant altruiste peut privilégier les retraits programmés. Pour un individu ayant une aversion au risque et un degré d'altruisme intermédiaires, certaines configurations mixtes peuvent s'avérer intéressantes.

4.1 Les différentes possibilités de sortie du capital

Cette section définit les principales possibilités de sortie du capital. Au cours de la phase de « décumulation » de la retraite, les avoirs accumulés durant la vie active sont utilisés pour constituer un revenu au moment de la retraite.

La première solution est la conversion du capital en rente viagère. Gaudemet [2001] définit les annuités viagères de retraite comme « des sommes régulièrement versées à leur bénéficiaire à partir d'un âge donné et jusqu'en fin de vie »¹¹⁸. La conversion du capital en rente s'effectue sur la base de l'égalité actuarielle probable des engagements des contractants (principe d'équité de la tarification). Le calcul s'appuie sur le choix d'un taux d'actualisation, le taux technique, et d'une loi de probabilité de survie à partir d'une table de mortalité.

¹¹⁸ De nombreux contrats offrent cependant la possibilité, sous certaines conditions, de bénéficier d'une réversion en cas de décès.

La rente viagère peut être dite "différée" si une phase d'épargne et de capitalisation est prévue avant son versement.

Lunnon [2001] distingue trois types de rente viagère :

- des rentes classiques à montant fixe ou dépendant des augmentations d'un indice comme celui des prix à la consommation ou des revenus ; ces rentes ne sont pas liées à un investissement. Les annuités réelles, qui requièrent des produits de placement financiers indexés, ne sont cependant pas très fréquentes. Lorsqu'elles sont disponibles, comme au Royaume-Uni, il y a assez peu d'acquéreurs. Cette possibilité de sortie du capital est surtout développée au Chili où les annuités viagères sont exprimées en *Unidades de Fomento* (UF), unités comptables ajustées mensuellement sur l'inflation.

- des rentes liées à un investissement ; ces rentes existent notamment depuis quelques années au Royaume-Uni et aux Etats-Unis auprès de la TIAA-CREF (rentes CREF). Le montant de ces rentes dépend en partie des investissements choisis.

- des « pseudo rentes » dans lesquelles le risque de mortalité est mis en commun au sein d'une même cohorte ; Lunnon [2001] décrit cette possibilité, proposée par Wadsworth et al. [2001], de la manière suivante. Un « fonds de conversion en rente » offre un choix d'options d'investissement. Des niveaux maximum et minimum de revenu sont calculés pour une période de temps donnée, ces niveaux tenant compte de l'espérance de vie à la retraite. Le revenu choisi parmi ces différents niveaux est produit par la vente du nombre approprié d'unités. Les membres du fonds mettent en commun leurs risques de mortalité : les unités détenues pour les membres qui décèdent sont redistribuées entre ceux encore vivants au moyen de « crédits de survie ».

Dans la plupart des pays de l'Europe de l'Est, aux Pays-Bas et en Suède (dans le cadre du régime étatique), les comptes individuels doivent être convertis en annuités. Cette obligation prend normalement effet au moment du départ à la retraite. C'est en général le retraité qui choisit sa rente viagère entre différentes compagnies d'assurance offrant des produits d'annuités. La Suède fait figure d'exception puisque c'est un organisme public, la "Premium Pension Authority" (PPM), qui est le fournisseur d'annuité. Au Danemark et en Suisse, ce sont respectivement les partenaires sociaux et les employeurs qui achètent les annuités.

Hormis la transformation du capital accumulé en rente viagère, l'autre solution consiste à permettre aux retraités de choisir eux-mêmes les investissements. Cette approche est souvent

qualifiée de « prélèvement de revenu » ou de retraits programmés. Ces prélèvements de revenu peuvent être assortis de restrictions relatives à l'âge ou au taux d'intérêt.

Il est également possible de combiner ces deux approches (Lunnon [2001]) :

- l'obligation de garantir un certain revenu minimum au moyen d'une rente viagère, avec l'autorisation de prélèvement de revenu sur les fonds restants après l'achat d'une rente ;
- la possibilité de prélever des revenus mais avec une obligation de conversion en rente si le niveau du fonds est inférieur à un seuil déterminé ;
- l'obligation de conversion en rente avant un âge déterminé mais avec la possibilité de prélèvement de revenu avant cet âge.

Deux pays, l'Australie et Hong Kong, autorisent aux retraités la possibilité d'accéder à la totalité du solde du fonds quand ils prennent leur retraite.

Aux Etats-Unis, on assiste depuis quelques années à une substitution progressive des plans à prestations définies par des plans à cotisations définies, appelés 401(k). Ces plans débouchent souvent sur une sortie en capital. Les salariés ont la possibilité de verser le capital sur un compte individuel d'épargne-retraite (IRA) en franchise d'impôt (ApRoberts [2003]).

Les systèmes d'Amérique Latine encouragent la conversion du capital en rente viagère mais laissent aussi la possibilité de retraits échelonnés (Queisser [1999]) . Le système Chilien, par exemple, permet des retraits du solde accumulé, la société de gestion des fonds fixant une pension mensuelle ajustée chaque année. La pension annuelle est établie à partir du capital disponible sur le compte et d'un capital jugé "nécessaire" compte tenu de l'espérance de vie à la retraite de l'assuré. Ce capital nécessaire est déterminé d'après les tables actuarielles et réglementé par des autorités de contrôle. Chaque année, le capital restant est réinvesti sur les marchés financiers par le gestionnaire du fonds. Le Mexique et le Pérou ont des modes de sorties assez proches du système chilien.

Jusqu'en 2006, le système de retraite britannique proposait aussi une approche combinée en laissant la possibilité de prélèvement sur les fonds de retraite jusqu'à l'âge de 75 ans, âge auquel une rente viagère devait être achetée. Le revenu pouvant être prélevé chaque année était soumis à un seuil et à un plafond. Le maximum correspondait approximativement au revenu pouvant être obtenu en convertissant le capital en rente viagère et le minimum était inférieur à 40% du maximum.

En Allemagne, la réforme Riester donne aussi la possibilité de retraits programmés. La sortie du dispositif, qui ne peut pas avoir lieu avant la fin de la soixantième année ou le départ en

retraite, doit prendre la forme d'une rente viagère mensuelle fixe ou indexée mais peut également prendre la forme de versements tirés de fonds ou d'avoirs bancaires assurant une rente viagère résiduelle après 85 ans. Les placements doivent garantir au moins le maintien de la valeur nominale des cotisations (Chagny [2002]).

En Italie, la retraite est payable sous forme de rente mais avec la possibilité d'obtenir jusqu'à 50% de la retraite sous forme de capital¹¹⁹. Au Portugal, les prestations sont versées sous forme de rentes, mais, jusqu'à un tiers de la valeur de la pension accumulée par les cotisations de l'employeur peut être versé sous forme de capital au moment du départ à la retraite à la demande du retraité et si cette option est stipulée dans le régime. La part du capital provenant des cotisations des employés dans un régime contributif peut toutefois être entièrement versée en capital.

En France, le COR [2002] précise que l'importance des rentes viagères non obligatoires est assez limitée. La masse des versements annuels collectés en vue de rentes viagères au titre de la retraite est estimée à 8,2 milliards d'euros, c'est-à-dire moins de 5% de l'ensemble des versements aux régimes de retraites obligatoires ou facultatifs, dont un peu plus de 3 milliards d'euros pour les contrats des articles 39, 82 et 83 du Code général des impôts et 2,3 milliards d'euros au titre de la gestion interne d'entreprise, des institutions de retraite supplémentaire et des institutions de prévoyance.

Les régimes de retraite complémentaire à cotisations définies (article 83 du CGI) ou à prestations définies (article 39 du CGI) pour les salariés se dénouent obligatoirement sous forme de rente viagère à l'âge où l'assuré peut bénéficier de la pension de vieillesse. Le mode de sortie des "contrats Madelin" est également la conversion en rente viagère. Le PERCO (Plan d'Épargne Retraite Collectif) se dénoue sous forme de capital ou de rente viagère en fonction de l'accord négocié au sein de l'entreprise. Concernant le PERP (Plan d'Épargne Retraite Populaire), la sortie se fait obligatoirement en rente viagère. La loi du 13 juillet 2006 permet cependant, dans son article 35, une sortie en capital pour les retraités détenteurs d'un PERP et désireux d'acquérir une résidence principale.

¹¹⁹ Une exonération fiscale n'est cependant possible que si le capital n'excède pas 33% des droits à la retraite.

4.2 Une estimation du risque de longévité

Dans cette section, nous estimons le risque de longévité d'une stratégie de retraits programmés. Après avoir calculé les probabilités de ruine au cours des 15, 20, ou 30 premières années de retraite, nous évaluons les probabilités d'épuisement du capital avant le décès du retraité. Enfin, nous cherchons à mesurer l'impact sur les probabilités de ruine de quelques hypothèses formulées concernant la stratégie de prélèvement.

4.2.1 Modélisation des retraits programmés

La stratégie de prélèvement simulée est simple : à la fin de chaque année, l'agent prélève un montant fixe sur son portefeuille jusqu'à épuisement du capital. Le portefeuille est réinvesti chaque année sur les marchés financiers. La valeur du portefeuille dépend donc de deux éléments : le taux de prélèvement annuel et le rendement des actifs financiers composant ce portefeuille.

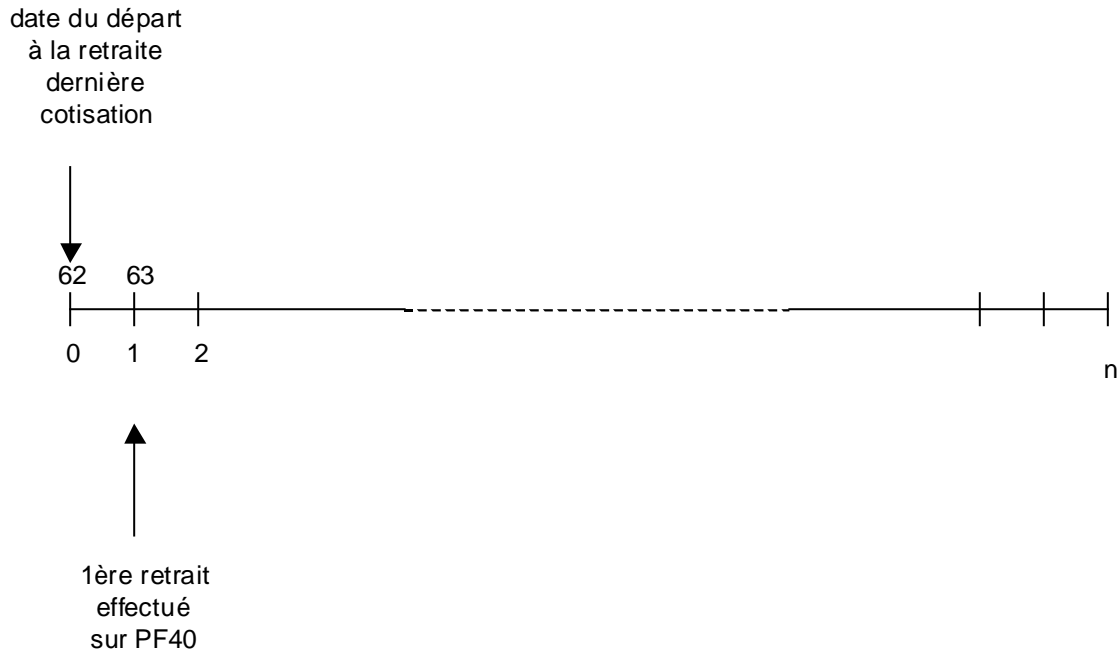
Nous notons PF_t la valeur du portefeuille à la fin de l'année t ($t = 0, 1, \dots, n$) avant le prélèvement annuel réel noté B . Pour $t = 1, \dots, n$, ce retrait annuel est égal à une fraction déterminée du portefeuille initial soit :

$$B = wPF_0$$

avec w qui désigne le taux de prélèvement réel et PF_0 la valeur initiale du portefeuille.

Le schéma 4.1 résume l'opération des retraits programmés. En $t = 0$, l'individu part à la retraite à 62 ans après avoir effectué son dernier versement. Son premier retrait a lieu en $t = 1$, soit à 63 ans.

Schéma 4.1 : Phase de distribution : sortie sous forme de retraits programmés



A la fin de chaque année, l'agent prélève ce montant B . Pour $t = 1, \dots, n$, la contrainte budgétaire de l'agent est la suivante :

Si $PF_t > B$

$$PF_{t+1} = (PF_t - B)(1 + R_{t+1})$$

Si $PF_t \leq B$

$$PF_{t+1} = (PF_t - B_t)(1 + R_{t+1}) = 0$$

où R_{t+1} désigne le rendement réel annuel du portefeuille. Ce rendement dépend des performances des actifs composant le portefeuille :

$$R_{t+1} = \lambda(1 + ra_{t+1}) + (1 - \lambda)(1 + ro_{t+1})$$

avec λ représentant la part en actions du portefeuille, $(1 - \lambda)$ la part en actif moins risqué du portefeuille, ra_{t+1} le rendement réel des actions et ro_{t+1} le rendement réel de l'actif associé aux actions. Par exemple, $\lambda = 0,3$ signifie que les actions représentent 30% du portefeuille et que l'actif associé aux actions (dans nos simulations, l'actif obligataire, l'actif monétaire ou

l'actif immobilier) compose 70% du portefeuille géré par l'agent représentatif durant la phase de distribution du capital.

Le risque d'épuisement du capital ou la probabilité de ruine noté PR_t est tel que :

$$PR_t = P(PF_{t+1}) = 0$$

En t , l'individu prélève la totalité de son portefeuille. En $t+1$, la valeur de ce portefeuille est donc nulle.

Comme dans la section 3.2 du chapitre consacré à l'évaluation du risque de trajectoire de la phase d'accumulation, nous simulons trois couples d'actifs : actions – obligations, actions – actif monétaire, actions – actif immobilier. Pour chaque couple, λ qui désigne la part en actions du portefeuille peut prendre les valeurs suivantes : 0%, 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90% et 100%.

A ces stratégies alternatives d'allocation d'actifs, nous associons différents taux de prélèvement réel w : 2,5%, 3%, 3,5%, 4%, 4,5%, 5%, 5,5%, 6%, 6,5% et 7%.

100 000 simulations sont effectuées pour chaque allocation d'actifs et pour chaque stratégie de prélèvement en utilisant la méthodologie du bootstrap paramétrique définie dans le chapitre précédent. Nous indiquons quel taux de remplacement, selon différents scénarii concernant la phase d'accumulation, peut être obtenu à partir d'un taux de retrait déterminé.

Afin d'avoir un ordre de mesure de la pension perçue par le retraité, nous exprimons ces différents taux de prélèvement en terme de taux de remplacement.

Pour chaque stratégie de prélèvement w_i , nous avons un taux de remplacement θ_i qui dépend de la valeur du portefeuille à la fin de la phase d'accumulation et du dernier salaire perçu. Ce taux de remplacement peut s'écrire de la manière suivante :

$$\theta_i = w_i \frac{PF_{40}}{(1 + g_w)^{39}}$$

$$\theta_i = w_i \psi_i$$

où nous reprenons la notation du chapitre précédent avec PF_{40} la valeur du portefeuille à la fin de la phase d'accumulation, ψ_i le ratio d'accumulation et $(1 + g_w)^{39}$ le dernier salaire

perçu. g_w est le taux de croissance du salaire fixé à 2%. La valeur du portefeuille dépend de la stratégie d'allocation d'actifs et des performances financières de ces actifs. L'agent représentatif investit 23,8% de son revenu dans un plan épargne-retraite pendant 40 ans. Le portefeuille est investi exclusivement en actions.

Comme nous avons pour chaque simulation un ratio d'accumulation, nous obtenons une distribution de 100000 ratios d'accumulation. Le ratio d'accumulation est le rapport entre la valeur du portefeuille au bout de 40 ans et le dernier salaire perçu. Dans un scénario pessimiste, nous pouvons fixer la valeur du portefeuille détenu par l'agent au premier quartile de la distribution. Dans un scénario médian, le montant du portefeuille est égal à la médiane de la distribution. Dans un scénario optimiste, la valeur du portefeuille correspond au troisième quartile. Les taux de remplacement pour les différents taux de prélèvements sont présentés dans le tableau 1.

Le taux de remplacement théorique varie de 45,60% à 127,68% dans le scénario optimiste, de 29,53% à 82,67% dans le scénario médian et de 14,23% à 39,84% dans le scénario pessimiste. Pour un taux de retrait déterminé, le taux de remplacement théorique dépend beaucoup des rendements des actifs durant la phase d'accumulation. Pour un taux de retrait de 5%, le taux de remplacement peut être de 91,20% dans le scénario optimiste alors qu'il est inférieur à 30% dans le scénario pessimiste.

Tableau 4.1 : Taux de retrait réel et taux de remplacement

Taux de retrait	Taux de remplacement théorique en fonction du taux de retrait		
	Scénario pessimiste	Scénario médian	Scénario optimiste
2,5%	14,23%	29,53%	45,60%
3%	17,08%	35,43%	54,72%
3,5%	19,92%	41,34%	63,84%
4%	22,77%	47,24%	72,96%
4,5%	25,61%	53,15%	82,08%
5%	28,46%	59,05%	91,20%
5,5%	31,31%	64,96%	100,32%
6%	34,15%	70,86%	109,44%
6,5%	37,00%	76,77%	118,56%
7%	39,84%	82,67%	127,68%

Source : calculs de l'auteur

4.2.2 Taux de retrait réel et risque d'épuisement du capital

Nous calculons d'abord la probabilité d'épuiser le capital avant une certaine durée de retraite (15, 20 ou 30 années de retraite) pour chaque taux de retrait et pour chaque allocation d'actifs possible.

Les tableaux 4.2, 4.3 et 4.4 présentent les probabilités d'épuisement du capital au cours des 15, 20 et 30 premières années de retraite pour différents taux de prélèvement et différentes stratégies d'allocations. Pour chaque taux de retrait, nous indiquons, en caractère gras, la stratégie qui minimise le risque de ruine.

**Tableau 4.2 : : Risque d'épuisement du capital
au cours des 15 premières années de retraite**

Portefeuille actions – obligations											
Tx de retrait	Part du portefeuille en actions										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
2,5%	3,82%	2,67%	2,23%	1,99%	1,85%	1,86%	1,86%	1,95%	2,15%	2,40%	3,68%
3%	6,84%	4,98%	4,10%	3,65%	3,56%	3,44%	3,53%	3,60%	3,93%	4,39%	5,51%
3,5%	11,50%	8,91%	7,56%	6,78%	6,26%	6,16%	6,20%	6,35%	6,72%	7,34%	8,31%
4%	16,06%	13,03%	10,94%	9,85%	9,36%	9,04%	8,81%	8,93%	9,39%	9,76%	12,23%
4,5%	22,41%	18,80%	16,16%	14,24%	13,13%	12,39%	11,97%	12,14%	12,60%	13,25%	15,71%
5%	28,47%	24,68%	21,77%	19,11%	17,62%	16,80%	16,20%	16,27%	16,42%	16,94%	18,93%
5,5%	35,48%	31,10%	27,58%	24,69%	22,76%	21,22%	20,29%	19,91%	19,94%	19,97%	22,58%
6%	41,03%	37,95%	33,96%	31,19%	28,87%	27,27%	26,10%	25,53%	25,16%	25,11%	26,51%
6,5%	47,90%	43,50%	40,01%	36,99%	34,32%	32,11%	30,89%	29,94%	29,50%	29,30%	31,59%
7%	54,75%	51,10%	47,13%	43,51%	40,67%	38,19%	36,45%	35,11%	34,26%	33,79%	35,11%
Portefeuille actions – actif monétaire											
Tx de retrait	Part du portefeuille en actions										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
2,5%	4,68%	3,12%	2,34%	1,96%	1,76%	1,77%	1,81%	2,02%	2,27%	2,59%	3,68%
3%	7,92%	5,59%	4,50%	3,88%	3,62%	3,53%	3,70%	3,94%	4,19%	4,74%	5,51%
3,5%	12,83%	9,42%	7,90%	6,94%	6,29%	6,00%	6,00%	6,31%	6,77%	7,25%	8,31%
4%	17,76%	13,77%	11,60%	10,31%	9,30%	8,87%	8,83%	9,10%	9,62%	10,03%	12,23%
4,5%	25,07%	19,98%	16,81%	14,67%	13,59%	12,88%	12,66%	12,59%	12,94%	13,49%	15,71%
5%	31,57%	25,79%	22,22%	20,12%	18,12%	17,38%	16,80%	16,54%	16,50%	16,92%	18,93%
5,5%	39,03%	33,79%	29,54%	26,41%	24,27%	22,66%	22,00%	21,60%	21,27%	21,33%	22,58%
6%	46,51%	41,07%	36,06%	32,45%	29,28%	27,50%	26,34%	25,68%	25,56%	25,56%	26,51%
6,5%	53,32%	48,53%	43,67%	40,00%	37,16%	34,60%	32,88%	31,60%	31,16%	30,64%	31,59%
7%	61,15%	55,84%	50,37%	45,89%	42,52%	39,63%	37,47%	35,87%	34,96%	34,31%	35,11%
Portefeuille actions – immobilier											
Tx de retrait	Part du portefeuille en actions										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
2,5%	5,50%	4,09%	3,30%	2,67%	2,35%	2,10%	2,01%	2,06%	2,14%	2,37%	3,68%
3%	8,26%	6,92%	5,73%	4,94%	4,18%	3,99%	3,78%	3,78%	4,00%	4,51%	5,51%
3,5%	11,44%	9,69%	8,25%	7,39%	6,53%	6,00%	5,75%	5,72%	5,97%	6,47%	8,31%
4%	14,64%	13,14%	11,40%	10,42%	9,44%	8,88%	8,43%	8,46%	8,92%	9,67%	12,23%
4,5%	18,31%	16,72%	14,91%	13,82%	12,61%	12,08%	11,69%	11,88%	12,28%	13,13%	15,71%
5%	23,45%	20,50%	18,44%	17,16%	16,08%	15,42%	15,45%	15,61%	16,12%	16,95%	18,93%
5,5%	27,57%	24,20%	22,48%	21,05%	20,09%	19,45%	19,28%	19,37%	19,77%	20,78%	22,58%
6%	32,08%	29,19%	27,34%	25,84%	24,64%	23,99%	23,58%	23,38%	23,94%	24,67%	26,51%
6,5%	35,69%	33,82%	31,68%	29,99%	28,60%	27,86%	27,74%	27,63%	28,30%	29,25%	31,59%
7%	41,78%	38,73%	36,57%	34,83%	33,87%	33,16%	32,80%	32,78%	33,21%	33,83%	35,11%

Source : calculs de l'auteur

Pour chaque taux de retrait, nous indiquons, en caractère gras, la stratégie qui minimise le risque de ruine.

**Tableau 4.3 : Risque d'épuisement du capital
au cours des 20 premières années de retraite**

Portefeuille actions – obligations											
Tx de retrait	Part du portefeuille en actions										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
2,5%	17,46%	13,76%	11,41%	9,76%	8,81%	8,31%	8,09%	8,06%	8,31%	8,82%	10,81%
3%	24,97%	20,52%	17,57%	15,57%	14,04%	13,17%	12,80%	12,77%	12,93%	13,30%	15,28%
3,5%	34,11%	29,45%	25,43%	22,68%	20,47%	19,06%	18,40%	18,01%	17,95%	18,24%	20,08%
4%	41,95%	37,29%	32,98%	29,68%	26,96%	25,16%	23,94%	23,31%	22,95%	22,82%	25,56%
4,5%	50,36%	45,68%	41,12%	37,52%	34,62%	32,57%	30,98%	29,58%	29,12%	28,38%	30,92%
5%	57,31%	53,19%	48,60%	44,80%	41,06%	38,37%	36,11%	34,80%	33,68%	32,95%	34,38%
5,5%	64,12%	60,20%	55,74%	51,76%	48,40%	45,27%	42,94%	40,98%	39,84%	38,75%	38,98%
6%	69,29%	66,56%	62,54%	58,70%	54,83%	51,53%	48,73%	46,54%	44,75%	43,25%	44,29%
6,5%	74,99%	71,07%	67,44%	63,67%	59,72%	56,52%	53,69%	51,37%	49,42%	47,86%	49,01%
7%	79,45%	76,81%	73,47%	70,15%	66,58%	63,17%	59,94%	57,03%	54,73%	52,88%	52,99%
Portefeuille actions – actif monétaire											
Tx de retrait	Part du portefeuille en actions										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
2,5%	20,67%	15,52%	12,58%	10,66%	9,54%	8,87%	8,54%	8,55%	8,76%	9,22%	10,81%
3%	29,11%	23,16%	19,59%	16,88%	15,10%	14,01%	13,33%	13,15%	13,27%	13,52%	15,28%
3,5%	39,43%	32,84%	27,95%	24,37%	21,96%	20,21%	19,32%	18,82%	18,86%	18,88%	20,08%
4%	48,75%	41,94%	36,44%	31,89%	28,27%	26,21%	24,64%	24,00%	23,51%	23,63%	25,56%
4,5%	57,78%	51,15%	45,64%	40,80%	36,88%	33,59%	31,53%	30,16%	29,25%	28,84%	30,92%
5%	65,07%	59,24%	53,28%	48,02%	44,03%	40,24%	37,40%	35,76%	34,52%	33,55%	34,38%
5,5%	71,32%	66,80%	61,72%	56,51%	51,75%	47,47%	44,67%	42,27%	40,33%	38,98%	38,98%
6%	76,85%	73,74%	68,59%	63,19%	58,18%	53,90%	50,46%	47,55%	45,44%	43,72%	44,29%
6,5%	82,62%	79,84%	75,52%	70,72%	65,66%	61,45%	57,87%	54,56%	51,98%	49,53%	49,01%
7%	85,96%	84,57%	80,58%	75,99%	71,11%	66,56%	62,68%	59,28%	56,75%	54,61%	52,99%
Portefeuille actions – immobilier											
Tx de retrait	Part du portefeuille en actions										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
2,5%	15,14%	13,21%	11,52%	10,32%	9,08%	8,39%	7,97%	7,80%	7,93%	8,41%	10,81%
3%	20,93%	17,65%	15,80%	14,22%	13,21%	12,62%	12,28%	12,39%	12,53%	13,17%	15,28%
3,5%	26,12%	23,10%	21,28%	19,38%	17,87%	16,87%	16,50%	16,47%	17,02%	17,66%	20,08%
4%	31,15%	28,28%	26,09%	24,16%	22,74%	21,88%	21,51%	21,39%	21,79%	22,56%	25,56%
4,5%	36,18%	33,58%	31,51%	29,36%	27,87%	26,83%	26,26%	26,17%	26,55%	27,29%	30,92%
5%	42,31%	39,64%	37,37%	35,46%	33,66%	32,70%	31,97%	31,91%	32,11%	32,65%	34,38%
5,5%	47,22%	43,97%	41,88%	39,80%	38,45%	37,45%	36,93%	36,76%	37,03%	37,70%	38,98%
6%	51,47%	49,67%	47,44%	45,72%	44,32%	43,11%	42,38%	41,98%	42,01%	42,29%	44,29%
6,5%	56,13%	53,76%	52,30%	50,47%	49,15%	48,35%	47,73%	47,08%	47,01%	47,21%	49,01%
7%	61,37%	58,73%	57,35%	55,82%	54,73%	53,67%	52,84%	52,17%	52,12%	51,64%	52,99%

Source : calculs de l'auteur

Pour chaque taux de retrait, nous indiquons, en caractère gras, la stratégie qui minimise le risque de ruine.

**Tableau 4.4 : Risque d'épuisement du capital
au cours des 30 premières années de retraite**

Portefeuille actions – obligations											
Tx de retrait	Part du portefeuille en actions										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
2,5%	49,44%	43,48%	38,46%	33,86%	30,41%	27,48%	25,70%	24,37%	23,75%	23,39%	25,80%
3%	58,41%	53,16%	48,05%	43,39%	39,47%	36,26%	33,68%	32,05%	30,77%	29,98%	31,31%
3,5%	67,59%	62,89%	57,62%	52,57%	48,29%	44,67%	41,80%	39,74%	37,81%	36,49%	38,16%
4%	73,83%	69,98%	65,54%	60,70%	56,01%	51,92%	48,81%	45,96%	43,69%	42,50%	43,97%
4,5%	79,73%	76,82%	72,72%	68,05%	63,43%	59,59%	56,12%	53,19%	51,14%	49,01%	49,37%
5%	83,64%	81,24%	77,56%	73,31%	69,33%	65,44%	61,73%	58,40%	55,49%	53,15%	53,90%
5,5%	86,66%	85,10%	81,72%	78,13%	74,57%	70,77%	67,20%	63,83%	61,00%	58,80%	57,60%
6%	89,54%	88,45%	85,71%	82,59%	79,19%	75,48%	72,20%	68,77%	65,94%	63,38%	62,88%
6,5%	92,19%	90,82%	88,47%	85,61%	82,37%	78,76%	75,60%	72,46%	69,40%	66,75%	66,24%
7%	93,88%	92,89%	91,18%	88,94%	86,30%	83,37%	79,93%	77,07%	74,14%	71,09%	69,47%
Portefeuille actions – actif monétaire											
Tx de retrait	Part du portefeuille en actions										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
2,5%	57,94%	50,70%	44,15%	38,39%	33,60%	29,97%	27,48%	25,93%	24,85%	24,46%	25,80%
3%	67,81%	61,61%	54,97%	48,78%	43,33%	39,08%	35,64%	33,35%	31,97%	30,77%	31,31%
3,5%	75,43%	70,51%	64,54%	58,55%	52,85%	48,13%	43,81%	40,72%	38,66%	36,93%	38,16%
4%	81,29%	77,63%	72,38%	66,41%	60,81%	55,85%	51,48%	47,94%	45,37%	43,59%	43,97%
4,5%	86,79%	83,81%	79,46%	73,79%	68,67%	63,56%	59,10%	55,11%	51,73%	49,20%	49,37%
5%	90,00%	88,04%	84,25%	79,35%	74,35%	69,06%	64,74%	60,88%	57,61%	54,62%	53,90%
5,5%	91,92%	90,72%	87,72%	83,53%	79,10%	74,66%	70,09%	65,95%	62,46%	59,64%	57,60%
6%	93,94%	92,91%	90,57%	87,45%	83,51%	78,99%	74,44%	70,32%	66,67%	63,53%	62,88%
6,5%	95,35%	95,30%	93,34%	90,86%	87,52%	83,51%	79,20%	75,25%	71,35%	68,54%	66,24%
7%	96,39%	96,07%	94,75%	92,80%	89,89%	86,38%	82,26%	78,40%	74,71%	71,77%	69,47%
Portefeuille actions – immobilier											
Tx de retrait	Part du portefeuille en actions										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
2,5%	34,06%	31,14%	28,31%	25,95%	24,19%	22,88%	22,17%	21,90%	22,50%	23,17%	25,80%
3%	41,08%	37,55%	34,90%	32,55%	31,00%	29,46%	28,58%	28,35%	28,54%	29,06%	31,31%
3,5%	47,02%	44,33%	41,72%	39,66%	37,58%	36,27%	35,32%	34,88%	35,12%	35,48%	38,16%
4%	53,21%	50,39%	47,97%	46,00%	44,30%	42,91%	41,86%	41,29%	41,11%	41,44%	43,97%
4,5%	58,39%	55,69%	53,82%	51,99%	50,29%	48,85%	47,90%	47,04%	46,79%	47,14%	49,37%
5%	63,23%	60,85%	58,53%	56,79%	55,37%	54,13%	53,11%	52,29%	52,15%	52,07%	53,90%
5,5%	68,27%	66,01%	64,16%	62,32%	60,56%	59,36%	58,09%	57,38%	56,80%	56,44%	57,60%
6%	71,01%	69,30%	67,75%	66,44%	65,07%	64,02%	62,94%	62,35%	61,80%	61,49%	62,88%
6,5%	74,78%	73,39%	72,04%	70,96%	69,83%	68,67%	67,87%	67,35%	66,84%	66,24%	66,34%
7%	78,29%	77,00%	75,78%	74,83%	73,62%	72,53%	71,58%	70,50%	69,71%	69,19%	69,47%

Source : calculs de l'auteur

Pour chaque taux de retrait, nous indiquons, en caractère gras, la stratégie qui minimise le risque de ruine.

Sans surprise, le risque de longévité augmente avec le taux de prélèvement. Plus le retrait est élevé, plus la probabilité d'épuiser le capital avant 15, 20 ou 30 années de retraite augmente. Mais ce qui est intéressant dans cet exercice est de donner un ordre de grandeur des risques à prendre dans le choix de certains niveaux de prélèvement.

Le risque d'épuisement du capital au cours des 15 premières années de retraite est relativement limité pour des taux de retrait variant de 2,5% à 4%. Pour un portefeuille mixte (actions – obligations, actions – actif monétaire ou actions – actif immobilier), la probabilité d'épuiser le capital accumulé si l'individu prélève chaque année 4% du portefeuille initial (soit un taux garantissant un taux de remplacement de 22,77% dans le scénario pessimiste et de 72,96% dans le scénario optimiste) est inférieure à 10% à condition que la part en actions soit au moins de 30%. Pour les trois couples d'actifs simulés et un taux de retrait de 4%, l'allocation du portefeuille qui permet de minimiser le risque d'épuisement du capital consiste à choisir 60% d'actions : la probabilité d'épuisement du capital est de 8,81% pour un portefeuille 60% actions – 40% obligations, de 8,83% pour un portefeuille 60% actions – 40% actif monétaire et de 8,43% pour un portefeuille 60% actions – 40% actif immobilier.

Pour des taux de prélèvement plus élevés (notamment les taux de retrait variant de 5,5% à 7% qui permettent d'assurer dans le scénario médian un taux de remplacement supérieur à 60%), le risque augmente de manière non négligeable, le rendement du portefeuille étant inférieur au retrait annuel. Par exemple, pour un retrait réel de 6% du portefeuille initial, la probabilité d'épuiser le capital au cours des 15 premières années est de 25,11% pour un portefeuille 90% actions – 10% obligations, de 25,56% pour un portefeuille 90% actions – 10% actif monétaire et de 23,38% pour un portefeuille 70% actions – 30% actif immobilier. Plus généralement, plus le retrait annuel est élevé, plus la part en actions du portefeuille doit être élevée, du fait de la supériorité du rendement des actions sur celui des obligations, de l'actif monétaire ou de l'actif immobilier. Néanmoins, quel que soit le taux de prélèvement, un portefeuille mixte est toujours préférable à un portefeuille à support unique. Pour un taux de retrait de 7% (soit un taux assurant un taux de remplacement de 39,84% dans le scénario pessimiste, de 82,67% dans le scénario médian et de 127,68% dans le scénario optimiste), la part en actions du portefeuille qui permet de minimiser le risque d'épuiser le capital au cours des 15 premières années est de 90% pour les couples actions – obligations et actions – actif monétaire et de 30% pour le couple actions – actif immobilier.

Comme on pouvait s'y attendre, les probabilités d'épuiser le capital au cours des 20 premières années de retraite sont plus élevées. Pour des prélèvements annuels variant de 6% à 7% du portefeuille initial, la probabilité de liquider la totalité du portefeuille avant décès dépasse maintenant 40% pour chaque allocation d'actifs simulée. Pour un portefeuille comportant 90% d'actions et 10% d'obligations la probabilité d'épuisement du capital au cours des 20 premières années, est de 43,25% pour un retrait de 6%, de 47,86% pour un retrait de 6,5% et de 52,88% pour un retrait de 7%.

Du fait de la supériorité du rendement de l'immobilier sur celui des obligations ou de l'actif monétaire, le risque de longévité lié à des allocations actions – actif immobilier est moins élevé. Par exemple, pour un taux de retrait de 5%, le portefeuille 50% actions – 50% actif immobilier a une probabilité d'épuisement du capital de 32,70% contre 38,37% pour un portefeuille 50% actions – 50% obligations et de 40,24% pour un portefeuille 50% actions – 50% actif monétaire. Investir la totalité du portefeuille sur le marché immobilier conduit à une probabilité de liquider la totalité du capital avant décès de 63,23% pour un retrait de 5% contre 83,64% pour un portefeuille obligataire et 90% pour un portefeuille monétaire. Ces probabilités restent cependant plus élevées que celles liées à un investissement exclusif en actions. Pour un retrait annuel de 7% et un investissement exclusif en immobilier, la probabilité d'épuisement du capital est de 61,37% contre 53% pour un portefeuille d'actions.

Les probabilités d'épuiser le capital au cours des 30 premières années de placement sont nettement plus importantes. A partir d'un portefeuille d'actions, il y a plus d'une chance sur deux d'épuiser la totalité du capital en choisissant un taux de retrait de 5% et plus de 2 chances sur 3 d'avoir prélevé la totalité du portefeuille avant la trentième année de retraite si l'individu prélève chaque année un montant réel égal à 6% du portefeuille initial. Dans près de 7 cas sur 10, le capital est épuisé avant la trentième année de retraite si l'individu retire un montant réel correspondant à 7% du portefeuille initial (soit un prélèvement annuel assurant un taux de remplacement de 39,84% dans le scénario pessimiste, de 82,67% dans le scénario médian et de 127,68% dans le scénario optimiste). Concernant les autres portefeuilles à support unique, les probabilités sont très élevées, et ce, même pour des taux de retrait assez faibles. Prélever chaque année 2,5% du portefeuille initial conduit à une probabilité de ruine de 49,44% pour un portefeuille d'obligations et de 57,94% pour un portefeuille monétaire alors qu'un taux de retrait de 5% est lié à une probabilité d'épuisement du capital de 83,64% pour un portefeuille obligataire, de 90% pour un portefeuille monétaire et de 63,23% pour un portefeuille immobilier.

Pour cette mesure du risque d'épuisement du capital au cours des 30 premières années, les stratégies mixtes offrent peu d'intérêt. Pour les couples actions – obligations et actions – actif monétaire, la part en actions du portefeuille doit être de 90% pour un taux de retrait variant de 2,5% à 5% et de 100% pour un taux de prélèvement variant de 5,5% à 7%. Pour ces derniers taux, seul l'immobilier peut inciter l'individu à ne pas privilégier l'investissement exclusif en actions mais la part consacrée à l'immobilier est malgré tout assez faible (10%).

Ces résultats sont assez différents de ceux mis en évidence sur données américaines par Bengen [1994 et 1996].

Bengen [1994] démontre notamment qu'un retrait annuel de 3% du portefeuille initial apparaît soutenable pour chaque cohorte étudiée et qu'un taux de retrait de 4% n'épuise pas le portefeuille si sa part en actions est comprise entre 50 et 75% d'actions.

Pour ces différents taux de retrait, notre étude présente des résultats moins favorables : le risque de longévité d'une stratégie visant à prélever chaque année 3% du portefeuille initial et à réinvestir chaque année le capital restant exclusivement en actions est de plus de 30%. Pour un taux de 4%, l'individu a plus de 2 chances sur 5 d'épuiser le capital avant 30 années de retraite.

Cette différence s'explique par le fait que les rendements des actifs français sont inférieurs à ceux des actifs américains.

Le risque de longévité, estimé comme la probabilité d'épuiser la totalité du capital avant décès, est assez important. Les recommandations de Bengen ne sont donc pas applicables dans le contexte historique des rendements financiers français.

4.2.3 Risque de longévité et espérance de survie à chaque âge

Nous avons, jusqu'à présent, mesurer le risque de longévité comme la probabilité d'épuiser le capital avant un certain nombre d'années de retraite. Cette mesure ne prend cependant pas en compte l'espérance de vie à la retraite de l'individu. Par exemple, calculer la probabilité d'épuiser le capital au cours des 30 premières années de retraite pour mesurer le risque de longévité peut conduire à le surestimer si l'individu a une espérance de vie à la retraite de seulement 20 années.

Prendre en considération les espérance de vie à la retraite est donc nécessaire pour avoir une vision plus fine du risque de longévité. En conséquence, nous calculons un indicateur qui

consiste à faire la somme des probabilités d'épuiser le capital à l'instant t pondérées par les probabilités pour un individu partant à la retraite à 62 ans d'être vivant à cette date t .

Formellement, cet indicateur est calculé de la manière suivante.

$PEC(t)$ désigne la probabilité d'épuisement du capital à l'instant t .

$$PEC(t) = P(PF_t = 0)$$

La probabilité d'épuisement du capital avant décès est donc égale à la somme des probabilités d'épuisement du capital à l'instant t , pondérées par les probabilités pour un individu de 62 ans d'être vivant à l'instant t (62 ans étant l'âge du départ à la retraite).

$$PECEV(t) = \sum_{t=1}^N PEC(t) \cdot {}_t p_x$$

$PECEV$ désigne la probabilité d'épuiser le capital en étant encore vivant et ${}_t p_x$ représente la probabilité pour un individu partant à la retraite à l'âge x d'être vivant à l'âge $x+t$. Cette probabilité est calculée de la manière suivante :

Soit l_x la population d'âge x .

$${}_t p_x = \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

${}_t p_x$ est calculé en faisant le rapport entre la population d'âge $x+t$ et la population d'âge t en utilisant les données des tables de mortalité par génération.

Une autre manière de calculer les espérances de survie à chaque âge est de soustraire à 100% le quotient de mortalité qui est la probabilité pour les personnes survivantes à un âge, de décéder avant l'âge suivant. Soit :

$$q_{x,t} = \frac{l_x - l_{x+t}}{l_x}$$

$${}_t p_x = 1 - q_{x,t}$$

Ces probabilités de survie à chaque âge sont calculées à partir des tables de mortalité.

Deux types de tables de mortalité existent : la table de mortalité du moment et la table de mortalité par génération. Une table de mortalité du moment se réalise en constituant des cohortes fictives qui adopteraient tout au long de leur existence, les comportements de mortalité, de fécondité et de migration que traduisent les taux par âge observés à un moment donné. Une table de mortalité par génération se réalise de la même manière qu'une table de mortalité du moment mais au lieu de créer des cohortes fictives, la table est construite en

observant les niveaux réels de fécondité, de mortalité et de migration d'une génération particulière. Une table de mortalité par génération est donc plus représentative de la réalité. C'est cette méthodologie qui est privilégiée pour l'étude des régimes de retraite, l'effectif d'une population retraitée étant la superposition de plusieurs cohortes¹²⁰.

Les tables de mortalité par génération utilisées par les assureurs (conformément à l'arrêté du 28 juillet 1993) sont les tables prospectives féminines des générations 1897 à 1937¹²¹. Elles résument la mortalité de ces générations et indiquent pour chaque génération, année après année, le nombre de survivants jusqu'à disparition complète de toute la génération. Par souci de simplification, les assureurs utilisent aussi une table de mortalité unique, la TPRV93, qui correspond à la table complète de la génération 1950¹²².

Récemment, de nouvelles tables de mortalité ont été créées permettant de prendre en considération l'allongement de l'espérance de vie¹²³. Les assureurs peuvent les utiliser à partir du 1^{er} janvier 2007 conformément à l'arrêté du 1^{er} août 2006. Elles ont été introduites dans le Code des assurances à l'article A. 335-1 qui vise la tarification et le provisionnement des contrats de rentes viagères. Ces tables ont été construites pour les générations allant de 1900 à 2005¹²⁴. Contrairement à la TPG 1993 les générations sont données en ligne et les âges en colonne. Ces tables donnent le nombre de survivants pour chaque génération et à chaque âge en débutant 100 000 à la naissance. Cependant pour les générations antérieures à 1996, les tables débutent pour chacune d'entre elles à 100 000 en 1996 (par exemple pour la génération 1980, on trouve 100 000 à l'âge de 16 ans). Si nous considérons un individu âgé en 2007 de 62 ans, la durée de vie considérée pour le calcul de la rente viagère est l'espérance de vie.

La figure 4.1 et le tableau 4.5 illustrent l'espérance de vie plus élevée des femmes. Une femme de 62 ans a une probabilité de 96,7% d'être vivante à 70 ans contre 94,8% pour un homme. Mais surtout si une femme de 62 ans a plus de 62% de chance d'être encore vivante à 90 ans, cette probabilité n'est que de 46,5% pour un homme.

¹²⁰ Voir Caselli, Vallin et Wunsch [2001] et Béhar [2005] pour des définitions plus détaillées des différentes tables de mortalité.

¹²¹ L'utilisation de tables prospectives féminines peut sembler prudente lorsqu'on les applique aux hommes, l'espérance de vie à 60 ans des hommes étant plus courte d'environ 5 années.

¹²² Des tableaux de décalage d'âge visant à déterminer l'âge technique de l'assuré, ont été établis. Ils permettent, à partir de la table TPRV93, d'obtenir des tarifications proches de celles résultant de l'application directe des tables de génération.

¹²³ La construction de ces tables a été faite sous l'égide de l'Institut des actuaires par les organismes professionnels de l'assurance : la FFSA (Fédération Française des Sociétés d'Assurances), le CTIP (Centre Technique des Institutions de Prévoyance), le GEMA (Groupement des Entreprises Mutuelles d'Assurances) et la FNMF (Fédération Nationale de la Mutualité Française) et le laboratoire de l'ISFA (Institut de Science Financière et d'Assurances).

¹²⁴ Initialement, ces tables ont été construites pour les générations allant de 1876 à 2150.

Figure 4.1 : Comparaison des probabilités de survie à chaque âge d'un homme et d'une femme de 62 ans

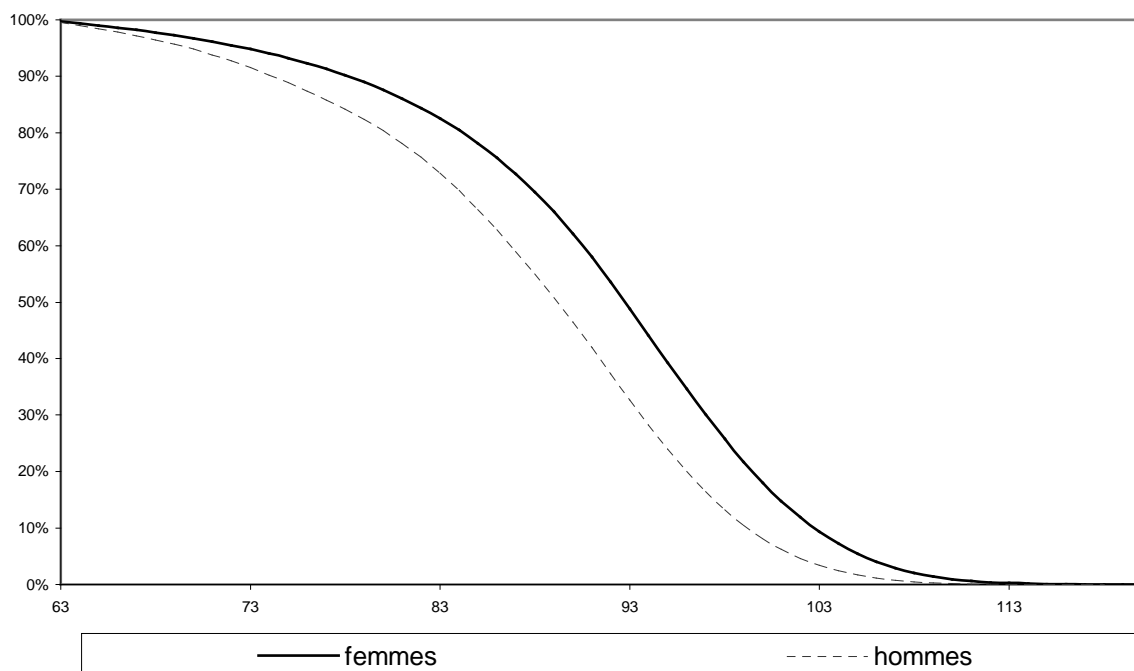


Tableau 4.5 : Probabilité d'atteindre l'âge x pour un homme ou une femme de 62 ans

Probabilité d'atteindre l'âge x	Homme	Femme
70	94,8%	96,7%
75	88,8%	93,2%
80	80,3%	87,5%
85	60,4%	78,1%
90	46,5%	62,2%
95	24,0%	39,3%

Source : calculs de l'auteur

**Tableau 4.6 : Risque de longévité et espérance de survie :
comparaison hommes / femmes
Portefeuille actions - obligations**

Hommes											
Tx de retrait	Part du portefeuille en actions										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
2,5%	36,03%	31,80%	28,07%	24,87%	22,31%	20,34%	18,96%	18,04%	17,54%	17,35%	19,51%
3%	43,23%	39,00%	35,15%	31,85%	29,07%	26,83%	25,13%	23,88%	23,04%	22,53%	23,92%
3,5%	50,57%	46,76%	42,77%	39,13%	35,96%	33,32%	31,25%	29,71%	28,62%	27,86%	29,24%
4%	56,23%	52,68%	48,98%	45,41%	42,06%	39,12%	36,77%	34,94%	33,54%	32,55%	34,12%
4,5%	61,84%	58,77%	55,29%	51,77%	48,48%	45,57%	42,99%	40,89%	39,27%	38,00%	38,73%
5%	65,99%	63,26%	59,99%	56,71%	53,45%	50,46%	47,73%	45,40%	43,43%	41,86%	42,46%
5,5%	69,55%	67,53%	64,51%	61,35%	58,23%	55,27%	52,52%	50,10%	48,10%	46,47%	45,95%
6%	72,71%	71,24%	68,62%	65,74%	62,82%	59,86%	57,18%	54,65%	52,44%	50,61%	50,58%
6,5%	75,98%	74,12%	71,68%	68,98%	66,18%	63,32%	60,60%	58,11%	55,91%	54,00%	54,00%
7%	78,57%	77,15%	75,12%	72,78%	70,21%	67,58%	64,95%	62,47%	60,15%	58,06%	57,08%
Femmes											
Tx de retrait	Part du portefeuille en actions										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
2,5%	44,34%	39,70%	35,34%	31,48%	28,31%	25,74%	23,87%	22,56%	21,78%	21,39%	23,79%
3%	51,90%	47,44%	43,07%	39,22%	35,88%	33,13%	30,94%	29,26%	28,06%	27,26%	28,57%
3,5%	59,24%	55,40%	51,12%	47,04%	43,36%	40,19%	37,60%	35,63%	34,16%	33,07%	34,44%
4%	64,76%	61,28%	57,41%	53,58%	49,82%	46,38%	43,55%	41,27%	39,45%	38,11%	39,48%
4,5%	70,17%	67,25%	63,73%	60,02%	56,41%	53,11%	50,11%	47,56%	45,56%	43,96%	44,30%
5%	73,94%	71,40%	68,16%	64,80%	61,35%	58,07%	54,98%	52,24%	49,88%	47,95%	48,22%
5,5%	77,03%	75,31%	72,39%	69,20%	65,93%	62,75%	59,72%	56,93%	54,57%	52,60%	51,75%
6%	79,85%	78,59%	76,14%	73,31%	70,33%	67,24%	64,33%	61,55%	59,01%	56,87%	56,50%
6,5%	82,66%	81,12%	78,90%	76,30%	73,50%	70,54%	67,63%	64,86%	62,39%	60,17%	59,84%
7%	84,82%	83,66%	81,86%	79,67%	77,17%	74,50%	71,76%	69,09%	66,59%	64,23%	62,84%

Source : calculs de l'auteur

Pour chaque taux de retrait, nous indiquons, en caractère gras, la stratégie qui minimise le risque de ruine.

**Tableau 4.7 : Risque de longévité et espérance de survie :
comparaison hommes / femmes
Portefeuille actions –actif monétaire**

Hommes											
Tx de retrait	Part du portefeuille en actions										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
2,5%	42,24%	36,87%	32,06%	27,95%	24,68%	22,16%	20,38%	19,17%	18,45%	18,09%	19,51%
3%	49,56%	44,67%	39,85%	35,54%	31,89%	28,95%	26,64%	24,98%	23,84%	23,12%	23,92%
3,5%	56,40%	52,08%	47,44%	42,99%	38,98%	35,61%	32,87%	30,80%	29,38%	28,44%	29,24%
4%	62,15%	58,34%	53,95%	49,53%	45,38%	41,72%	38,64%	36,31%	34,55%	33,38%	34,12%
4,5%	67,58%	64,16%	60,22%	55,94%	51,83%	48,09%	44,89%	42,22%	40,03%	38,34%	38,73%
5%	71,44%	68,62%	64,99%	60,98%	56,97%	53,17%	49,86%	47,05%	44,70%	42,78%	42,46%
5,5%	74,42%	72,20%	69,07%	65,50%	61,73%	58,17%	54,79%	51,75%	49,20%	47,10%	45,95%
6%	77,19%	75,47%	72,77%	69,60%	66,08%	62,43%	58,88%	55,80%	53,10%	50,82%	50,58%
6,5%	79,84%	78,75%	76,45%	73,64%	70,44%	67,04%	63,72%	60,62%	57,83%	55,51%	54,05%
7%	81,72%	80,78%	78,79%	76,32%	73,43%	70,30%	66,99%	63,88%	61,04%	58,63%	57,08%
Femmes											
Tx de retrait	Part du portefeuille en actions										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
2,5%	51,59%	45,91%	40,40%	35,47%	31,39%	28,15%	25,75%	24,06%	22,96%	22,32%	23,79%
3%	59,01%	54,09%	48,80%	43,82%	39,47%	35,84%	32,88%	30,65%	29,03%	27,94%	28,57%
3,5%	65,52%	61,39%	56,52%	51,69%	47,10%	43,09%	39,71%	37,05%	35,12%	33,79%	34,44%
4%	70,90%	67,40%	62,98%	58,29%	53,70%	49,50%	45,78%	42,87%	40,60%	39,03%	39,48%
4,5%	75,89%	72,89%	69,09%	64,70%	60,22%	56,01%	52,32%	49,15%	46,46%	44,28%	44,30%
5%	79,17%	76,87%	73,50%	69,50%	65,28%	61,12%	57,36%	54,11%	51,33%	48,97%	48,22%
5,5%	81,64%	79,79%	76,97%	73,53%	69,68%	65,92%	62,24%	58,80%	55,82%	53,33%	51,75%
6%	83,94%	82,57%	80,20%	77,24%	73,79%	70,05%	66,24%	62,79%	59,73%	57,06%	56,50%
6,5%	86,07%	85,35%	83,39%	80,84%	77,77%	74,36%	70,85%	67,48%	64,37%	61,70%	59,84%
7%	87,53%	86,88%	85,23%	83,04%	80,33%	77,29%	73,90%	70,58%	67,44%	64,70%	62,84%

Source : calculs de l'auteur

Pour chaque taux de retrait, nous indiquons, en caractère gras, la stratégie qui minimise le risque de ruine.

**Tableau 4.8 : Risque de longévité et espérance de survie :
comparaison hommes / femmes
Portefeuille actions – actif immobilier**

Hommes											
Tx de retrait	Part du portefeuille en actions										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
2,5%	25,76%	23,41%	21,32%	19,58%	18,21%	17,20%	16,58%	16,34%	16,53%	17,09%	19,51%
3%	31,58%	28,58%	26,45%	24,70%	23,31%	22,24%	21,59%	21,34%	21,45%	21,91%	23,92%
3,5%	36,32%	33,98%	31,85%	30,03%	28,51%	27,44%	26,75%	26,46%	26,56%	26,95%	29,24%
4%	41,27%	39,00%	36,98%	35,20%	33,71%	32,59%	31,90%	31,52%	31,47%	31,76%	34,12%
4,5%	45,67%	43,54%	41,65%	39,97%	38,58%	37,44%	36,71%	36,29%	36,23%	36,53%	38,73%
5%	50,30%	47,92%	46,08%	44,50%	43,19%	42,09%	41,32%	40,88%	40,73%	40,90%	42,46%
5,5%	54,55%	52,26%	50,59%	49,01%	47,62%	46,52%	45,66%	45,13%	44,90%	44,92%	45,95%
6%	57,45%	55,95%	54,41%	53,03%	51,87%	50,90%	50,08%	49,54%	49,22%	49,15%	50,58%
6,5%	61,15%	59,73%	58,41%	57,23%	56,08%	55,16%	54,48%	53,96%	53,63%	53,42%	54,05%
7%	64,71%	63,24%	62,03%	60,91%	59,86%	58,93%	58,14%	57,42%	56,87%	56,58%	57,08%
Femmes											
Tx de retrait	Part du portefeuille en actions										
	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
2,5%	31,09%	28,49%	26,14%	24,15%	22,56%	21,37%	20,63%	20,33%	20,51%	21,07%	23,79%
3%	37,42%	34,22%	31,87%	29,90%	28,35%	27,10%	26,28%	25,93%	25,98%	26,42%	28,57%
3,5%	42,42%	40,06%	37,76%	35,77%	34,12%	32,92%	32,09%	31,66%	31,65%	31,95%	34,44%
4%	47,61%	45,38%	43,25%	41,35%	39,71%	38,46%	37,63%	37,14%	36,96%	37,13%	39,48%
4,5%	52,21%	50,04%	48,07%	46,30%	44,84%	43,59%	42,75%	42,24%	42,08%	42,28%	44,30%
5%	56,77%	54,43%	52,57%	50,97%	49,62%	48,43%	47,55%	47,00%	46,72%	46,78%	48,22%
5,5%	61,08%	58,96%	57,32%	55,69%	54,21%	53,01%	52,05%	51,39%	51,01%	50,86%	51,75%
6%	63,86%	62,45%	60,97%	59,59%	58,43%	57,42%	56,52%	55,87%	55,42%	55,21%	56,50%
6,5%	67,52%	66,25%	64,97%	63,81%	62,67%	61,68%	60,92%	60,30%	59,86%	59,52%	59,84%
7%	70,88%	69,57%	68,44%	67,35%	66,28%	65,33%	64,46%	63,63%	62,96%	62,54%	62,84%

Source : calculs de l'auteur

Pour chaque taux de retrait, nous indiquons, en caractère gras, la stratégie qui minimise le risque de ruine.

Les tableaux 4.6, 4.7 et 4.8 présentent les probabilités d'épuisement du capital avant décès pour chaque sexe. Comme dans la section 2, ces probabilités sont calculées pour différents taux de retrait (2,5%, 3%, 3,5%, 4%, 4,5%, 5%, 5,5%, 6%, 6,5% et 7%) et pour différentes stratégies de portefeuilles (trois couples d'actifs : actions – obligations, actions – actif monétaire, actions – actif immobilier, avec pour chaque couple, la part en actions du portefeuille variant de 0% à 100%).

Les résultats de nos simulations montrent que le risque de longévité n'est pas négligeable, et ce, quelle que soit l'allocation du portefeuille choisie.

Pour chaque configuration étudiée, les probabilités de ruine avant décès sont comprises entre les probabilités d'épuiser le capital au cours des 20 premières années de retraite calculées précédemment et les probabilités de ruine au cours des 30 premières années. Ceci s'explique par le fait que les probabilités d'être encore vivant à 82 ans (soit d'avoir déjà vécu 20 années de retraite) sont assez fortes si l'on se fie aux nouvelles tables de mortalité par génération (à 62 ans la probabilité d'être encore vivant à 82 ans est de 84,36% pour les femmes et de 75,66% pour les hommes) alors que les probabilités d'être encore vivant à 92 ans (soit d'avoir déjà vécu 30 années de retraite) sont nettement plus faibles : à 62 ans, la probabilité d'être encore vivant à 92 ans est de 53,51% pour les femmes et de 37,29% pour les hommes.

Pour un portefeuille d'actions, le risque de longévité encouru par un homme varie de 19,51% pour un taux de prélèvement de 2,5% (soit un taux de retrait assurant un taux de remplacement de 14,23% dans le scénario pessimiste, de 29,53% dans le scénario médian, et de 45,60% dans le scénario optimiste) à 57,08% pour un prélèvement réel de 7% du portefeuille initial (soit un prélèvement garantissant un taux de remplacement de 39,84% dans le scénario pessimiste, de 82,67% dans le scénario médian et 127,68% dans le scénario optimiste). En raison de leurs probabilités de survie à chaque âge plus élevées, le risque de longévité subi par les femmes est encore plus important : la probabilité d'épuisement du capital varie de 23,79% pour un taux de retrait de 2,5% à 62,84% pour un taux de retrait de 7%. Les risques sont encore plus forts pour les autres types de supports : pour un homme, un portefeuille obligataire est lié à une probabilité de ruine de 36,03% (44,34% pour une femme) s'il retire chaque année un montant réel égal à 2,5% du portefeuille initial, à 78,57% (84,82% pour une femme) s'il prélève chaque année un capital réel égal à 7% du portefeuille initial. Le portefeuille monétaire a des probabilités de ruine variant de 42,24% à 81,72% (de 51,59% à

87,53% pour une femme) et le portefeuille immobilier de 25,76% à 64,71% (de 31,09% à 70,88% pour une femme).

Nous pouvons cependant avoir une autre lecture de ces résultats. A condition d'accepter un risque d'épuiser le capital de 1 sur 2, un homme peut effectuer un retrait réel correspondant à 6% du portefeuille initial (soit un taux de prélèvement assurant un taux de remplacement de 70,86% dans le scénario médian).

De même, une femme qui accepte un risque de 1 sur 2, peut prélever chaque année un montant correspondant à 5,5% du portefeuille initial (soit un taux assurant une pension égale à 31,31% du dernier salaire dans le scénario pessimiste, de 64,96% du dernier salaire dans le scénario médian et de 100,32% du dernier salaire dans le scénario optimiste). Pour des retraits de 7% (soit un taux de remplacement de 39,84% dans le scénario pessimiste, de 82,67% dans le scénario médian et de 127,68% dans le scénario optimiste), un homme comme une femme doit tolérer un risque de longévité d'environ 6 sur 10. Pour le dire autrement, il est possible de prélever chaque année un montant réel égal à 7% du portefeuille initial sans épuiser la totalité du portefeuille avant décès dans environ 4 cas sur 10. Les risques à prendre sont beaucoup plus importants pour les autres supports : en plaçant la totalité de son portefeuille sur le marché obligataire, un taux de retrait de 7% est envisageable si un homme tolère un risque de près de 80% (84,82% s'il investit la totalité de son portefeuille sur le marché monétaire, 64,71% s'il place la totalité sur le marché immobilier). Une femme quant à elle doit accepter un risque de près de 85% (plus de 87% pour un portefeuille monétaire, plus de 70% pour un portefeuille immobilier).

Les portefeuilles diversifiés à partir des obligations ou de l'actif monétaire présentent peu d'intérêt. Pour un homme qui prélève chaque année un montant variant de 2,5% à 5% du portefeuille initial, la part en actions d'un portefeuille comprenant aussi des obligations doit être de 90% alors que pour un taux de prélèvement supérieur ou égal à 5,5%, l'allocation qui permet de minimiser le risque de longévité consiste à investir la totalité du portefeuille en actions durant la phase de distribution.

Comme dans la section 2, seul l'immobilier peut inciter le retraité à ne pas privilégier l'investissement exclusif en actions durant la phase de distribution. Pour un homme prélevant chaque année 2,5% à 4% du portefeuille initial, l'allocation qui minimise le risque de longévité consiste à composer le portefeuille de 70% d'actions et de 30% d'actif immobilier (la probabilité de ruine avant décès est de 16,34% pour un taux de prélèvement de 2,5%, de

21,34% pour un taux de 3% et de 26,46% pour un taux de 3,5%). Pour des taux de retrait variant de 4% à 5,5%, l'allocation est de 80% d'actions et de 20% d'immobilier (le risque de ruine est de 31,47% pour un retrait de 4%, de 36,23% pour un retrait de 4,5%, de 40,73% pour un retrait de 5% et de 44,90% pour un prélèvement de 5,5%). Enfin pour des retraits plus élevés (6% à 7%, correspondant à des taux de remplacement variant de 70,86% à 82,67% dans le scénario médian), la part optimale du portefeuille en actif immobilier est de 10% (soit une probabilité de ruine de 49,15% pour un taux de retrait de 6%, de 53,42% pour un retrait de 6,5% et de 56,58% pour un retrait de 7%).

Les résultats pour les femmes sont semblables, seul le retrait de 3,5% étant associé à une allocation optimale différente (80% actions – 20% actif immobilier contre 70% actions – 30% actif immobilier pour les hommes). Les probabilités de ruine sont néanmoins supérieures en moyenne de 4 à 6 points à celles des hommes en raison de probabilités de survie à chaque âge plus élevées. Par exemple, la probabilité d'épuisement du capital pour un taux de retrait annuel de 6% (soit un taux assurant, dans le scénario médian, une pension égale à 76,77% du dernier salaire) est de 55,21% contre 49,15% pour les hommes.

Nous pouvons attirer l'attention sur quelques résultats intéressants de ces simulations.

L'ampleur du risque de longévité dépend fortement du sexe de l'assuré. Le risque d'épuisement du capital est nettement plus élevé pour les femmes en raison de leurs espérances de survie à chaque âge plus élevées.

Tenir compte des espérances de vie n'a pas modifié en profondeur les conclusions des simulations précédentes : le risque des stratégies de retraits programmés est important et un individu averse au risque a intérêt à privilégier la conversion du capital en rente viagère.

L'allocation du portefeuille a peu d'influence sur le risque lié à la stratégie de prélèvement : sur données françaises, le portefeuille doit comporter une part très importante d'actions, et ce, quel que soit le taux de retrait choisi.

Ce dernier résultat est notamment en contradiction avec ceux découlant des simulations de Dus et al. [2005].

4.2.4 Sensibilité des résultats aux hypothèses formulées

Nous estimons d'abord l'impact des frais administratifs sur les probabilités d'épuisement du capital. Nous avons supposé dans notre scénario de référence une réduction au rendement de 0,4% par an. Cette hypothèse correspond notamment à celle formulée par Feldstein dans la plupart de ses travaux portant sur l'évaluation du risque de marché.

Nous simulons un scénario alternatif où les frais administratifs prélevés durant la phase de distribution ne sont pas pris en compte (scénario 2). Ce scénario nous permet ainsi de mesurer les conséquences sur les probabilités d'épuisement du capital de notre hypothèse concernant les frais administratifs. Un troisième scénario (scénario 3) suppose une réduction du rendement de 1%, soit des frais annuels plus élevés que ceux de notre scénario de référence.

Les simulations sont effectuées pour 3 portefeuilles : le portefeuille 100% actions qui est celui qui minimise, dans la plupart des configurations précédentes, le risque de ruine pour des taux de retrait élevés, le portefeuille 90% actions – 10% obligations qui est la configuration actions – obligations qui minimise les probabilités d'épuisement du capital pour de faibles retraits (taux variant de 2,5% à 5%), et le portefeuille 70% actions – 30% actif immobilier qui est la configuration actions – actif immobilier qui minimise la probabilité d'épuisement du capital pour de faibles retraits.

A la lecture des résultats, les frais administratifs ont un impact très mesuré sur les probabilités d'épuisement du capital (Tableau 4.9). Pour un portefeuille d'actions, la probabilité de ruine pour un homme varie, selon le taux de retrait, de 17,50% à 55,82% dans le scénario d'une absence totale de frais administratifs alors qu'elle varie de 19,51% à 57,08% dans notre scénario de référence (pour les femmes, la probabilité de ruine varie de 21,36% à 61,57% dans le scénario où les frais administratifs sont de 0%, de 23,79% à 62,84% dans notre scénario de référence). Pour chaque taux de retrait, la probabilité de ruine n'est pas beaucoup plus élevée dans le scénario 2 (réduction au rendement de 1%) : elle est de 21,37% si l'individu prélève chaque année 2,5% de son portefeuille, de 60,28% s'il retire 7%.

Les évaluations du risque de longévité semblent assez robustes puisque la probabilité de ruine dépend peu de la structure des frais administratifs propre à la phase de distribution. Par exemple, pour un portefeuille contenant 70% d'actions et 30% d'actif immobilier et un taux de prélèvement annuel réel de 5%, un homme a une probabilité de ruine de 40,88% dans le scénario de référence (réduction au rendement de 0,4%), de 39,13% dans le scénario 1 (absence de frais administratifs) et de 43,62% dans le scénario 2 (réduction au rendement de 1%).

Tableau 4.9 : Probabilité d'épuisement du capital et frais administratifs

	Hommes			Femmes		
	100%actions	90% actions 10% obligations	70% actions 30% actif immobilier	100%actions	90% actions 10% obligations	70% actions 30% actif immobilier
Différentiel scénario 1 (absence de frais administratifs) – scénario de référence						
2,5%	-2,01%	-1,50%	-1,53%	-2,43%	-1,78%	-1,87%
3%	-1,53%	-1,73%	-1,70%	-1,71%	-2,02%	-2,01%
3,5%	-2,10%	-1,90%	-1,93%	-2,46%	-2,19%	-2,26%
4%	-2,15%	-2,05%	-2,29%	-2,35%	-2,30%	-2,68%
4,5%	-2,13%	-2,11%	-1,35%	-2,24%	-2,34%	-1,54%
5%	-1,73%	-1,72%	-1,75%	-1,89%	-1,93%	-1,92%
5,5%	-1,08%	-2,11%	-1,89%	-1,20%	-2,21%	-2,01%
6%	-1,67%	-1,76%	-1,48%	-1,88%	-1,96%	-1,60%
6,5%	-1,96%	-1,59%	-2,22%	-2,06%	-1,65%	-2,37%
7%	-1,26%	-1,81%	-1,33%	-1,27%	-1,84%	-1,28%
Différentiel scénario 2 (réduction au rendement de 1%) – scénario de référence						
2,5%	1,86%	2,61%	2,39%	2,12%	3,18%	2,89%
3%	2,93%	2,88%	2,73%	3,42%	3,33%	3,34%
3,5%	2,60%	3,08%	3,23%	2,89%	3,64%	3,64%
4%	2,61%	3,57%	3,71%	2,96%	4,07%	4,14%
4,5%	2,88%	2,63%	3,19%	3,29%	2,98%	3,56%
5%	3,07%	3,57%	2,74%	3,28%	3,92%	3,06%
5,5%	3,78%	3,21%	3,47%	3,99%	3,46%	3,78%
6%	2,96%	2,89%	3,39%	2,98%	2,91%	3,52%
6,5%	2,71%	2,74%	3,14%	2,85%	2,93%	3,28%
7%	3,20%	2,45%	2,91%	3,33%	2,52%	3,08%

Source : calculs de l'auteur

Nous mesurons maintenant les conséquences d'un recul de l'âge du départ à la retraite sur les probabilités d'épuisement du capital.

Afin d'isoler le risque propre à la phase de distribution du capital, nous conservons l'hypothèse d'un portefeuille de 100 € en début de retraite, quel que soit l'âge de départ à la retraite. Mais comme l'idée de notre exercice ici est d'estimer uniquement le risque lié aux stratégies de prélèvement, nous travaillons à partir d'un capital accumulé donné.

Dans notre scénario de référence, l'individu part à la retraite à l'âge de 62 ans après avoir versé sa dernière cotisation. Le premier retrait est effectué à l'âge de 63 ans. Nous comparons les résultats du scénario central à 3 scénarii : l'individu peut maintenant partir à la retraite à l'âge de 64, 66 ou 68 ans.

Comme pour le test de sensibilité aux frais administratifs, les simulations sont faites pour 3 allocations : 100% actions, 90% actions – 10% obligations et 70% actions – 30% actif immobilier. Les résultats sont résumés dans le tableau 4.10 pour les hommes et dans le tableau 4.11 pour les femmes.

Le risque de ruine diminue de manière non négligeable avec le recul de l'âge du départ à la retraite. Par exemple, pour un retrait annuel de 5% et un investissement exclusif en actions, un homme a une probabilité de ruine de 32,83% s'il part à la retraite à 68 ans contre 42,46% s'il se retire de la vie active à 62 ans. Cette probabilité est de 39,46% pour un recul de 2 ans de l'âge de départ à la retraite et de 36,25% pour un recul de 4 ans.

Pour le dire autrement, à condition d'accepter un risque de 1 sur 3, un homme qui part à la retraite à 68 ans peut prélever à la fin de chaque année un montant réel égal à 5% du portefeuille initial, alors qu'il doit accepter un risque de 3 sur 5 s'il cesse son activité à 62 ans. Les résultats pour les femmes sont très similaires. Un recul de 6 ans de l'âge de départ à la retraite conduit à une diminution des probabilités d'épuisement du capital de 6 à 11 points selon le taux de retrait et l'allocation du portefeuille. Ces probabilités restent bien évidemment supérieures à celles des hommes en raison des espérances de survie à chaque âge plus élevées des femmes.

Tableau 4.10 : Probabilité de ruine et recul de l'âge de départ à la retraite (hommes)

Taux de prélèvement réel	Age de départ à La retraite	Stratégie de portefeuille – Différentiel scénario de référence		
		100% actions	90% Actions 10% obligations	70% Actions 30% Actif immobilier
2,5%	64	-2,17%	-2,06%	-2,01%
	66	-4,33%	-4,10%	-3,99%
	68	-6,47%	-6,10%	-5,92%
3%	64	-2,37%	-2,40%	-2,32%
	66	-4,79%	-4,83%	-4,67%
	68	-7,23%	-7,25%	-6,99%
3,5%	64	-2,68%	-2,68%	-2,67%
	66	-5,45%	-5,42%	-5,39%
	68	-8,28%	-8,20%	-8,15%
4%	64	-2,79%	-2,87%	-2,90%
	66	-5,71%	-5,86%	-5,91%
	68	-8,75%	-8,95%	-9,00%
4,5%	64	-2,89%	-3,09%	-3,07%
	66	-5,95%	-6,39%	-6,29%
	68	-9,19%	-9,77%	-9,63%
5%	64	-3,00%	-3,15%	-3,17%
	66	-6,21%	-6,50%	-6,52%
	68	-9,63%	-10,03%	-10,05%
5,5%	64	-3,03%	-3,20%	-3,25%
	66	-6,29%	-6,66%	-6,73%
	68	-9,80%	-10,36%	-10,42%
6%	64	-3,11%	-3,27%	-3,30%
	66	-6,48%	-6,80%	-6,87%
	68	-10,15%	-10,61%	-10,69%
6,5%	64	-3,04%	-3,25%	-3,33%
	66	-6,36%	-6,78%	-6,97%
	68	-9,99%	-10,63%	-10,93%
7%	64	-3,03%	-3,25%	-3,26%
	66	-6,35%	-6,80%	-6,83%
	68	-10,01%	-10,69%	-10,76%

Source : calculs de l'auteur

Pour chaque taux de retrait, nous indiquons, en caractère gras, la stratégie qui minimise le risque de ruine.

Tableau 4.11 : Probabilité de ruine et recul de l'âge de départ à la retraite (femmes)

Taux de prélèvement réel	Age de départ à La retraite	Stratégie de portefeuille – Différentiel scénario de référence		
		100% actions	90% Actions 10% obligations	70% Actions 30% Actif immobilier
2,5%	64	-2,16%	-2,06%	-2,05%
	66	-4,38%	-4,17%	-4,13%
	68	-6,63%	-6,30%	-6,21%
3%	64	-2,30%	-2,37%	-2,30%
	66	-4,69%	-4,81%	-4,68%
	68	-7,16%	-7,32%	-7,10%
3,5%	64	-2,52%	-2,55%	-1,96%
	66	-5,20%	-5,24%	-4,65%
	68	-7,99%	-8,03%	-7,43%
4%	64	-2,54%	-2,67%	-2,71%
	66	-5,27%	-5,52%	-5,60%
	68	-8,18%	-8,53%	-8,64%
4,5%	64	-2,59%	-2,81%	-2,83%
	66	-5,40%	-5,84%	-5,86%
	68	-8,42%	-9,09%	-9,09%
5%	64	-2,63%	-2,84%	-2,86%
	66	-5,52%	-5,91%	-5,95%
	68	-8,67%	-9,21%	-9,28%
5,5%	64	-2,62%	-2,78%	-2,88%
	66	-5,51%	-5,85%	-6,03%
	68	-8,68%	-9,21%	-9,44%
6%	64	-2,63%	-2,81%	-2,86%
	66	-5,56%	-5,92%	-6,02%
	68	-8,81%	-9,35%	-9,48%
6,5%	64	-2,53%	-2,73%	-2,80%
	66	-5,36%	-5,79%	-5,94%
	68	-8,53%	-9,18%	-9,43%
7%	64	-2,48%	-2,69%	-2,70%
	66	-5,29%	-5,71%	-5,74%
	68	-8,43%	-9,09%	-9,14%

Source : calculs de l'auteur

Pour chaque taux de retrait, nous indiquons, en caractère gras, la stratégie qui minimise le risque de ruine.

Enfin, nous testons la sensibilité de nos conclusions au choix de la table de mortalité par génération. Dans un dernier scénario, nous calculons les probabilités d'épuiser le capital avant décès en utilisant, pour chaque sexe, la table de mortalité de la génération 1945 établie par l'INED (Vallin et Meslé [2001]).

Les probabilités de survie à chaque âge établies à partir des tables de mortalité de l'INED sont plus faibles que celles de la table de mortalité réglementaire utilisée par les compagnies d'assurance. Par exemple, la probabilité d'un homme de 62 ans d'être vivant à 80 ans est de 80,3% si nous utilisons les tables de mortalité parues dans le Journal Officiel en 2006 contre 66,63% si les calculs reposent sur les tables de l'INED.

Il en résulte des probabilités plus faibles d'épuiser le capital avant le décès de l'individu (Tableau 4.12).

Pour un portefeuille d'actions, la probabilité d'épuiser le capital avant décès varie, selon le taux de retrait, de 15,52% à 47,79% alors qu'elle varie de 17,50% à 55,82% dans le scénario de référence (pour les femmes, les probabilités varient de 21,11% à 59,81% dans le nouveau scénario et de 21,36% à 61,57% dans le scénario de référence).

Les conclusions restent cependant inchangées : un taux de retrait élevé peut être choisi par le retraité à condition de tolérer un risque élevé. Par exemple, un homme peut choisir un taux de prélèvement de 5% à condition d'accepter un risque de 1 sur 3 (presque 1 sur 2 pour une femme).

**Tableau 4.12 : Probabilité d'épuisement du capital
avec les tables de mortalité de l'INED**

Taux de retrait	Hommes			Femmes		
	100% actions	90% actions 10% obligations	70% actions 30% actif immobilier	100% actions	90% actions 10% obligations	70% actions 30% actif immobilier
2,5%	14,52%	12,73%	11,87%	21,11%	18,87%	17,78%
3%	18,24%	16,92%	15,95%	25,77%	24,37%	23,09%
3,5%	22,64%	21,37%	20,11%	31,41%	29,99%	28,58%
4%	26,96%	25,37%	24,37%	36,46%	34,92%	33,91%
4,5%	31,01%	30,02%	28,48%	41,20%	40,64%	38,87%
5%	34,28%	33,47%	32,54%	45,09%	44,56%	43,60%
5,5%	37,45%	37,62%	36,31%	48,62%	49,31%	47,96%
6%	41,61%	41,36%	40,30%	53,37%	53,52%	52,48%
6,5%	44,95%	44,52%	44,33%	56,79%	56,90%	57,00%
7%	47,79%	48,30%	47,66%	59,81%	60,99%	60,40%

Source : calculs de l'auteur

4.3 Une comparaison retraits programmés – rentes viagères

Après avoir dans la section 4.2 mesurer le risque de longévité propre à la phase de distribution, l'objectif de la section 4.3 est de comparer différentes stratégies de prélèvement avec une rente viagère réelle. Nous estimons le rendement et le risque des stratégies de prélèvement à chaque âge puis nous calculons des indicateurs globaux tenant compte des espérances de survie à chaque âge. Nous mesurons aussi les legs éventuels permis par ces stratégies de prélèvement.

4.3.1 Les différentes stratégies de distribution du capital

Cinq stratégies de distribution du capital sont présentées : une conversion du capital en rente viagère, une stratégie de prélèvement fixe, une stratégie de retrait à taux fixe et deux stratégies où le retrait annuel dépend de l'âge de l'individu.

4.3.1.1 La conversion du capital en rente viagère : stratégie de référence

Une rente viagère est une somme versée périodiquement au souscripteur jusqu'à son décès en contrepartie d'un capital non récupérable. On parle de la conversion du capital en rente viagère. Le taux de conversion varie en fonction de l'âge du bénéficiaire. Pour calculer ces taux, les nouvelles tables de mortalité réglementaires, comme dans la section précédente, sont utilisées. Pour chaque sexe, nous utilisons les probabilités de survie à chaque âge de la génération 1945 car cette génération a 62 ans en 2007.

La formule de conversion en rente viagère est la suivante :

$$a_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \frac{1}{(1+i)^1} + \frac{l_{x+2}}{l_x} \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{l_{x+3}}{l_x} \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{l_{x+t}}{l_x} \frac{1}{(1+i)^t}$$

avec x désignant l'âge du bénéficiaire, a_x le coefficient de conversion qui représente le capital nécessaire pour avoir une rente viagère de 1 €, l_x le nombre de survivant à l'âge x dans la table de mortalité, et i le taux d'intérêt technique qui correspond au taux de rémunération du capital. Le rapport $\frac{l_{x+k}}{l_x}$ correspond à la probabilité de survivre k an(s) à l'âge x .

Le taux d'intérêt technique est présenté habituellement sous la forme d'un coefficient de taux

noté v . La transformation est la suivante : $v = \frac{1}{(1+i)}$.

Pour nos simulations, nous choisissons un taux technique égal à 0% pour la raison que la sortie d'un PERP doit s'effectuer sous forme de rente calculée obligatoirement à partir d'un taux technique égal à 0%.

Au final, la formule de la conversion est la suivante :

$$a_x = \sum_{k=1}^{k=\infty} {}_k P_x v^k$$

Pour calculer la rente annuelle, il faut ensuite diviser le capital apporté par le coefficient a_x .

En pratique, un taux de conversion égale à $\frac{1}{a_x}$ est calculé et exprimé en pourcentage, puis, la rente annuelle est déterminée en multipliant le capital apporté par ce taux de conversion.

Il est nécessaire de prendre en compte les frais administratifs occasionnés par la conversion du capital en rente viagère. Ces frais diminuent la valeur du portefeuille de $1 + \lambda$.

Nous fixons ces frais tel que $\lambda = 3\%$. Ils correspondent aux frais prélevés sur la rente viagère d'un PERP par la Fédération Continentale en 2006. La rente prise en référence est indexée sur l'inflation et revalorisée tous les ans sur la base de l'indice INSEE de l'inflation.

On a donc, pour un capital accumulé au moment du départ en retraite noté PF_0 , une rente viagère d'un montant A égal à :

$$A = \frac{1}{(1+\lambda)a_x} PF_0$$

$$A = \frac{PF_0}{(1+\lambda) \sum_{k=1}^{\infty} {}_k P_x v^k}$$

Le tableau 4.13 indique la valeur de la rente viagère réelle selon l'âge de conversion du capital et le sexe de l'assuré pour un portefeuille d'un montant de 100 €. A titre de comparaison, nous présentons aussi les taux de conversion calculés à partir de l'ancienne table de mortalité réglementaire, la TPRV93.

Tableau 4.13 : Taux de conversion en rentes viagères pour un portefeuille de 100 €

Age	Taux de conversion pour un homme (nouvelles tables de mortalité)	Taux de conversion pour une femme (nouvelles tables de mortalité)	Taux de conversion (TPRV1993)
62	3,81	3,34	3,67
63	3,95	3,45	3,80
64	4,09	3,57	3,94
65	4,25	3,69	4,09
66	4,41	3,82	4,25
67	4,59	3,96	4,42
68	4,78	4,11	4,60
69	4,99	4,26	4,80
70	5,21	4,44	5,02
71	5,44	4,62	5,25
72	5,69	4,82	5,50
73	5,96	5,03	5,77
74	6,26	5,26	6,07
75	6,58	5,51	6,39
76	6,93	5,78	6,74
77	7,32	6,07	7,12
78	7,75	6,39	7,53
79	8,23	6,74	7,97
80	8,76	7,12	8,46
81	9,33	7,55	8,99
82	9,97	8,01	9,57
83	10,65	8,52	10,21
84	11,40	9,08	10,90
85	12,22	9,70	11,66

Source : calculs de l'auteur

4.3.1.2 Les stratégies de prélèvement

Quatre stratégies de retraits programmés sont présentées : une stratégie de prélèvement d'un montant réel fixe (stratégie 1), une stratégie d'un montant variable mais à un taux fixe (stratégie 2), et deux stratégies où le retrait dépend de l'âge de l'assuré : une règle appelée 1/T (stratégie 3) et une règle nommée 1/E (stratégie 4).

• Stratégie 1 : stratégie de prélèvement d'un montant fixe

La première stratégie simulée s'inspire de la stratégie de la section 2 consacrée au risque de longévité. A la fin de la phase d'accumulation, le portefeuille d'actifs est réinvesti sur les marchés financiers. A la fin de chaque année l'individu retire un montant fixe B_t . Ce prélèvement fixe correspond à la valeur de la rente viagère.

Formellement, la pension B_t est égale à la valeur minimale entre B , le montant de la rente viagère, et PF_t la valeur du portefeuille d'actifs financiers en fin d'année avant le retrait annuel. Lorsque la valeur du portefeuille est inférieure à celle de la rente viagère annuelle, l'individu retire tout le capital restant.

$$B_t = \min(B, PF_t)$$

La contrainte budgétaire de l'agent est la suivante :

$$\text{Si } PF_t > B$$

$$PF_{t+1} = (PF_t - B_t)(1 + R_{t+1})$$

$$\text{Si } PF_t \leq B$$

$$PF_{t+1} = (PF_t - B_t)(1 + R_{t+1}) = 0$$

Le nombre de versements B_t dépend donc du rendement réel des actifs financiers noté R_t . De faibles rendements vont diminuer la probabilité de bénéficier d'une pension jusqu'en fin de vie. Cette stratégie est particulièrement exposée au risque de longévité, c'est-à-dire le risque d'épuiser tout le capital avant décès. Elle permet de bénéficier d'une plus grande souplesse mais surtout offre la possibilité de legs pour un agent altruiste. Le montant des retraites tout comme les legs éventuels dépendent donc des rendements financiers.

Pour les stratégies suivantes (2,3 et 4), les pensions sont de montants variables.

• **Stratégie 2 : stratégie de prélèvement d'un montant variable**

Pour cette stratégie 2, le montant du retrait programmé B_t est une fraction ω_t de la valeur du portefeuille d'actifs financiers :

$$B_t = \omega_t PF_t$$

avec $0 < \omega_t \leq 1$

La contrainte budgétaire de l'agent est maintenant la suivante :

$$PF_{t+1} = (PF_t - B_t)(1 + R_{t+1}) = (1 - \omega_t) PF_t (1 + R_{t+1})$$

Si l'agent décède entre t et $t+1$, PF_{t+1} correspond aux legs éventuels pour ses descendants.

Nous choisissons un taux de prélèvement ω_t fixe qui correspond au taux de conversion du capital en rente viagère (3,34% pour les femmes, 3,81% pour les hommes) :

Pour $t = 1, \dots, n$ (nombre de versements),

$$\omega = \omega_1 = \dots = \omega_t = \omega$$

A la fin de chaque année, l'individu retire une fraction ω de son portefeuille. Ce prélèvement annuel ne dépend donc pas de l'âge de l'assuré. Cette stratégie a l'inconvénient de ne pas assurer un revenu fixe.

Plus les rendements sont élevés, plus la valeur du portefeuille en fin d'année est importante, plus le retrait annuel est élevé. Contrairement à la première stratégie, l'individu a la garantie de percevoir une pension jusqu'à la fin de ses jours. Cette stratégie, comme les deux suivantes, a l'avantage de supprimer partiellement le risque de longévité, une fraction du capital restant pouvant toujours être retirée. Mais la pension peut être très faible en fin de vie en cas de faibles rendements financiers.

• **Stratégie 3 : règle de prélèvement 1/T**

Une stratégie alternative de retraits est d'utiliser un taux de retrait variable qui dépend de l'horizon de vie de l'individu. Nous désignons par T l'âge pour lequel l'individu effectue en fin d'année son dernier retrait. En utilisant les nouvelles tables de mortalité, cet âge est de 119 ans pour une femme et de 117 ans pour un homme.

Ce taux de retrait est fixé de la manière suivante :

$$\frac{B_t}{PF_t} = \omega_t = \frac{1}{T - x + 1}$$

où x désigne l'âge du retraité en t .

Ce taux de retrait varie donc avec l'âge. Plus l'individu est âgé, plus le retrait annuel réel est important. Les retraits sont croissants, en terme de pourcentage, car l'individu préfère limiter le risque d'épuiser une trop grande partie de son capital en début de retraite.

A la différence d'un taux de retrait ω , la stratégie $\frac{1}{T}$ n'offre pas la possibilité de legs à la date du dernier retrait, puisque le taux de prélèvement à 117 ans pour un homme et à 119 ans pour une femme est de 100%. Cette stratégie présente donc l'avantage à un individu non altruiste d'être certain d'avoir liquidé la totalité du portefeuille à l'âge maximal de la table de mortalité.

• Règle de prélèvement 1/E

Pour cette règle, le taux de retrait ne dépend plus de l'âge pour lequel l'agent effectue un dernier prélèvement mais des espérances de survie à chaque âge durant la période de retraite.

La série des décès des tables de mortalité par génération nous donne la répartition des individus composant la génération en fonction de leur âge au décès (décès en milieu d'année). Nous pouvons donc en tirer la durée de vie moyenne de ces individus (espérance de vie à la naissance) et les espérances de vie à chaque âge.

$E[T(x+i)]$ représente l'espérance de vie pour un agent d'âge x .

$$\frac{B_t}{PF_t} = \omega_t = \frac{1}{E[T(x+i)]}$$

Comme les probabilités de survie sont décroissantes avec l'âge, le taux de retrait est croissant au cours de la période de retraite¹²⁵. Plus l'espérance de vie est courte, plus le taux de retrait sera important. Par construction, $E[T(x+i)]$ étant supérieur à $(T-x+1)$, les taux de retrait de la stratégie 1/E sont plus élevés que ceux de la stratégie 1/T.

¹²⁵ Les taux de prélèvement pour chaque âge des stratégies 1/T et 1/E sont présentés en annexe.

4.3.2 Une estimation du risque de longévité

L'objectif de cette section est de comparer les montants de pension obtenus sous forme de stratégies de retraits programmés par rapport à une rente viagère réelle.

Nous supposons qu'après avoir cotisé pendant 40 ans sur un compte épargne-retraite, un individu représentatif prend sa retraite à 62 ans. Le portefeuille peut être liquidé et consacré à l'achat d'une rente viagère. L'alternative est de réinvestir le portefeuille sur les marchés financiers et de prélever chaque année un montant selon l'une des quatre stratégies présentées précédemment. Deux stratégies de placement sur les marchés financiers sont possibles : 60% actions – 40% obligations et 60% actions – 40% actif immobilier.

4.3.2.1 Montants des retraits programmés par rapport à la rente viagère

Les figures 4.2 à 4.5 illustrent les pensions procurées par les 4 stratégies de retrait simulées. Ces annuités sont exprimées en pourcentage de la rente viagère réelle indexée sur l'inflation pour les portefeuilles 60% actions – 40% obligations et 60% actions – 40% actif immobilier. Deux rentes sont prises en référence : une rente calculée à partir de la table de génération masculine et une rente calculée à partir de la table féminine.

Pour les premières années de retraite, la stratégie 1/E (stratégie 4) présente les meilleures performances. Pour un portefeuille comportant 60% d'actions et 40% d'actif immobilier, la pension reçue par un homme et exprimée en pourcentage de la rente viagère prise en référence (3,81 € pour un portefeuille de 100 €) est croissante jusqu'à 86 ans (autrement dit jusqu'au 24^{ème} retrait). Le premier retrait est en moyenne égal à 1,08 fois la rente viagère et dépasse les 250% de la rente à 86 ans (Figure 4.14). Après cet âge, la pension offerte diminue et converge vers 0. Ceci s'explique par le fait que les taux de retrait élevés des premières années ont conduit à prélever une part trop importante du capital accumulé pour maintenir de tels niveaux relatifs de retraite à des âges plus élevés (entre 63 ans et 86 ans, le taux de retrait varie de 4% à 10,20% pour un homme). Pour une femme, le retrait est croissant jusqu'à 89 ans (autrement dit jusqu'au 27^{ème} retrait), le prélèvement effectué à cet âge étant égal en moyenne à 327% de la rente viagère réelle (Figure 4.15). Cette différence par rapport aux pensions des hommes s'explique par le fait que la rente viagère prise en référence est d'un montant plus faible pour les femmes : 3,34 € pour un portefeuille de 100 € contre 3,81 € pour

les hommes (les probabilités de survie à chaque âge des femmes sont plus élevées, ce qui diminue le taux de conversion du capital en rente viagère).

La stratégie 1/T conduit à des résultats inverses. Jusqu'à 77 ans, cette stratégie procure les plus faibles pensions en raison de la faiblesse des taux de prélèvement de cette stratégie pour les premières années de retraite (de 1,8% à 2,4% pour un homme, de 1,8% à 2,3% pour une femme entre 63 et 77 ans). Pour les dix premières années de retraite, la pension offerte en appliquant cette règle à un portefeuille contenant des actions et des obligations est comprise entre 48% et 71% de la rente viagère. Le principal intérêt de cette stratégie est par contre d'offrir des pensions très élevées en fin de vie. A partir de 94 ans pour un homme (90 ans pour une femme), la stratégie 1/T offre des pensions moyennes croissantes. De 94 ans à 117 ans, la pension perçue par un homme en terme de rente viagère passe de 182% à 467% pour un portefeuille d'actions et d'obligations et de 293% à 1067% pour un portefeuille d'actions et d'actif immobilier.

La stratégie de retrait à un taux fixe propose des résultats intermédiaires aux deux stratégies précédentes. Au cours des premières années de retraite, les pensions offertes par ces stratégies sont supérieures aux pensions de la règle 1/T mais inférieures à celles de la règle 1/E. Par contre, en fin de vie, les pensions restent supérieures en moyenne à la rente viagère alors que la stratégie 1/E converge vers 0. La pension moyenne est croissante avec l'âge du retraité. Pour un portefeuille comprenant des actions et des obligations, le prélèvement annuel moyen à 63 ans est égal à 102% de la rente viagère réelle calculée à partir des données de mortalité masculine. Le dernier retrait à 117 ans est égal à 1,19 fois la rente viagère réelle. L'actif immobilier ayant un rendement réel moyen supérieur à celui des obligations, la pension moyenne augmente plus rapidement si le portefeuille contient 60% d'actions et 40% d'actif immobilier : pour les hommes, le prélèvement annuel passe de 103% à l'âge de 63 ans à 295% à l'âge de 117 ans. Pour une femme, le prélèvement réel à 119 ans est supérieur à 5 fois la rente viagère alors que le premier retrait ne représente que 103% de la rente viagère.

Figure 4.2 : Montants des retraits programmés en pourcentage de la rente viagère (portefeuille actions-obligations, hommes)

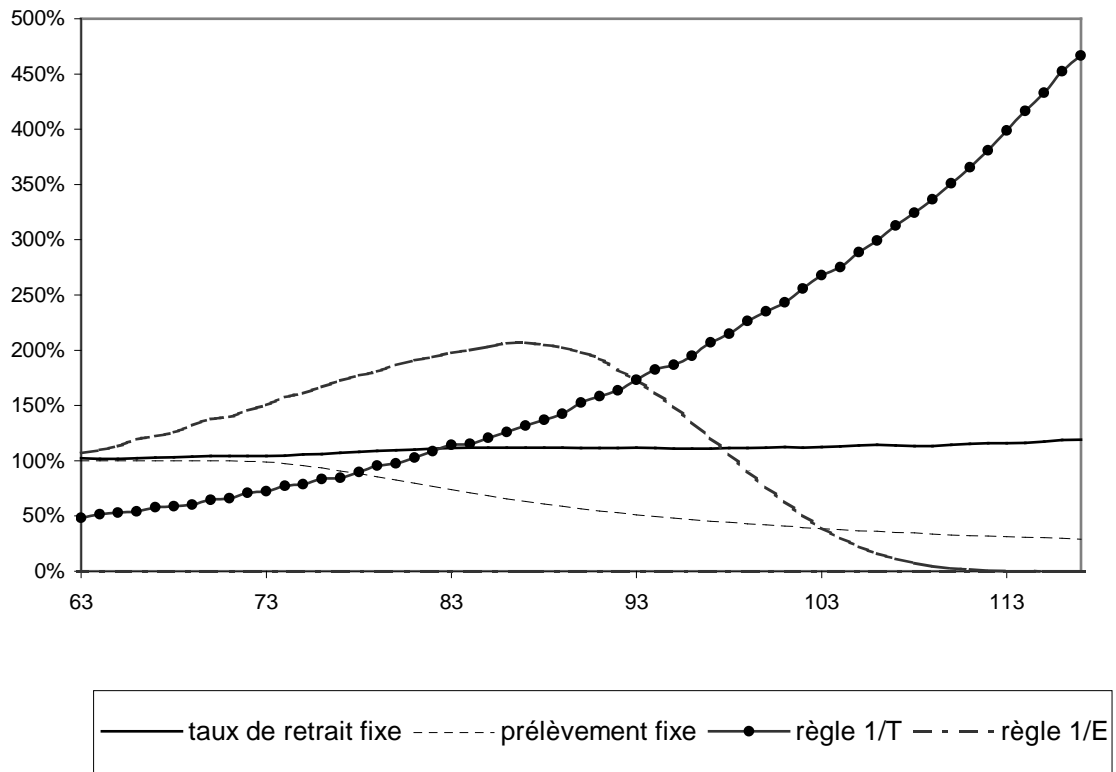


Figure 4.3 : Montants des retraits programmés en pourcentage de la rente viagère (portefeuille actions-obligations, femmes)

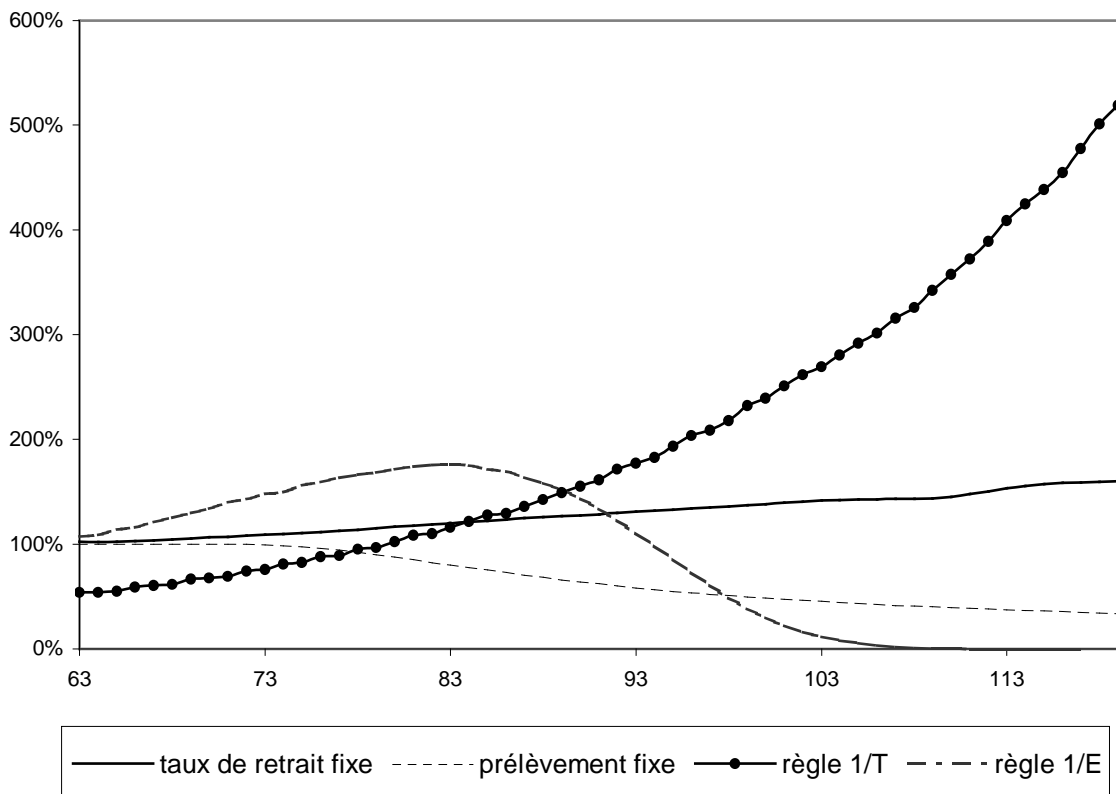


Figure 4.4 : Montants des retraits programmés en pourcentage de la rente viagère (portefeuille actions-actif immobilier, hommes)

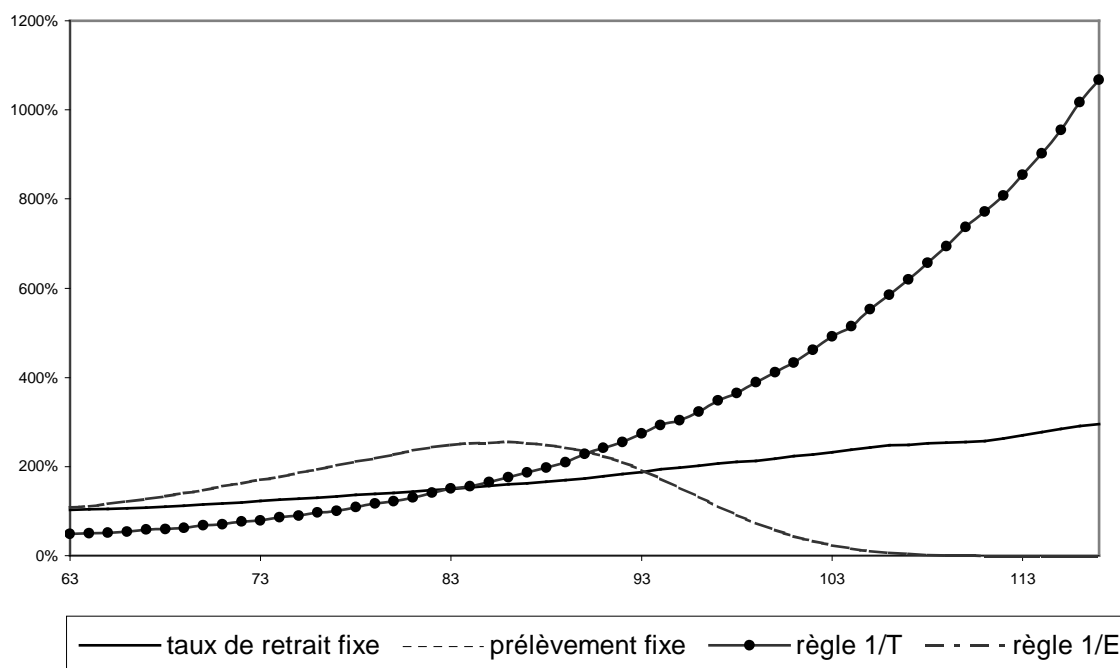
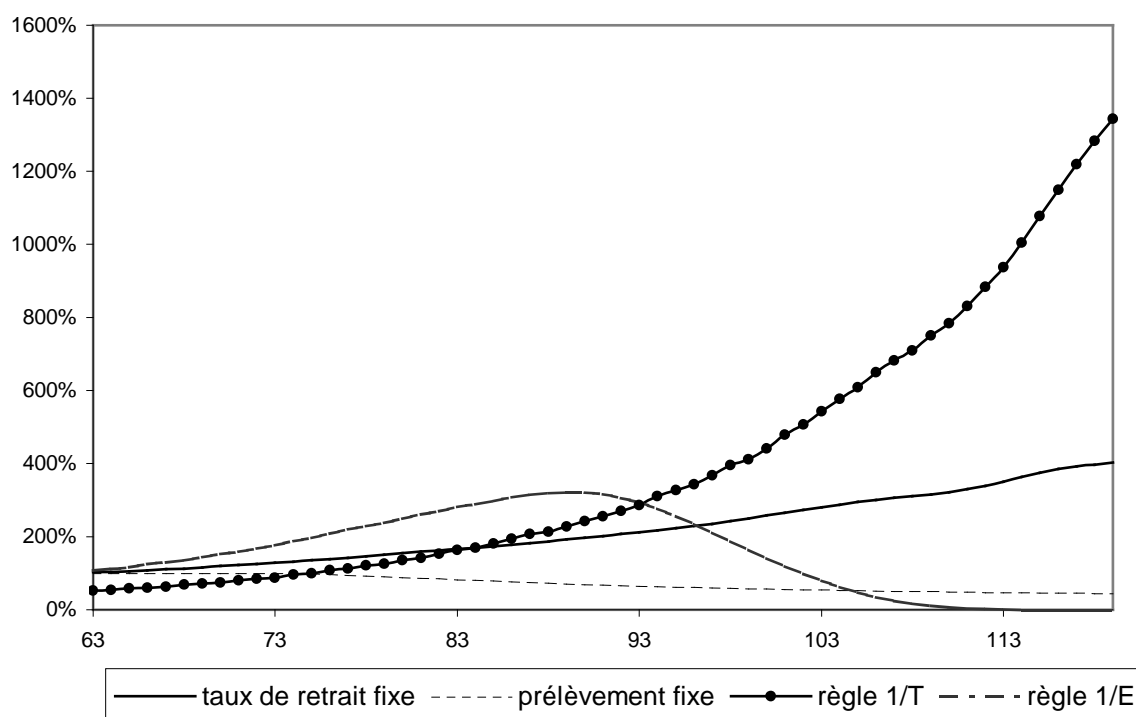


Figure 4.5 : Montants des retraits programmés en pourcentage de la rente viagère (portefeuille actions-actif immobilier, femmes)



Quant à la stratégie d'un prélèvement fixe, la pension moyenne offerte est décroissante avec l'âge, mettant en évidence le risque de longévité défini dans la section précédente. Pour certaines trajectoires de rendement simulées, le portefeuille est épuisé au cours de l'année t , ce qui explique pourquoi, lorsque nous calculons à partir de toutes ces trajectoires simulées le prélèvement moyen pour l'année t , le retrait *moyen* est inférieur à la rente viagère.

Pour un portefeuille contenant des actions et des obligations, la pension moyenne est égale à la rente viagère réelle pendant les 6 premières années de retraite pour un homme et les 7 premières années pour une femme, le prélèvement correspondant par définition à la rente viagère réelle. A 90 ans, le prélèvement moyen ne représente plus que 57% de la rente calculée à partir des espérances de survie masculine et 64% de la rente établie à partir des données de mortalité féminine. A 100 ans, ces moyennes sont respectivement de 42% et de 48%.

En résumé, comme dans l'étude de Dus et al. [2005], une stratégie de retraits programmés comme la règle 1/E peut être préférable à la conversion du capital en rente viagère pour un individu priorisant les premières années de retraite. Par contre, un individu voulant une pension assez élevée à des âges avancés peut choisir la règle 1/T.

Le choix entre certaines stratégies de prélèvements et la conversion en rente viagère dépend en partie de la volonté ou non de privilégier certaines périodes de retraite.

4.3.2.2 Probabilité de recevoir une pension inférieure à celle perçue sous forme de rente viagère

Nous calculons ensuite, pour chaque âge, la probabilité de recevoir une pension inférieure à celle reçue sous forme de rente viagère. Nous l'appelons la probabilité de perte à l'âge t (PP_t). Formellement cette probabilité peut être écrite de la manière suivante :

$$PP_t = P(B_t < Z)$$

où Z désigne la pension de référence obtenue sous la forme d'une rente viagère réelle (taux de conversion de 3,34% pour les femmes et de 3,81% pour les hommes).

Les figures 4.6, 4.7, 4.8 et 4.9 illustrent ces probabilités de recevoir, à l'âge t , une pension inférieure à la rente viagère. La figure 4.6 représente ces probabilités pour un portefeuille 60% actions – 40% obligations et une rente calculée à partir des données de mortalité

masculines, la figure 4.7 pour la même allocation mais comparée à une rente viagère calculée à partir des données féminines, la figure 4.8 pour une allocation du type 60% actions – 40% immobilier et une rente calculée à partir des espérances de vie des hommes et la figure 4.9 pour ce même couple d'actifs actions – actif immobilier mais avec la rente viagère calculée à partir des espérances de survie à chaque âge des femmes.

Le calcul de ces probabilités met en évidence la relation inverse qui existe entre le rendement et le risque associés à chaque stratégie et donne une première idée sur les arbitrages à faire par l'agent. Si la stratégie 1/E peut paraître la plus intéressante en termes de rendements la stratégie de prélèvement à un taux fixe semble être la moins risquée.

En effet, en comparant les prélèvements annuels moyens à la rente viagère réelle prise en référence pour chaque sexe, nous avons souligné que la stratégie 1/E pouvait être considérée comme la plus pertinente pour l'individu voulant maximiser ses premiers retraits. Cependant, le risque d'avoir une pension inférieure à la rente viagère réelle avec cette stratégie n'est pas négligeable. Ainsi, entre 63 et 83 ans, cette probabilité de perte est comprise entre 35% et 40% selon l'allocation d'actifs du portefeuille et la rente viagère prise en référence (calculée à partir des espérances de survie à chaque âge des hommes ou des femmes). A partir de 85 ans, cette probabilité est croissante avec l'âge et converge vers 100% en fin de vie, les taux de retrait élevés des premières années de retraite épuisant assez rapidement le capital accumulé.

Du fait des taux de prélèvement assez faibles de la stratégie 1/T en début de période, les probabilités d'obtenir une retraite inférieure à la rente viagère sont assez élevées. Pour un portefeuille comprenant 60% d'actions et 40% d'obligations, la probabilité pour la règle 1/T d'avoir une pension inférieure à la rente viagère est la plus élevée des 4 stratégies simulées jusqu'à 81 ans pour un homme et 82 ans pour une femme. Cette probabilité est décroissante avec l'âge pour être la plus faible des quatre stratégies simulées en fin de vie. Néanmoins, le risque reste élevé : la probabilité de bénéficier d'une pension plus petite que la rente est encore proche de 50% à 117 ans pour un homme et à 119 ans pour une femme.

Concernant les deux autres stratégies simulées, les probabilités sont croissantes avec l'âge du retraité. La stratégie de retrait à un taux fixe (correspondant au taux de conversion du capital en rente viagère) appliquée au portefeuille d'actions et d'obligations offre à 63 ans une pension inférieure à la rente viagère dans environ 45 % des trajectoires simulées pour chaque sexe. Cette probabilité est proche de 70% à 90 ans et de 75% à 110 ans. Le rendement de l'immobilier étant supérieur aux obligations, ces probabilités sont un peu moins élevées pour une stratégie d'allocation actions – actif immobilier : 60% à 90 ans et 63% à 110 ans pour un homme, 56% à 90 ans et 59% à 110 ans pour une femme.

Figure 4.6 : Probabilité de recevoir une pension inférieure à la rente viagère (portefeuille actions – obligations, hommes)

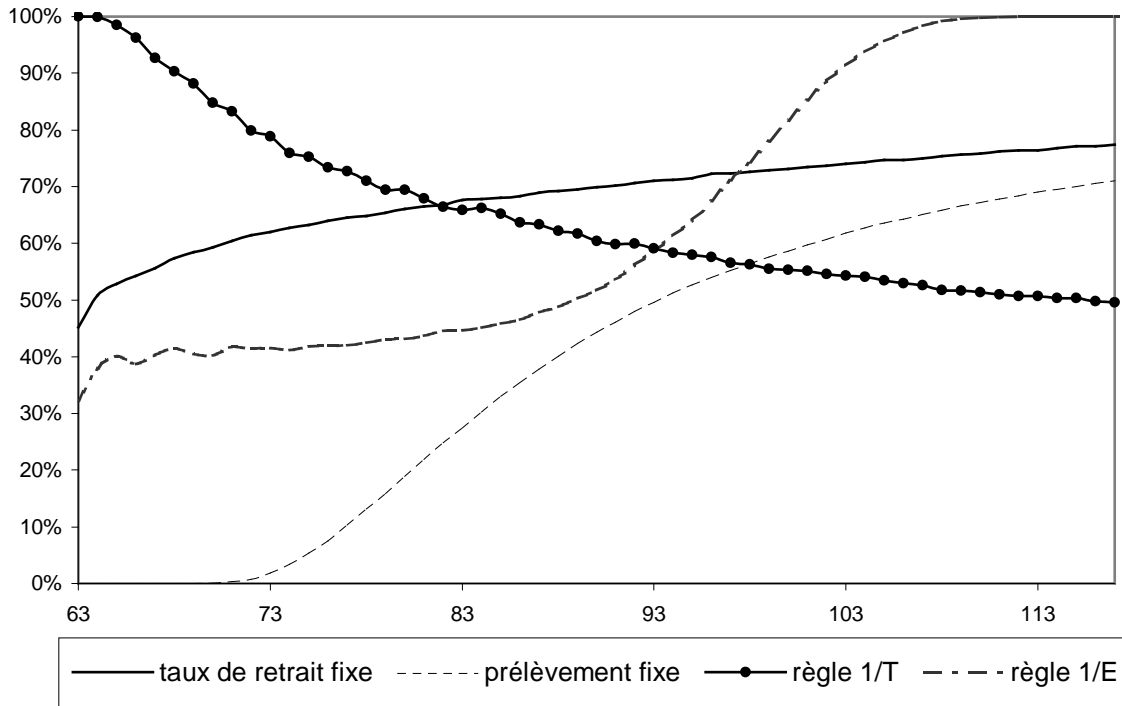


Figure 4.7 : Probabilité de recevoir une pension inférieure à la rente viagère (portefeuille actions – obligations, femmes)

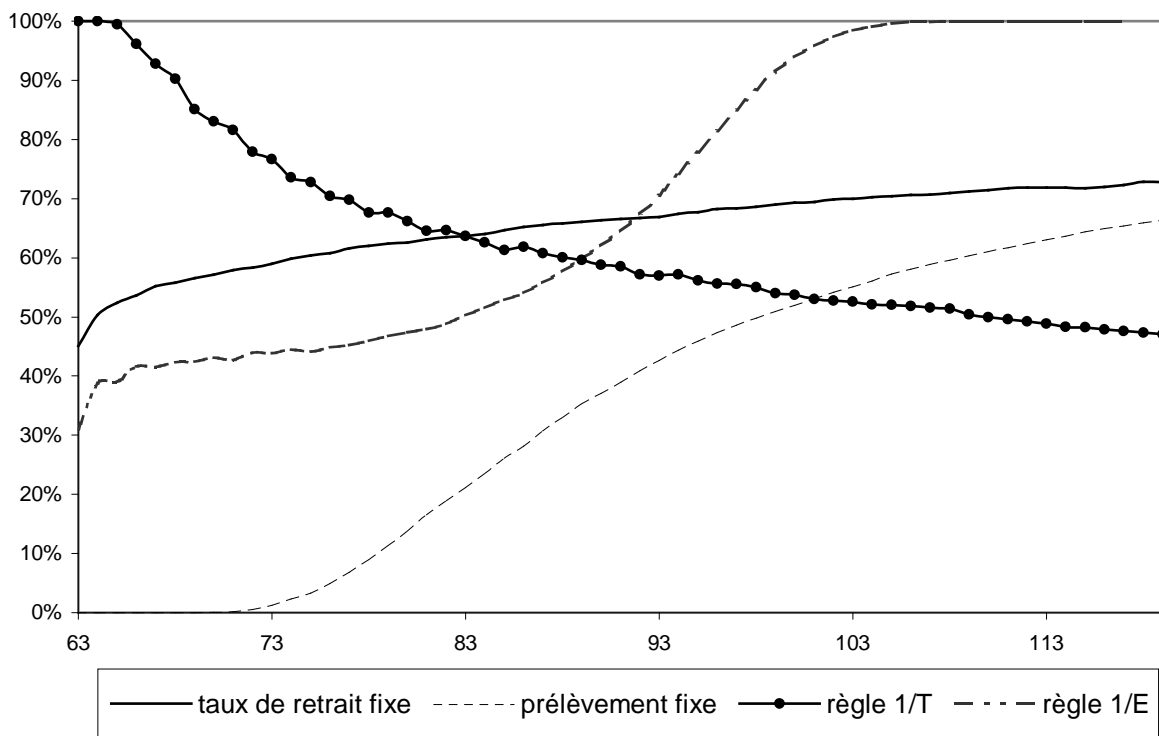


Figure 4.8 : Probabilité de recevoir une pension inférieure à la rente viagère (portefeuille actions – actif immobilier, hommes)

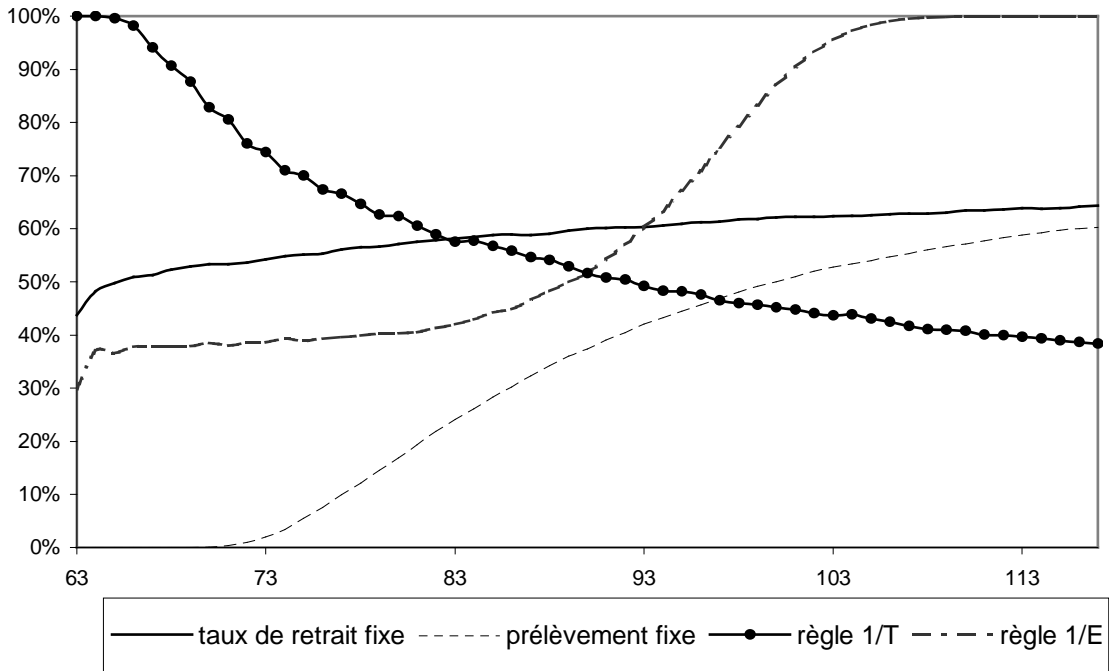
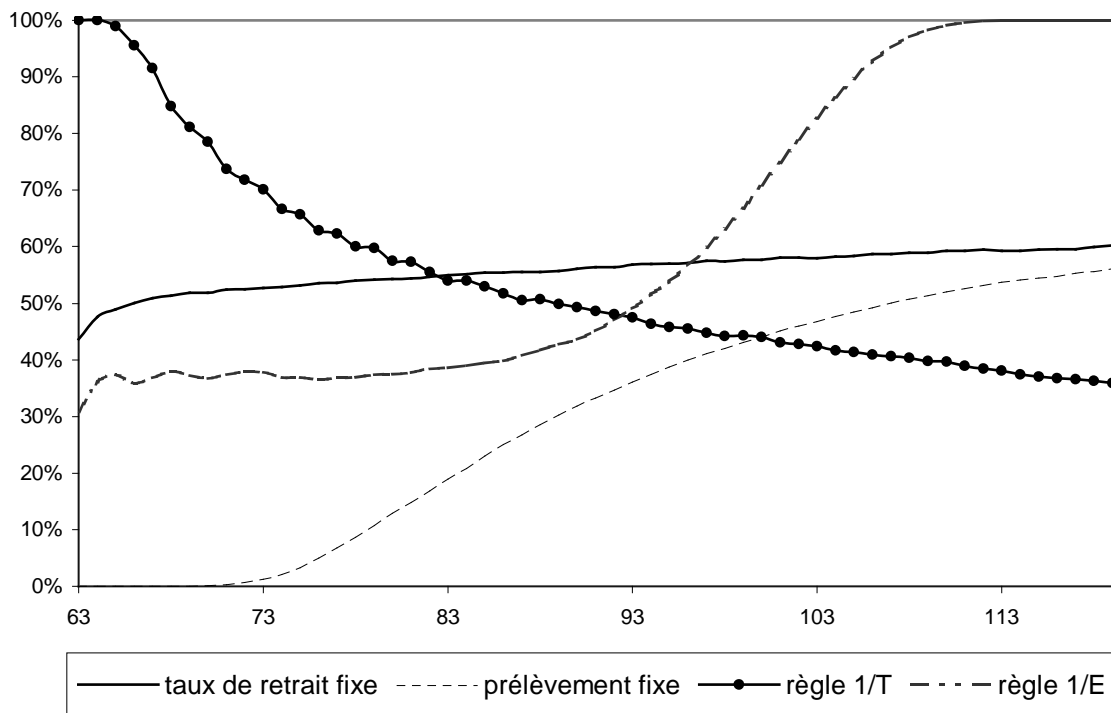


Figure 4.9 : Probabilité de recevoir une pension inférieure à la rente viagère (portefeuille actions – actif immobilier, femmes)



Si la stratégie de prélèvement d'un montant fixe est croissante avec l'âge du retraité, elle est néanmoins très faible en début de période : la probabilité d'avoir une pension inférieure à la rente réelle est inférieure à 5% jusqu'à 75 ou 76 ans selon la stratégie d'allocation d'actifs choisie. Ceci est dû à la construction même de cette stratégie : le risque en début de période est très faible mais la contrepartie est d'offrir une pension qui ne peut jamais être supérieure à la rente viagère réelle prise en référence, au contraire notamment de la stratégie 1/E. Il est intéressant de souligner que la probabilité d'avoir une pension inférieure à la rente viagère est, pour chaque âge, toujours inférieure à celle d'une stratégie 1/E ou de la stratégie de prélèvement à taux fixe.

Le retraité doit donc faire un arbitrage entre le rendement et le risque : si la stratégie 1/E est la plus intéressante en terme de rendement en début de retraite, elle apparaît assez risquée comparée à une rente viagère.

Par rapport aux simulations de Dus et al. [2005], pour chaque stratégie, le risque d'avoir une retraite inférieure à la rente viagère est généralement plus élevé, en raison du rendement des actifs financiers plus faible que celui retenu par Dus et al. [2005].

4.3.2.3 Une évaluation des pertes éventuelles des stratégies de prélèvement

Selon Bodie [2001] et Dus et al. [2005], la seule estimation de la probabilité de bénéficier d'une pension inférieure à une cible déterminée est une mesure incomplète du risque. L'ampleur de ces pertes lorsque la pension est effectivement inférieure à la cible définie est une appréciation complémentaire du risque des stratégies de retrait.

Cette évaluation des pertes éventuelles consiste donc à calculer la moyenne des pertes (MP_t), à chaque âge t , lorsque le prélèvement est inférieur à la rente viagère, multipliée par la probabilité d'avoir un retrait inférieur à la rente à cet âge t (PP_t).

MP_t désigne donc la moyenne des pertes à la date t lorsque le prélèvement est inférieur à la rente viagère réelle. Formellement, cet indicateur est calculé de la manière suivante :

$$MP_t = E(Z - B_t | B_t < Z)$$

Cette mesure indique la perte moyenne occasionnée par le choix d'une sortie du capital sous forme de retraits programmés au détriment d'une conversion en rente viagère.

Puis, pour chaque âge t , nous multiplions cette perte moyenne par la probabilité d'avoir effectivement un retrait inférieur à la rente viagère.

Cet indicateur se calcule de la manière suivante :

$$MPC_t = E[\max(z - B_t, 0)]$$

$$MPC_t = MP_t * PP_t$$

MPC_t est exprimé en pourcentage de la rente viagère réelle prise en référence.

Les figures 4.10 à 4.13 illustrent les pertes moyennes pondérées par leurs probabilités d'occurrence pour les 4 stratégies simulées (stratégie de prélèvement fixe, stratégie à taux fixe, règle 1/E, règle 1/T). La figure 4.10 représente ces pertes pour un portefeuille 60% actions – 40% obligations et un taux de conversion de 3,81% (homme), la figure 4.11 pour ce même portefeuille mais un taux de conversion de 3,34% (femme), la figure 4.12 pour un portefeuille contenant 60% d'actions et 40% d'actif immobilier et un taux de conversion de 3,81% et la figure 4.23 pour ce portefeuille comportant des actions et l'actif immobilier et un taux de conversion de 3,34%.

Nos estimations montrent que ces pertes éventuelles peuvent être assez importantes, quelle que soit la stratégie de prélèvement choisie.

Pour la première année, toutes les stratégies, à l'exception de celle d'un prélèvement fixe (le premier retrait étant par définition égal à la rente viagère), ont une MPC positive. La stratégie de retrait à taux fixe et la règle 1/E ont une MPC croissante avec l'âge. La MPC de la stratégie 1/E augmente lentement jusqu'à l'âge de 85 ans avant de converger rapidement vers 100%, les taux de retrait élevés des premières années ayant rapidement épuisé le capital pour certaines trajectoires de rendement simulées. Pour le portefeuille d'actions et d'obligations et un taux de conversion de 3,81%, la MPC est inférieure à 20% jusqu'à l'âge de 80 ans (81 ans pour un portefeuille contenant des actions et l'actif immobilier). Par contre à 98 ans, la MPC est supérieure à 50% de la rente viagère. Concernant la stratégie d'un taux de prélèvement fixe, les pertes sont plus importantes en début de retraite : cet indicateur est de 23,19% à 70 ans, de 30% à 75 ans et de 35,76% à 80 ans.

Figure 4.10 : Pertes moyennes des retraits programmés par rapport à la rente viagère (actions – obligations, hommes)

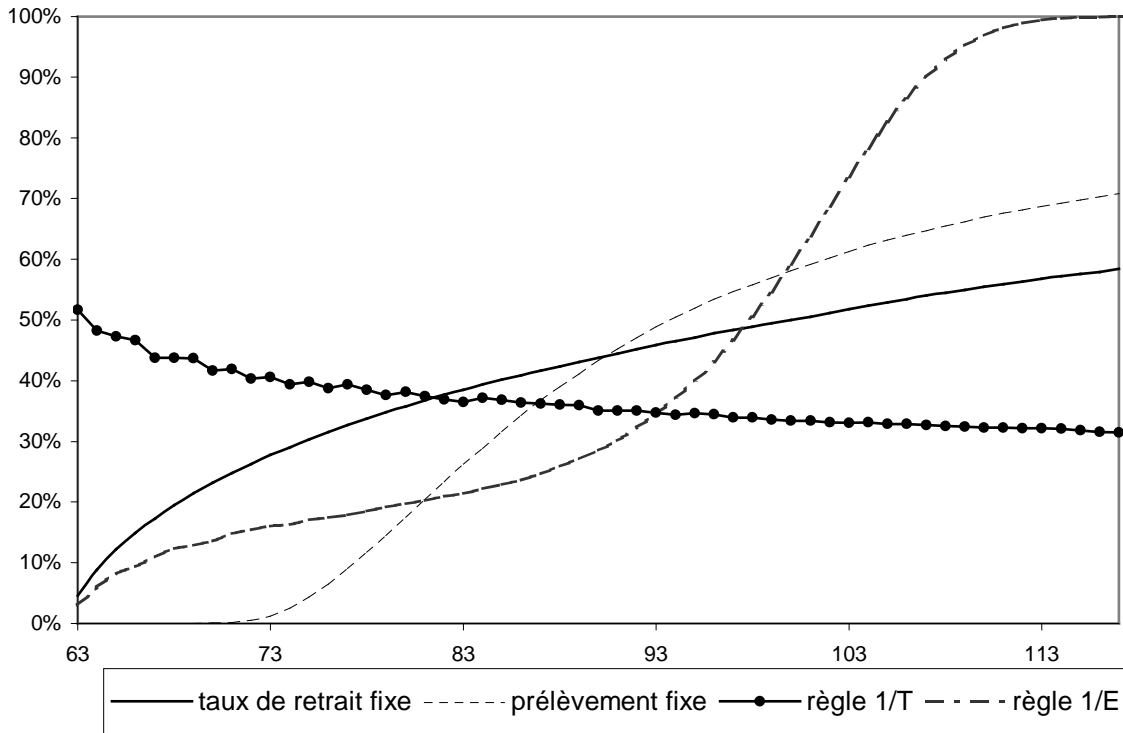


Figure 4.11 : Pertes moyennes des retraits programmés par rapport à la rente viagère (actions – obligations, femmes)

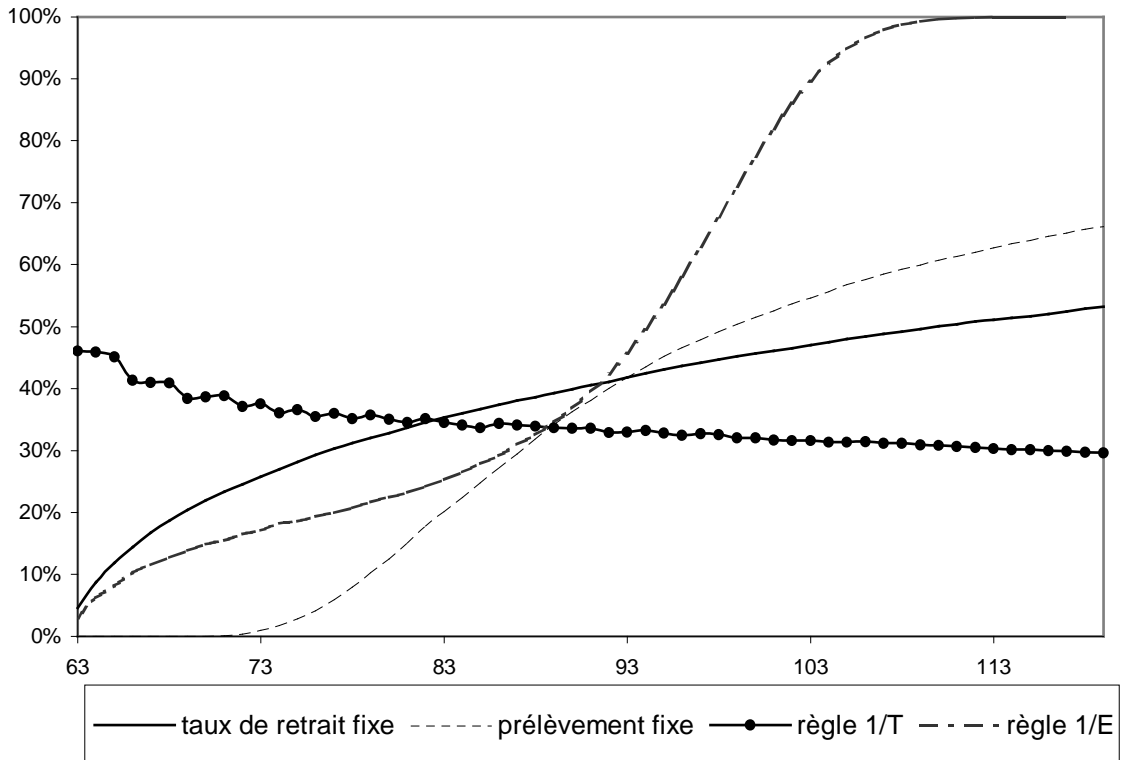


Figure 4.12 : Pertes moyennes des retraits programmés par rapport à la rente viagère (actions – actif immobilier, hommes)

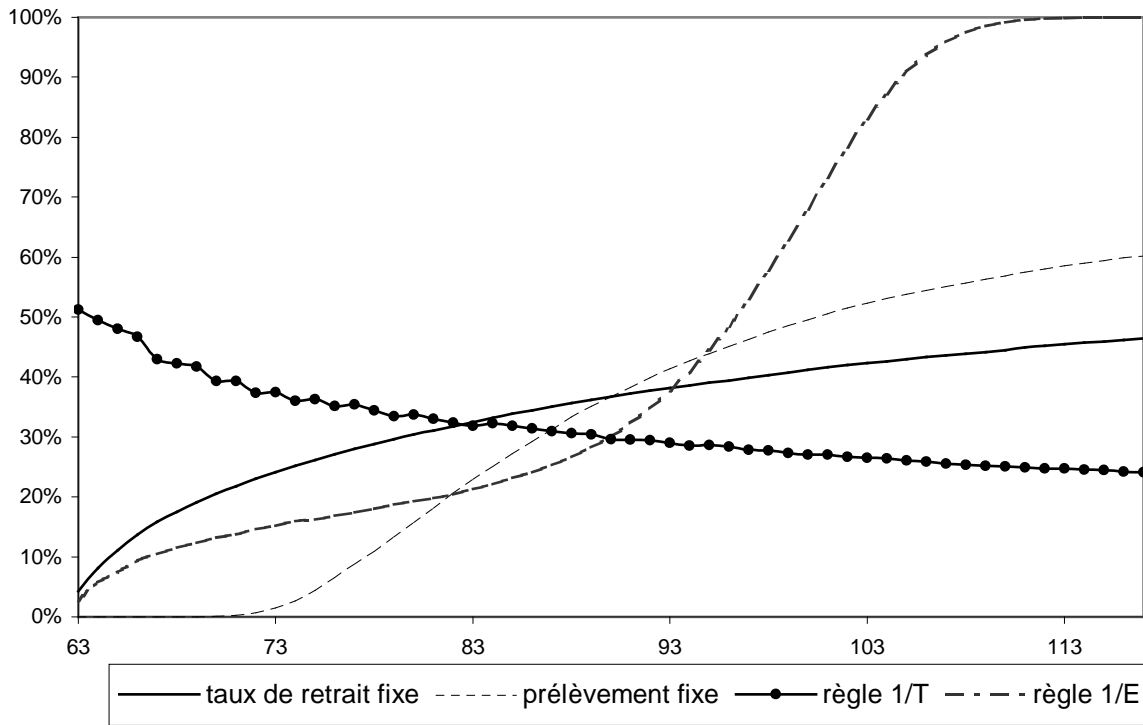
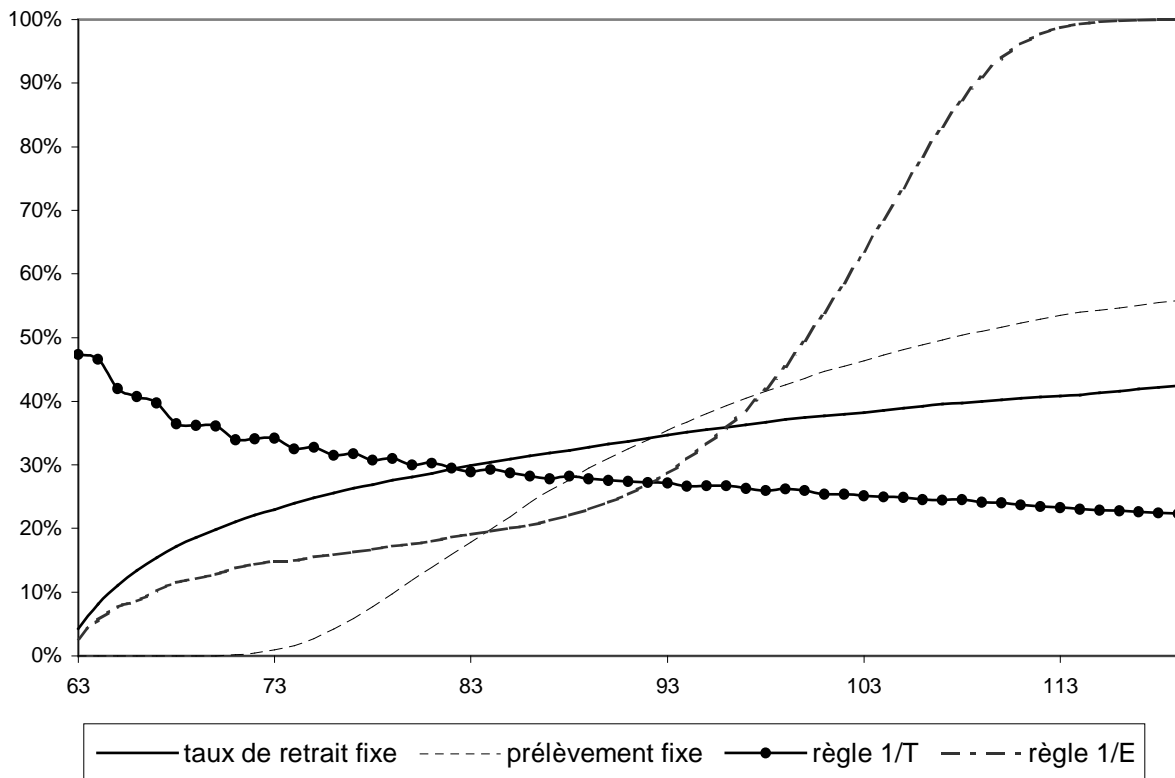


Figure 4.13 : Pertes moyennes des retraits programmés par rapport à la rente viagère (actions – actif immobilier, femmes)



La règle 1/T a, au contraire, la particularité d'avoir une *MPC* assez élevée dès le début de la phase de distribution en raison des faibles taux de retrait de cette stratégie (le taux de retrait est inférieur au taux de conversion en rente viagère jusqu'à 88 ans pour un homme et jusqu'à 94 ans pour une femme). Pour chaque configuration (allocation de portefeuille et rente viagère de référence), La *MPC* dépasse les 30% pour les premiers prélèvements réels. Jusque l'âge de 82 ans (sauf dans la configuration d'un portefeuille 60% actions – 40% obligations et d'un taux de conversion de 3,81% où l'âge est de 81 ans), la règle 1/T est la stratégie ayant la *MPC* la plus élevée. Après 95 ans, les pertes éventuelles exprimées en pourcentage de la rente viagère de cette stratégie sont les moins importantes (entre 20% et 30% selon l'allocation du portefeuille choisie et la rente viagère utilisée pour la comparaison).

Quant à la stratégie d'un prélèvement fixe, si elle limite le risque pour les premières années de retraite, la *MPC* étant inférieure à 10% jusqu'à 77 ou 78 ans selon la stratégie d'allocation du portefeuille, elle peut occasionner des pertes assez importantes par la suite : à 100 ans, la *MPC* est supérieure à la moitié de la rente viagère pour toutes les allocations d'actifs simulées.

4.3.3 Stratégies de distribution et pensions cibles

Nous avons jusqu'à présent comparé les retraits programmés à la rente viagère indexée sur l'inflation. Nous prenons maintenant une nouvelle mesure du risque pour estimer l'intérêt des différentes stratégies de retrait possibles dans notre exercice car les mesures utilisées précédemment dans cette section ne nous donnent pas vraiment une idée précise de la pension reçue par rapport aux revenus de la vie active. Nous calculons, pour chaque âge t , la probabilité d'obtenir certains taux de remplacement cibles à partir de ces différentes stratégies de retrait. Autrement dit, ces retraits sont exprimés en pourcentage du dernier salaire perçu durant la vie active. Cette mesure permet ainsi d'associer les risques des deux phases d'un système de retraite : la phase d'accumulation et la phase de distribution. Plusieurs hypothèses sont formulées pour faciliter la comparaison des différentes stratégies de prélèvement :

- l'individu commence à travailler en $t-1$ et reçoit son premier salaire w_t en t . Il en place une fraction égale à 23,8% sur un compte épargne retraite ;
- l'individu prend sa retraite en $t+39$ après avoir effectué un dernier versement ;
- concernant les placements de la phase de distribution, l'individu a le choix entre cinq stratégies : une conversion du capital accumulé en rente viagère à l'âge du départ à la retraite,

une stratégie de prélèvement fixe, une stratégie à taux de retrait fixe, une règle 1/T et une règle 1/E ;

- les rendements des actifs financiers sont diminués chaque année de 0,4 point durant les deux phases afin de prendre en compte les frais administratifs (cette hypothèse, inspirée des travaux de Feldstein [1998], correspond au scénario 2 simulé dans les chapitres précédents consacrés à la phase d'accumulation). Ce scénario a l'avantage de permettre la simplification de la structure des frais administratifs. Quant à la rente viagère, la tarification de la rente se fait à partir de frais de 3%, ce qui permet de reprendre les taux de conversion calculés précédemment (3,81% pour les hommes et 3,34% pour les femmes).

- deux taux de remplacement cibles sont retenus : un taux de 33% qui correspond au taux garanti par la répartition selon le scénario du COR [2001] et le taux de 50% qui correspond au seuil visé par les autorités publiques dans l'exposé de la loi Fillon [2001]¹²⁶.

Les schémas 4.2, 4.3 et 4.4 décrivent les séquences des opérations de la phase d'accumulation et de la phase de distribution.

¹²⁶ Par rapport au chapitre 3, nous n'avons pas retenu la cible de 65%, car nous avons démontré qu'elle était assez difficile à atteindre par la capitalisation, quelle que soit la stratégie d'allocation choisie durant la phase d'accumulation.

Schéma 4.2 : Phase d'accumulation

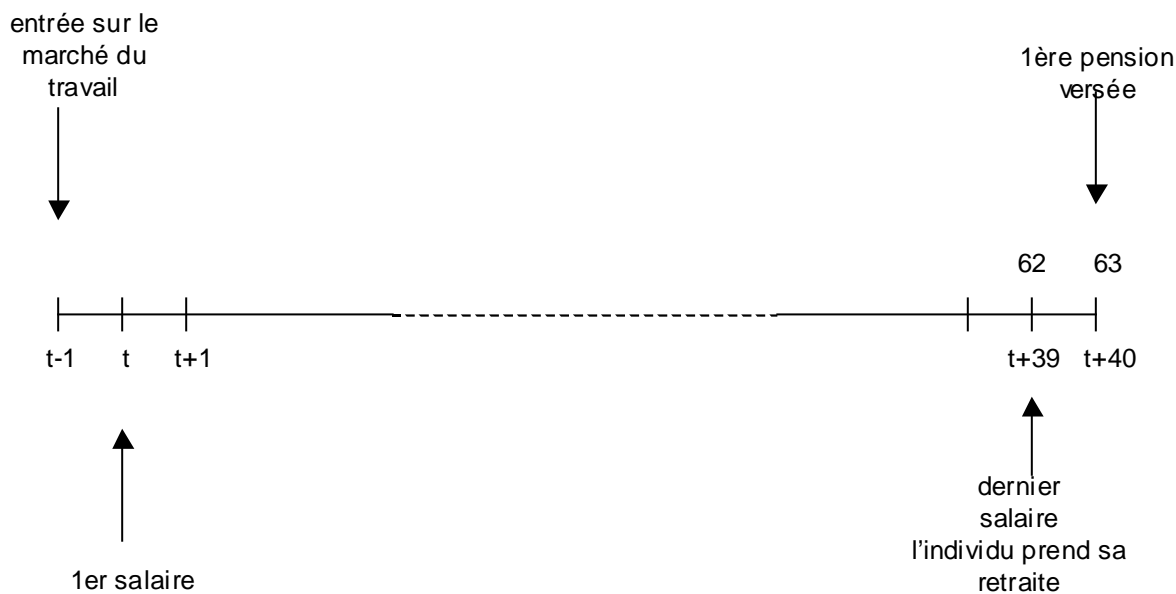


Schéma 4.3 : Phase de distribution ; sortie du capital sous forme de retraits programmés

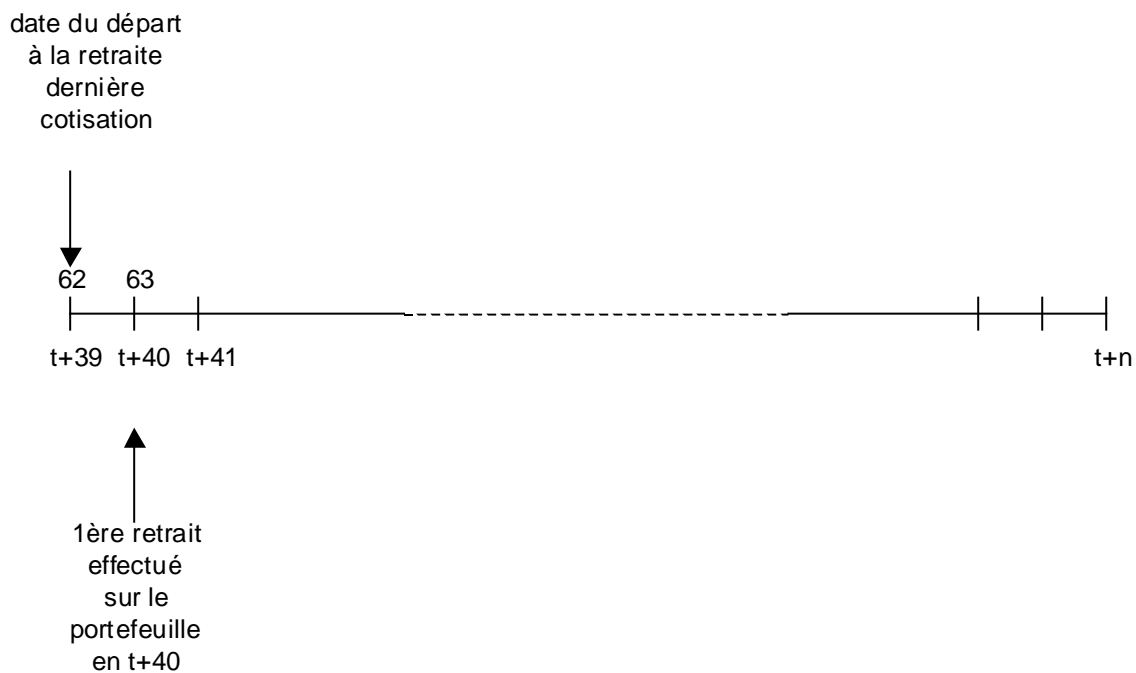
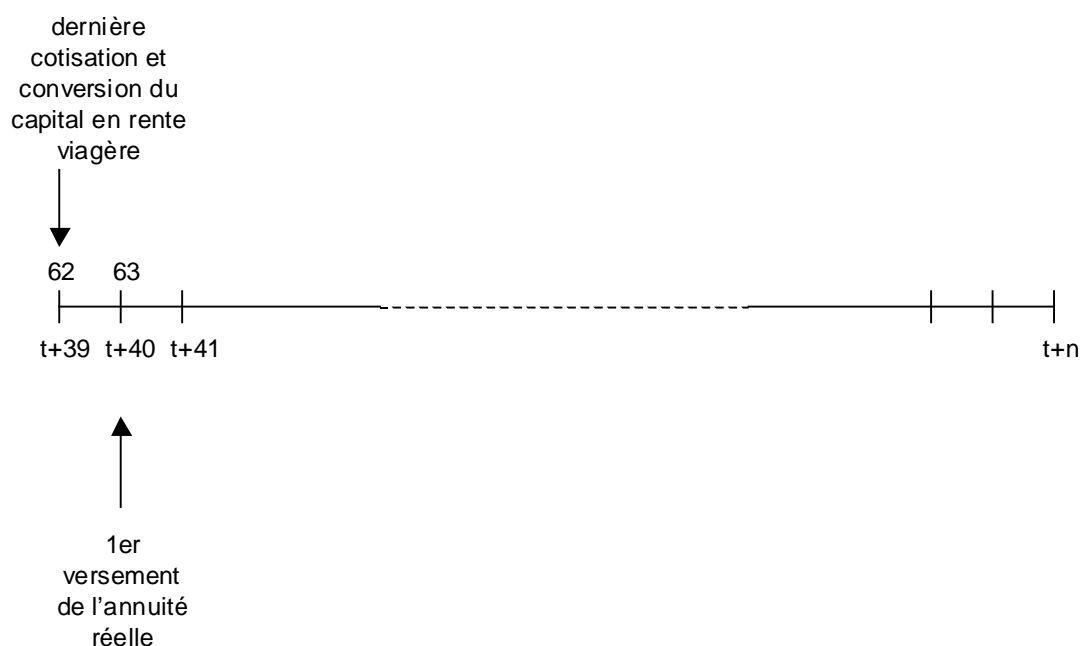


Schéma 4.4 : Phase de distribution ; sortie du capital sous forme de rente viagère



Le tableau 4.14 donne les probabilités de ne pas atteindre les taux de remplacement cibles à partir des rentes viagères calculées en utilisant les taux de conversion de 3,81% pour les hommes et de 3,34% pour les femmes. L'annuité étant réelle, la probabilité d'avoir une pension inférieure à la cible est la même quel que soit l'âge du retraité. Le portefeuille 60% actions – 40% actif immobilier présente de meilleures performances que celles du portefeuille 60% actions – 40% obligations. Pour un homme, la probabilité d'avoir un taux inférieur à 33% est de 53,89% pour le portefeuille contenant des actions et des obligations contre 43,92% pour le portefeuille comportant des actions et l'actif immobilier. Le taux de conversion calculé à partir des données de mortalité des femmes étant plus faibles, les probabilités d'avoir un taux de remplacement inférieur à une cible de 33% ou de 50% sont plus élevées que celles des hommes.

Tableau 4.14 : Probabilité d'avoir un taux de remplacement inférieur à un certain seuil – sortie du capital sous forme de rente viagère

	Rente viagère réelle calculée à partir d'un taux de conversion de 3,81% (hommes)		Rente viagère réelle calculée à partir d'un taux de conversion de 3,34% (femmes)	
	Portefeuille 60% actions – 40% obligations	Portefeuille 60% actions – 40% actif immobilier	Portefeuille 60% actions – 40% obligations	Portefeuille 60% actions – 40% actif immobilier
Cible de 33%	53,89%	43,92%	60,27%	50,02%
Cible de 50%	72,20%	61,53%	76,94%	66,03%

Source : calculs de l'auteur

Figure 4.14 : Probabilité d'avoir une pension inférieure à 33% du dernier salaire (portefeuille actions – obligations, hommes)

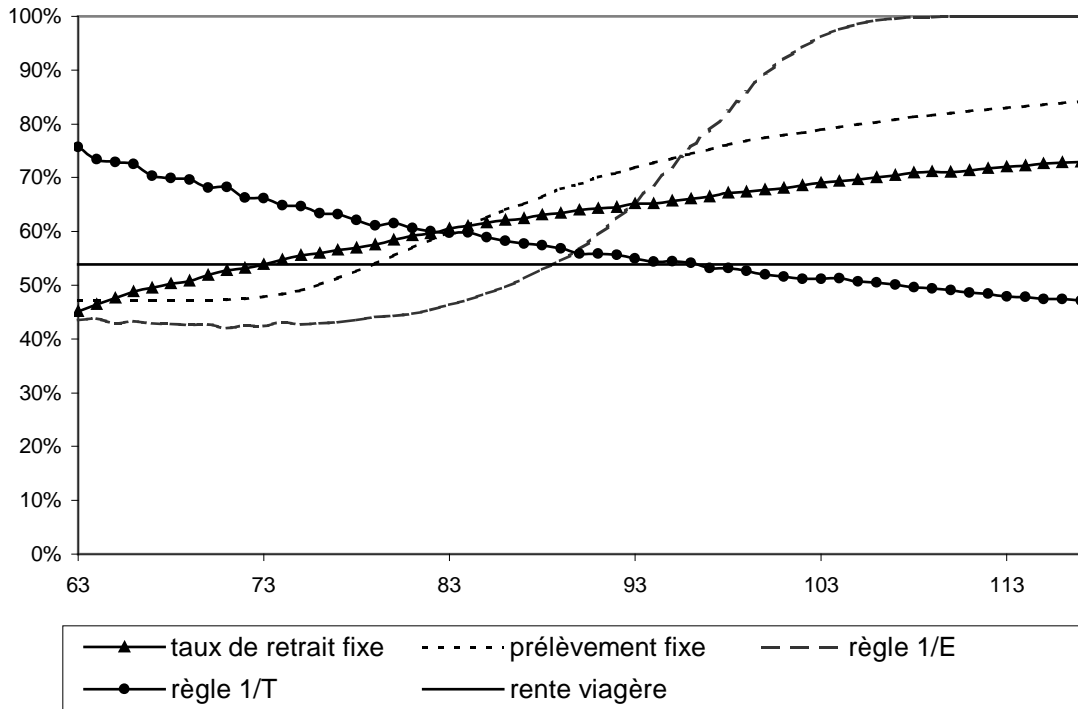


Figure 4.15 : Probabilité d'avoir une pension inférieure à 33% du dernier salaire (portefeuille actions – obligations, femmes)

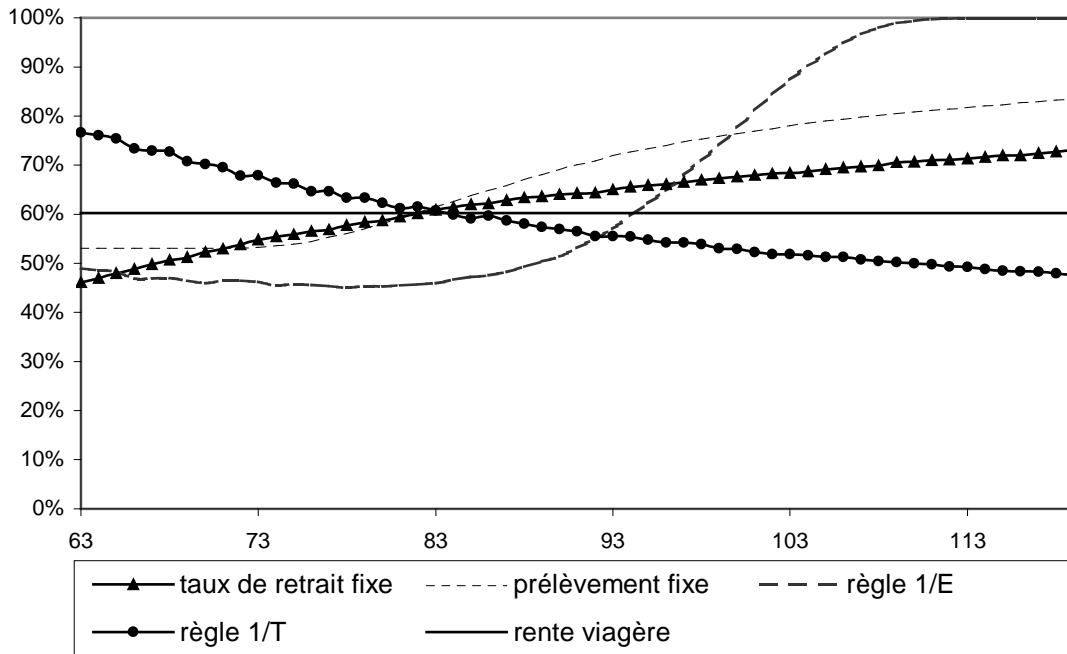


Figure 4.16 : Probabilité d'avoir une pension inférieure à 33% du dernier salaire (portefeuille actions – actif immobilier, hommes)

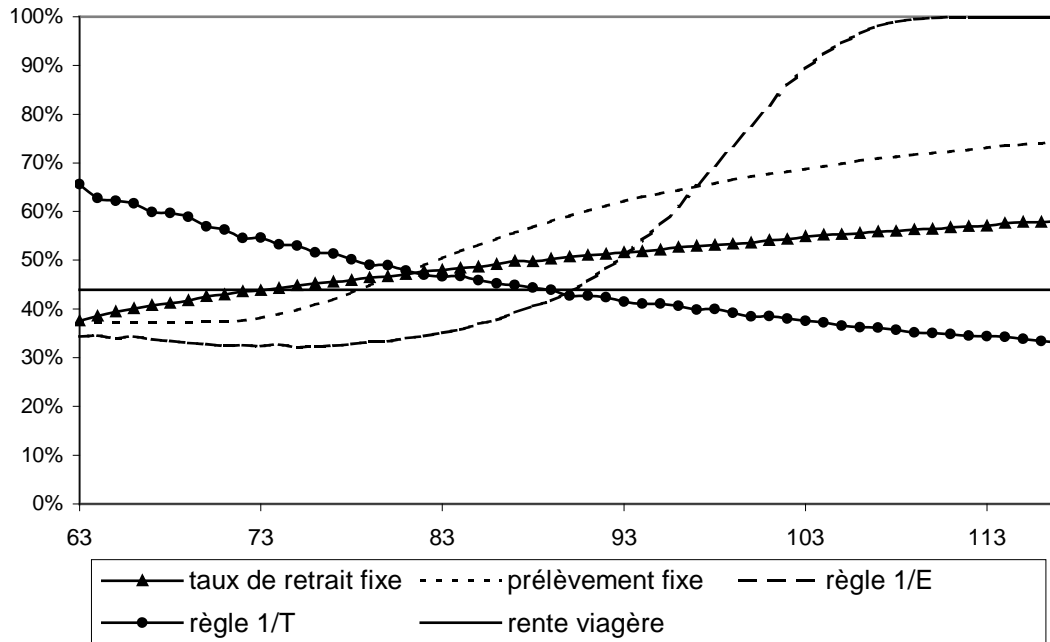


Figure 4.17 : Probabilité d'avoir une pension inférieure à 33% du dernier salaire (portefeuille actions – actif immobilier, femmes)

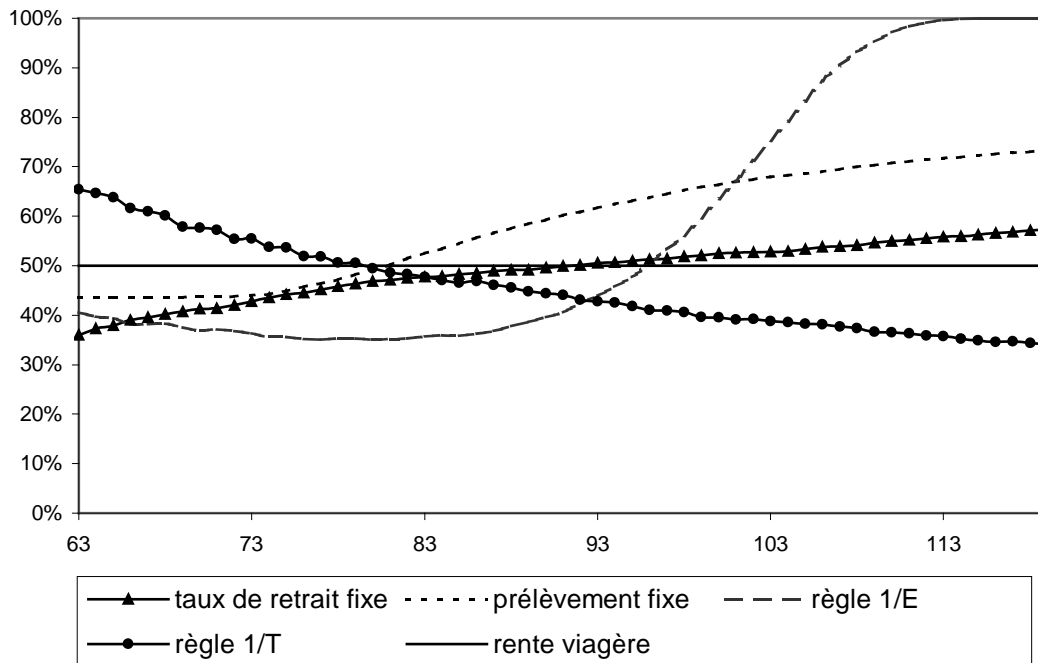


Figure 4.18 : Probabilité d'avoir une pension inférieure à 50% du dernier salaire (portefeuille actions – obligations, hommes)

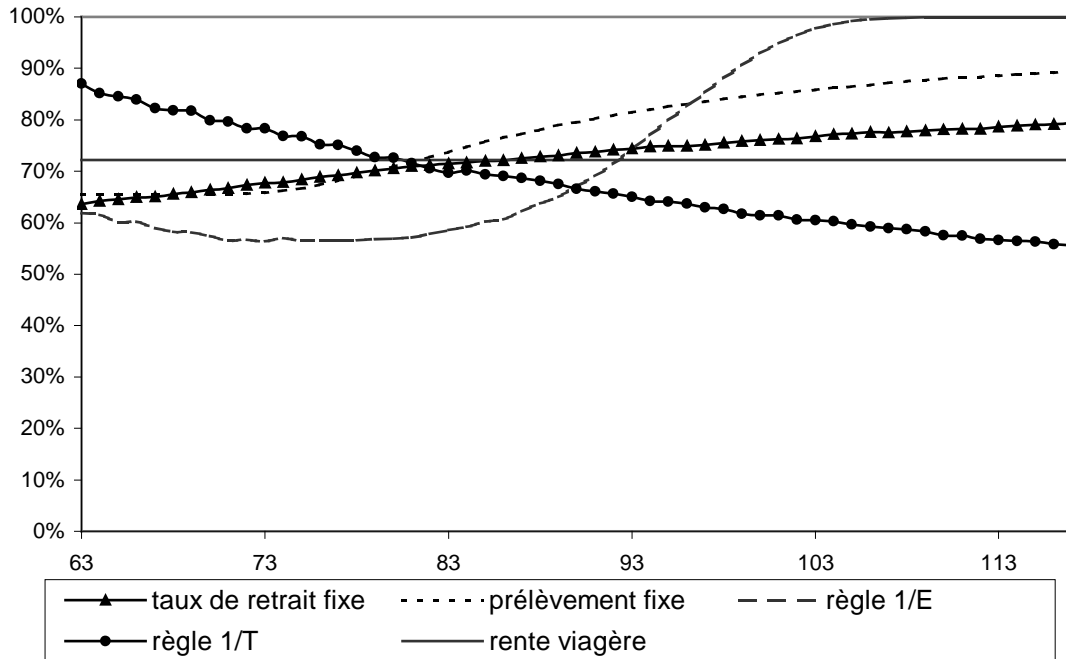


Figure 4.19 : Probabilité d'avoir une pension inférieure à 50% du dernier salaire (portefeuille actions – obligations, femmes)

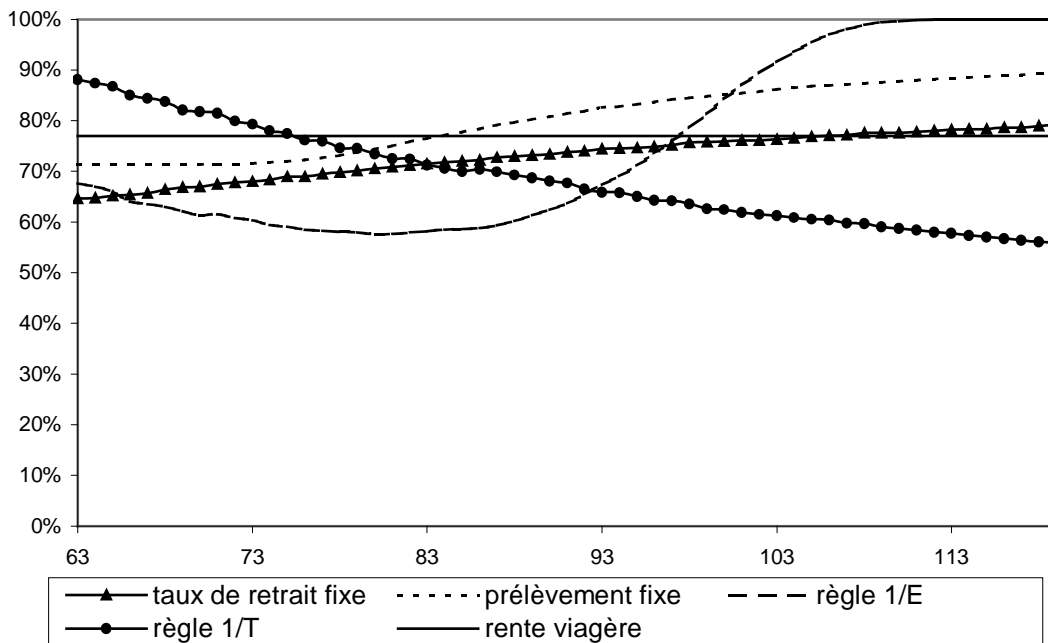


Figure 4.20 : Probabilité d'avoir une pension inférieure à 50% du dernier salaire (portefeuille actions – actif immobilier, hommes)

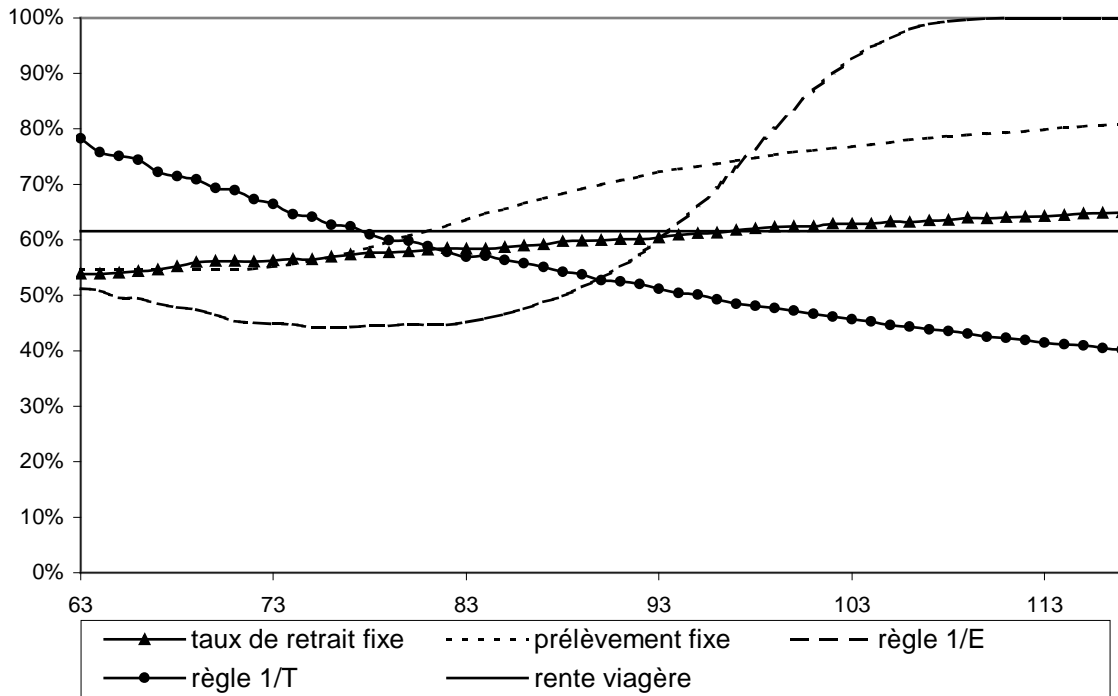
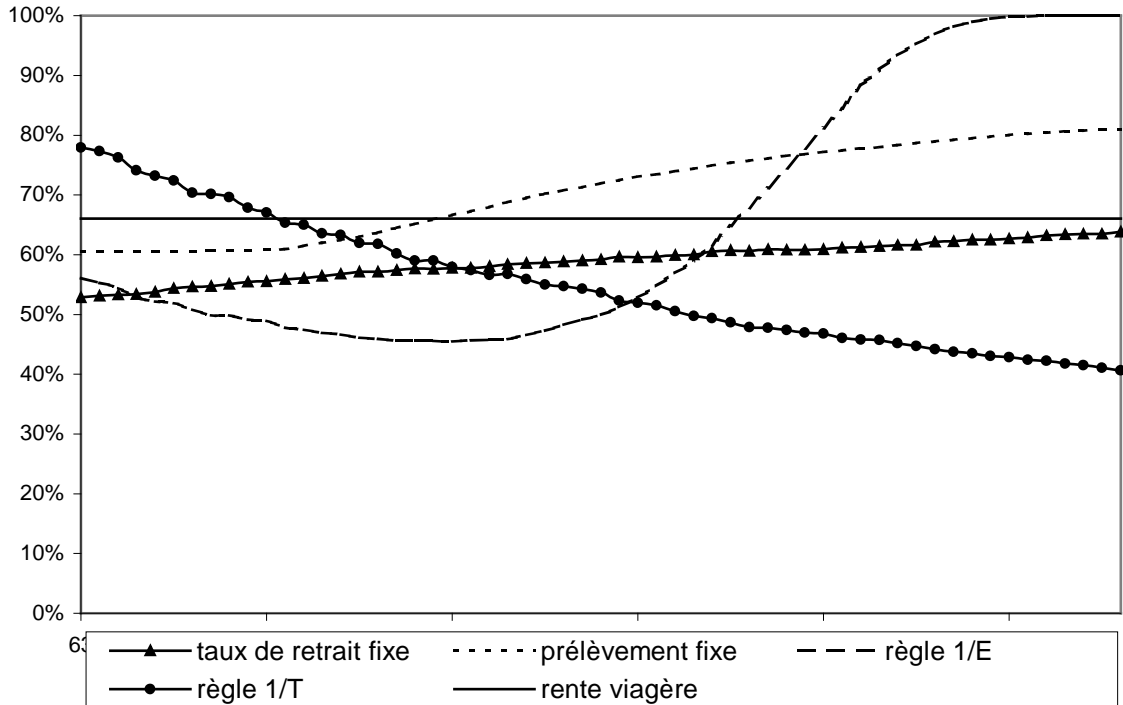


Figure 4.21 : Probabilité d'avoir une pension inférieure à 50% du dernier salaire (portefeuille actions – actif immobilier, femmes)



Les figures 4.14 à 4.21 illustrent les probabilités d'atteindre les taux de remplacement cibles à partir des différentes stratégies de retrait programmés.

Comme précédemment, le calcul des probabilités d'atteindre certaines pensions cibles à partir des stratégies de retrait démontre que la stratégie 1/E est la plus intéressante en raison de ses taux de retraits plus élevés que ceux des autres stratégies de distribution du capital. Jusqu'au 28^{ème} retrait pour un homme et 34^{ème} retrait pour une femme, cette stratégie de prélèvement appliquée à un portefeuille 60% actions – 40% actif immobilier (Figures 4.16 et 4.17), a une probabilité plus élevée d'avoir un taux de remplacement supérieur à 33% que celle d'une conversion en rente viagère à 62 ans. Jusqu'au 25^{ème} retrait pour un homme et 28^{ème} retrait pour une femme, cette probabilité d'avoir une pension supérieure à 33% du dernier salaire dépasse même les 60%. Les stratégies de retraits programmés sont légèrement plus intéressantes pour les femmes en raison de la tarification de la rente viagère qui leur est moins favorable.

Concernant les âges les plus avancés, seule la stratégie 1/T est plus intéressante que la rente viagère. Par exemple, à partir du 40^{ème} prélèvement, la stratégie 1/E et la stratégie de prélèvement fixe ont des probabilités d'avoir une pension inférieure à 33% du dernier salaire supérieures à 65% alors que celles de la stratégie 1/T convergent vers 30%. Cette stratégie 1/T s'avère plus performante en fin de vie, étant donné les faibles taux de prélèvement du début de la phase de distribution du capital.

Il convient cependant d'insister sur le fait qu'aucune stratégie de distribution du capital ne permet d'avoir une pension supérieure à 33% du dernier salaire perçu avec une probabilité inférieure à 30%. De faibles rendements durant la phase d'accumulation ne peuvent pas vraiment être compensés par des stratégies visant à réinvestir, pendant la phase de distribution, le capital accumulé sur les marchés financiers.

Les probabilités d'avoir une pension inférieure à 50% du dernier salaire sont sans surprise beaucoup plus élevées, quelle que soit la stratégie de distribution du capital retenue. Aucune stratégie de retraits programmés ne permet d'obtenir, à une date t , une pension supérieure à 50% du dernier salaire perçu avec une probabilité inférieure à 40%. Par exemple, pour la stratégie de prélèvement à taux fixe et celle à montant déterminé, les probabilités d'avoir une pension inférieure à la moitié du dernier salaire sont supérieures à 50% pour un portefeuille contenant 60% d'actions et 40% d'actif immobilier et à 60% pour un portefeuille comportant 60% d'actions et 40% d'obligations.

En conclusion, si l'individu accorde une plus grande importance aux 30 premières années de retraite, il peut avoir intérêt à choisir une règle de prélèvement de type 1/E puisque les probabilités de ne pas atteindre les taux de remplacement cibles sont inférieures à celles des autres stratégies de prélèvement mais aussi à celle de la rente viagère indexée sur l'inflation. Si l'individu accepte de recevoir des pensions moins importantes en début de retraite, la règle 1/T peut être intéressante car elle lui offre des pensions supérieures à la rente en fin de vie et lui laisse, s'il est altruiste, la possibilité de legs.

Plus généralement, la principale conclusion de cet exercice est que les différentes stratégies de conversion du capital ne permettent pas de compenser les risques importants de la phase d'accumulation du capital.

4.4 Stratégies de prélèvement et espérance de vie

Comme dans la section 2, il est nécessaire de prendre en considération les espérances de vie à chaque âge. Nous avons notamment constaté dans la section 3 que la règle 1/E était la plus intéressante pendant les premières années de retraite mais que souvent vers 90 ans, elle offrait des pensions très faibles, l'essentiel du portefeuille ayant été prélevé au cours des premières années de retraite. Il est cependant préférable d'intégrer les espérances de vie à chaque âge dans notre analyse. Par exemple, si l'individu a une espérance de vie à la retraite de 20 années, il accordera une plus grande importance aux pensions reçues durant ces 20 années de retraite plutôt qu'à celles pouvant être reçues à 90 ou à 95 ans. Les indicateurs calculés dans cette section reprennent les outils d'analyses précédant mais en pondérant à chaque âge les différentes mesures de risque par les probabilités de survie.

4.4.1 Présentation des indicateurs

La « pension escomptée » (notée PE) correspond à la valeur escomptée des annuités compte tenu des probabilités de survie à chaque âge. Elle est égale à la somme des annuités pondérées par les probabilités de survie correspondantes.

$$PE = \sum_{t=1}^T \frac{{}_t P_x B_t}{(1+r_t)^t}$$

Pour chaque trajectoire de rendements financiers, nous faisons la somme des annuités perçues pondérées par les probabilités de survie à chaque âge. Cet indicateur est basé sur le concept du « money's worth » utilisé par Mitchell et al. [1999] afin d'estimer l'utilité offerte par des rentes viagères nominales et réelles.

Les « pertes escomptées » (notée *PPE*) correspondent à la somme des pertes éventuelles pour chaque âge t lorsque les prélèvements sont inférieurs à la rente viagère pondérées par les probabilités de survie à chaque âge. Cet indicateur correspond ainsi à la somme selon l'âge t des *MPC* pondérées par les probabilités de survie à chaque âge.

$$PPE = \sum_{t=1}^T \frac{{}_t p_x E[\max(z - B_t, 0)]}{(1+r)^t}$$

Mesurer l'ampleur des pertes éventuelles nous permet d'avoir une mesure complémentaire du risque pris par l'assuré.

Afin de mettre en évidence le choix à faire par l'individu entre les pensions offertes et les possibilités de legs, nous calculons la valeur des legs éventuels en fin d'année, noté *LE*, pondérés par les probabilités de décès à chaque âge.

Ces legs escomptés sont estimés de la manière suivante : nous faisons la somme des valeurs du portefeuille d'actifs financiers en fin d'année pondérées par les probabilités de décès entre $t-1$ et t .

$$LE = \sum_{t=1}^T \frac{{}_{t-1} p_x q_{x+t} PF_t}{(1+r)^t}$$

Cet indicateur offre la possibilité de présenter l'arbitrage à faire pour un agent altruiste souhaitant léguer une partie de son capital à ses descendants tout en ayant une retraite d'un certain niveau.

${}_{t-1} p_x q_{x+t}$ représente la probabilité pour un individu vivant en $t-1$ de décéder entre $t-1$ et t .

4.4.2 Rendements, risque et legs des stratégies de prélèvement

Pour chaque sexe et pour les 2 allocations d'actifs simulés (60% actions – 40% obligations et 60% actions – 40% actif immobilier), nous calculons la somme moyenne des annuités pondérées par les probabilités de survie à chaque âge, les legs éventuels moyens et les pertes escomptées moyennes. Nous évaluons aussi la distribution des pensions offertes ainsi que des legs éventuels afin d'avoir une nouvelle estimation du risque de la phase de distribution. Les résultats sont présentés dans les tableaux 4.15 et 4.16 pour les quatre stratégies de retraits

programmés simulés : une stratégie de prélèvement d'un montant fixe, une stratégie de prélèvement à taux fixe, une stratégie de retrait sous la forme 1/T et une stratégie de prélèvement sous la règle 1/E.

Tableau 4.15 : Pensions, legs et pertes éventuels pour différentes stratégies de prélèvement (hommes)

	Portefeuille Actions - obligations				Portefeuille Actions – actif immobilier			
	Stratégie Taux de retrait fixe	Stratégie Prélève- ment fixe	Règle 1/T	Règle 1/E	Stratégie Taux de retrait fixe	Stratégie Prélève- ment fixe	Règle 1/T	Règle 1/E
Pension								
Moyenne	103,87	82,27	91,89	136,99	131,8	84,08	120,02	175,54
D1	35,00	53,18	25,65	44,53	36,99	54,03	27,24	47,50
Q1	49,89	69,06	38,42	65,29	55,08	72,85	43,02	72,55
ME	76,69	91,82	62,81	101,48	90,14	96,24	73,61	121,30
Q3	122,94	97,02	107,87	165,72	152,75	97,02	137,18	211,56
D9	195,85	97,02	181,69	266,55	258,90	97,02	245,49	352,40
Legs								
Moyenne	110,50	146,71	153,29	38,24	173,84	279,44	230,43	53,16
D1	17,21	3,89	22,78	9,23	19,58	4,08	23,97	10,03
Q1	30,67	7,97	40,37	14,83	36,49	9,38	49,20	16,91
ME	59,67	27,26	81,52	25,26	80,83	48,71	105,11	31,74
Q3	124,82	134,69	167,27	45,47	181,35	243,71	239,79	61,41
D9	238,97	368,65	336,42	79,12	377,08	690,04	520,53	114,06
Pertes								
PPE	28,95	14,75	39,00	21,46	25,12	14,94	35,86	18,25

Source : calculs de l'auteur

Tableau 4.16 : Pensions, legs et pertes éventuels pour différentes stratégies de prélèvement (femmes)

	Portefeuille Actions - obligations				Portefeuille Actions – actif immobilier			
	Stratégie Taux de retrait fixe	Stratégie Prélève- ment fixe	Règle 1/T	Règle 1/E	Stratégie Taux de retrait fixe	Stratégie Prélève- ment fixe	Règle 1/T	Règle 1/E
Pension								
Moyenne	111,99	82,56	110,83	152,73	146,86	84,22	150,28	201,75
D1	34,66	52,40	26,21	45,52	36,74	53,02	29,45	47,60
Q1	51,32	69,76	40,97	67,54	56,29	72,82	47,71	74,82
ME	80,53	93,72	71,85	110,24	94,77	96,81	85,09	129,33
Q3	132,25	96,97	127,28	181,91	168,13	96,97	165,16	233,53
D9	216,02	96,97	225,22	297,67	296,92	96,97	317,91	414,93
Legs								
Moyenne	129,53	184,95	160,69	38,16	210,45	380,26	260,2	55,50
D1	16,22	2,78	18,34	7,75	17,88	2,89	21,68	8,18
Q1	30,91	6,12	35,27	12,79	37,42	7,36	44,61	14,83
ME	63,85	28,64	76,01	23,52	86,15	56,89	102,2	29,42
Q3	136,99	163,20	169,58	43,78	205,82	300,19	254,87	60,61
D9	285,62	458,34	353,50	79,76	470,79	898,25	595,15	121,17
Pertes								
PPE	28,18	14,41	35,40	20,28	24,60	12,75	32,03	17,73

Source : calculs de l'auteur

En raison de ses forts taux de retrait (pour chaque âge, le taux de prélèvement est supérieur à au taux de conversion), la règle 1/E est la stratégie de prélèvement offrant les meilleures performances en terme de pension.

Pour un portefeuille initial de 100 € et une allocation 60% actions – 40% obligations, la somme moyenne des annuités pondérées par les probabilités de survie à chaque âge est de 137 €. Il y a 50% de chances d'obtenir une somme d'annuités supérieure à 101,48 €, ce qui signifie qu'il y a environ 1 chance sur 2 de « recevoir » durant la phase de distribution plus que ce que l'on a investi au moment du départ à la retraite (100 €). En raison des frais administratifs prélevés par la compagnie d'assurance, la rente viagère n'offre quant à elle qu'une somme d'annuités de 97 €. La somme moyenne des pensions perçues par une femme est de 152,73 €, soit une moyenne supérieure de 11% à celle d'un homme, en raison de ses probabilités de survie à chaque âge plus élevées que celles d'un homme.

Le risque de perte par rapport à une rente viagère n'est cependant pas négligeable : dans environ 1 cas sur 4, la somme des annuités pondérées par les probabilités de survie à chaque âge est inférieure à 65 €.

L'immobilier ayant un rendement supérieur à celui des obligations, la somme moyenne des annuités de la règle 1/E appliquée à un portefeuille contenant 60% d'actions et 40% d'actif immobilier est plus importante (175,54 € contre 136,99 € pour un portefeuille comportant 60% d'actions et 40% d'obligations). Cependant, le risque de perte reste présent puisque dans 1 cas sur 10, un homme reçoit moins de la moitié de ce qu'il a placé sur les marchés financiers en début de retraite et dans 1 cas sur 4, il perd plus du quart de son capital initial (100 €). Ces résultats sont semblables pour les femmes puisque le premier décile est de 47,50 € et le premier quartile de 72,55 €.

La stratégie d'un prélèvement fixe est au contraire celle offrant en moyenne la plus faible pension. Pour un homme, la somme des annuités est en moyenne de 82,27 € pour un portefeuille contenant 60% d'actions et 40% d'obligations et de 84,08 € pour une allocation 60% actions – 40% actif immobilier. Pour une femme, ces moyennes sont respectivement de 82,56 € et de 84,22 €. La dispersion des annuités totales est cependant beaucoup plus faible : pour un portefeuille 60% actions – 40% obligations, le rapport D9/D1 est de 1,82 contre 5,56 pour la stratégie 1/E appliquée au même portefeuille. Mais, la principale différence entre les deux stratégies concerne les legs éventuels. Les legs moyens escomptés sont de 146,71 € pour une stratégie d'allocation 60% actions – 40% obligations et une règle de retrait 1/T contre seulement 38,24 € pour la stratégie 1/E appliquée au même portefeuille. Un individu très

altruiste a donc intérêt à privilégier cette stratégie. Néanmoins, la dispersion des legs éventuels est très forte : dans un cas sur 4, les legs sont inférieurs à 8 € et le rapport D9/D1 est de 94,8 contre 8,57 pour la règle 1/E.

La règle 1/T est également assez intéressante pour un retraité altruiste. Malgré ses faibles taux de retrait en début de période (le taux de retrait annuel est inférieur à 3% jusqu'à 84 ans pour un homme et jusqu'à 86 ans pour une femme), la somme des annuités obtenues en appliquant la règle de retrait 1/T est en moyenne supérieure à celle de la rente viagère. Pour un portefeuille contenant 60% d'actions et 40% d'actif immobilier, la somme des annuités est en moyenne de 120 € pour un homme et de 150,28 € pour une femme. Cependant, le risque de cette stratégie semble assez élevé puisqu'un homme a une chance sur deux d'avoir une somme d'annuités inférieure à 62,81 € pour un portefeuille 60% actions – 40% obligations et à 73,61 € pour un portefeuille 60% actions – 40% actif immobilier. Mais cette stratégie offre la possibilité d'héritages importants puisque la médiane des legs représente plus du double de celle de la stratégie à prélèvement fixe (105,11 € contre 48,71 € pour un portefeuille comportant des actions et l'actif immobilier, 81,52 € contre 27,26 € pour un portefeuille qui contient des actions et des obligations). Enfin, cette règle de prélèvement est surtout associée à la *PPE* (somme des pertes moyennes à l'âge t pondérées par les probabilités de survie à chaque âge) la plus élevée. Par exemple, la *PPE* pour un homme et une allocation actions – actif immobilier est de 35,86 € contre 25,12 € pour la stratégie de retrait à taux fixe, 14,94 € pour la stratégie de prélèvement d'un montant fixe, et 18,25 € pour la règle 1/E.

Quant à la stratégie de prélèvement à taux fixe, elle paraît être assez risquée. Si pour chaque allocation, le retraité récupère en moyenne plus que ce qu'il a placé au début de la phase de distribution, la probabilité d'avoir une pension totale inférieure à 100 € est assez forte, la médiane étant inférieure à 100 € pour toutes les allocations et pour les deux sexes. Quant à la *PPE*, celle-ci est comprise entre 25 et 29 % de la rente viagère selon l'allocation du portefeuille choisie. Concernant les legs, les moyennes sont très inférieures à celles de la règle 1/T ou de la stratégie de retrait d'un montant déterminé. Pour un portefeuille d'actions et d'obligations, les legs éventuels moyens d'un homme sont de 110,50 € contre 146,71 € pour la stratégie de prélèvement fixe et 153,29 € pour la stratégie 1/T ; les legs éventuels d'une femme sont de 129,53 € contre respectivement 184,95 € et 160,69 €.

En conclusion, quelle est la stratégie de retrait optimale ?

Pour un individu cherchant à maximiser ses annuités réelles, la stratégie 1/E semble être la plus intéressante sans pour autant être sans risque par rapport à une rente viagère réelle, dans le sens où les pensions perçues sous cette forme peuvent être très faibles. Un individu très averse au risque et altruiste choisit la stratégie de prélèvement fixe qui est aussi celle ayant la distribution des pensions la plus faible. Quant à la règle 1/T, elle apparaît être très risquée par rapport à une rente viagère, son seul attrait étant les possibilités d'héritages qu'elle laisse au retraité.

4.4.3 Systèmes combinés et réduction du risque

Une autre possibilité de distribuer le capital durant la phase de retraite est de combiner l'achat d'une rente viagère avec la possibilité de prélever chaque année une partie du capital non convertie en rente.

Nous supposons qu'à l'âge du départ à la retraite, une partie du capital accumulé durant la vie active est convertie directement en rente viagère. Le capital restant est réinvesti sur les marchés financiers et l'individu prélève chaque année un montant déterminé selon deux stratégies définies précédemment : la stratégie de prélèvement à taux fixe et la stratégie 1/E. Ces deux stratégies sont celles qui assuraient dans la plupart des simulations de l'exercice précédent les pensions moyennes les plus élevées. Quatre configurations sont étudiées : la part du portefeuille convertie en rente viagère réelle peut être de 20%, 40%, 60% ou 80%. Ces systèmes mixtes sont comparés à deux stratégies de distribution « pures » : une conversion complète du capital en rente viagère à 62 ans (âge du départ à la retraite) et une stratégie où la totalité du portefeuille est réinvestie sur les marchés financiers, l'individu prélevant chaque année un montant déterminé.

Le tableau 4.17 présente les principaux résultats concernant les pensions, les legs et les pertes éventuelles pour chaque configuration mixte étudiée. Concernant le capital réinvesti sur les marchés financiers, nous reprenons les allocations de portefeuille précédentes : 60% actions – 40% obligations et 60% actions – 40% actif immobilier.

Comme on pouvait s'y attendre, la somme des annuités et la moyenne des legs éventuels sont décroissantes avec la part du portefeuille convertie en rente viagère.

Si le portefeuille contient 60% d'actions et 40% d'obligations et si les retraits annuels s'effectuent selon la règle 1/E, un système 100% retraits programmés procure une somme

moyenne des annuités de 136,99 € contre 132,2 € pour une configuration 20% rente viagère - 80% retraits programmés, 122,75 € pour la configuration 40% - 60%, 113,02 € pour la configuration 60% - 40% et 105,42 € pour la configuration 80% - 20%.

Cette baisse des pensions s'accompagne d'une diminution du risque : pour un portefeuille actions – actif immobilier, la pension totale moyenne est de 112,58 € alors que la perte moyenne n'est que de 3,62 €. Si dans 1 cas sur 4, la somme moyenne des annuités est inférieure à 74,6 €, il y a 3 chances sur 4 d'avoir une pension totale moyenne supérieure à 92 € dans une configuration 80% rente viagère - 20% retraits programmés. Ces stratégies mixtes ont donc l'intérêt de réduire le risque en réduisant la dispersion des pensions offertes. Nous pouvons prendre l'exemple suivant : pour un portefeuille contenant 60% d'actions et 40% d'obligations et une règle de retrait 1/E concernant le capital réinvesti sur les marchés financiers, il y a 25% de chances d'avoir une somme moyenne d'annuités inférieure à 65 € dans une configuration 100% retraits programmés alors qu'il y a 3 chances sur 4 d'avoir une moyenne supérieure à 90 € dans la configuration 80% rente viagère – 20% retraits programmés. Les legs sont cependant très faibles pour cette configuration : 10,35 € contre 59,85 € si l'individu choisit la configuration 100% retraits programmés.

En conséquence, un individu ayant une forte aversion au risque a intérêt à choisir la conversion en rente viagère à 62 ans de la totalité du portefeuille. L'individu ayant par contre un goût pour le risque et/ou étant altruiste peut privilégier la configuration 100% retraits programmés.

Pour des individus ayant une aversion au risque et un degré d'altruisme intermédiaires, certaines configurations mixtes peuvent s'avérer avantageuses. La configuration 60% rente viagère – 40% retraits programmés (avec le choix d'une règle de retrait 1/E et d'un portefeuille actions – actif immobilier) permet un compromis intéressant : les pertes moyennes par rapport à la rente viagère sont relativement faibles (inférieures à 10) et dans 3 cas sur 4, la somme moyenne des annuités est supérieure à 87 €. Cette stratégie offre malgré tout la possibilité de bénéficier de pensions plus élevées que dans le cadre d'une conversion de la totalité du capital en rente viagère : dans 1 cas sur 4, la moyenne des annuités est supérieure à 146,70 €. Enfin, cette stratégie laisse une possibilité d'héritage satisfaisante pour un individu ayant un altruisme mesuré (legs éventuels moyens de 21,29 €).

Une autre possibilité de distribution du capital est de combiner les modes de distribution en retardant l'âge pour lequel l'individu convertit son portefeuille en rente viagère. Cette possibilité s'inspire du modèle de distribution appliqué jusqu'en 2006 aux fonds de pension au

Royaume-Uni : les retraités britanniques ont l'obligation de convertir en rente leur capital accumulé avant un âge déterminé (75 ans) avec la possibilité de prélèvement de revenu avant cet âge.

Nous simulons ainsi quatre nouvelles configurations où le portefeuille peut être converti en rente viagère à 70 ans, 75 ans, 80 ans ou 85 ans. Avant cet âge, le portefeuille est investi sur les marchés financiers et le retraité effectue des prélèvements annuels sur les fonds selon les différentes stratégies présentées précédemment. A l'âge de conversion, la totalité du capital restant est utilisée pour acheter une rente viagère.

Le taux de conversion du capital en rente viagère est croissant avec l'âge¹²⁷. Pour un homme, il est de 3,81% à 62 ans, de 5,21% à 70 ans, de 6,58% à 75 ans, de 8,76% à 80 ans et de 12,22% à 85 ans. Pour une femme, le taux est de 3,34% à 62 ans, de 4,44% à 70 ans, de 5,51% à 75 ans de 7,12% à 80 ans et de 9,70% à 85 ans.

Le tableau 4.18 résume les principaux résultats pour les quatre configurations étudiées (moyenne et distribution des sommes d'annuités et des legs éventuels et indicateur des pertes éventuelles si le prélèvement est inférieur à la rente). Nous limitons notre analyse à une comparaison des résultats avec la rente calculée à partir des données de mortalité masculine.

La somme moyenne des annuités est croissante avec l'âge de conversion du capital en rente viagère. Par exemple, pour un portefeuille d'actions et d'obligations, la somme moyenne des annuités de la stratégie de prélèvement à taux fixe est de 120,69 € pour une conversion à 70 ans, de 140,69 € pour une conversion à 75 ans, de 149,88 € pour une conversion à 80 ans et de 152,6 € pour une conversion à 85 ans. Les legs éventuels sont également croissants avec l'âge de conversion : pour cette même stratégie, la moyenne des legs est de 4,30 € pour une conversion du capital à 70 ans, de 10,22 € pour une conversion à 75 ans, de 18,63 € pour une conversion à 80 ans et de 32,61 € pour une conversion à 85 ans. Ce système combiné ne permet néanmoins pas de réduire le risque d'investissement des retraits programmés. Par exemple, dans 1 cas sur 4, la moyenne des annuités offertes par la stratégie consistant à effectuer des retraits selon la règle 1/T et à convertir le capital restant en rente viagère à l'âge de 85 ans, est inférieure à 60 €. Mais surtout, la *PPE* est croissante avec l'âge de conversion du capital : pour une stratégie de retrait à taux fixe appliquée à un portefeuille d'actions et d'obligations, la *PPE* passe de 13,90 € pour un âge de conversion de 70 ans à 21,59 € pour une conversion du capital à 85 ans. Ceci traduit le risque d'avoir à la date de conversion un

¹²⁷ Les taux de conversion ont été calculés en début de section et sont résumés dans le tableau 4.13.

solde inférieur au capital initial. Dans cette situation, la rente viagère est inférieure à celle que l'agent aurait eue s'il avait converti son portefeuille à l'âge du départ à la retraite, et ce, bien que le taux de conversion soit plus élevé.

Un dernier résultat intéressant concerne la stratégie de prélèvement 1/E. Nous avons démontré dans nos simulations concernant les régimes 100% retraits programmés que cette stratégie était la plus performante en terme de pensions offertes. La hiérarchie des stratégies de prélèvement est ici modifiée si le solde restant à 80 ans ou à 85 ans est converti en rente viagère. En effet, pour une conversion à 80 ans du portefeuille, la somme moyenne des annuités est de 145,76 € contre 149,88 € pour la stratégie de retrait à taux fixe, 153,76 € pour la stratégie de prélèvement fixe et 153,24 € pour la règle 1/T.

Une combinaison rentes viagères – retraits programmés pour cette règle 1/E n'est donc pas particulièrement intéressante. La raison est que les taux de retrait élevés des premières années conduisent, pour certaines trajectoires de rendement simulées, à réduire assez rapidement le solde converti à l'âge choisi de conversion du capital en rente viagère.

Tableau 4.17 : Systèmes mixtes rentes viagères - retraits programmés

Part du portefeuille consacrée à l'achat d'une rente viagère		0%	20%	40%	60%	80%	100%
Stratégie 1/E portefeuille actions - obligations							
Pension	Moyenne	136,99	132,2	122,75	113,02	105,42	97,00
	Q1	65,29	72,42	79,19	84,88	90,62	97,00
	Médiane	101,48	102,1	101,25	100,43	97,75	97,00
	Q3	165,72	153,27	140,21	125,66	110,74	97,00
Legs	Moyenne	38,24	31,48	23,28	15,09	7,75	0,00
	Q1	14,83	11,71	8,70	5,84	2,85	0,00
	Médiane	25,26	20,22	14,92	9,91	5,02	0,00
	Q3	45,47	36,70	26,93	17,91	9,28	0,00
PPE		21,46	16,33	12,24	8,32	4,28	0,00
Stratégie 1/E portefeuille actions – actif immobilier							
Pension	Moyenne	182,84	159,36	141,82	129,26	112,58	97,00
	Q1	73,96	76,04	80,92	87,12	92,24	97,00
	Médiane	123,68	112,26	108,53	107,40	101,8	97,00
	Q3	213,47	183,16	160,13	146,70	120,01	97,00
Legs	Moyenne	59,85	41,99	31,12	21,29	10,35	0,00
	Q1	18,46	13,49	10,12	6,41	3,24	0,00
	Médiane	35,15	25,55	18,63	12,33	6,20	0,00
	Q3	67,92	51,08	36,64	24,67	12,37	0,00
PPE		19,78	14,98	11,38	7,31	3,62	0,00
Stratégie à taux fixe actions – obligations							
Pension	Moyenne	103,87	100,60	100,17	98,58	97,99	97,00
	Q1	49,89	60,67	69,12	78,49	87,35	97,00
	Médiane	76,69	80,76	85,60	88,44	92,63	97,00
	Q3	122,94	117,34	111,91	107,19	101,82	97,00
Legs	Moyenne	110,50	85,69	66,04	42,02	21,83	0,00
	Q1	30,67	23,32	18,66	12,20	5,93	0,00
	Médiane	59,67	46,01	35,78	25,23	11,80	0,00
	Q3	124,82	92,64	74,34	49,80	24,00	0,00
PPE		28,95	22,63	17,26	11,73	5,93	0,00
Stratégie à taux fixe actions – actif immobilier							
Pension	Moyenne	138,81	127,23	117,31	110,57	104,36	97,00
	Q1	57,52	65,11	72,72	80,45	88,77	97,00
	Médiane	94,77	91,39	92,09	93,64	95,69	97,00
	Q3	163,12	148,88	129,15	120,77	109,13	97,00
Legs	Moyenne	191,52	141,32	105,85	70,67	36,30	0,00
	Q1	41,48	28,52	20,40	14,54	7,38	0,00
	Médiane	89,27	65,05	46,59	31,89	16,07	0,00
	Q3	201,89	151,97	106,87	73,76	36,51	0,00
PPE		26,13	19,67	14,94	101,4	4,99	0,00

Source : calculs de l'auteur

Tableau 4.18 : Combinaison retraits programmés rentes viagères

		Portfeuille Actions - obligations				Portfeuille Actions – actif immobilier			
		Stratégie Taux de retrait fixe	Stratégie Prélève- ment Fixe	Règle 1/T	Règle 1/E	Stratégie Taux de retrait fixe	Stratégie Prélève- ment fixe	Règle 1/T	Règle 1/E
Conversion du capital à 70 ans									
Pension	Moyenne	120,69	126,21	127,41	120,71	138,62	138,91	140,26	139,64
	Q1	72,60	76,73	72,00	73,56	78,09	78,69	74,54	79,07
	Médiane	105,21	109,54	108,66	104,95	117,21	115,75	114,00	115,99
	Q3	149,80	152,4	157,83	150,89	172,76	170,78	176,78	175,86
Legs	Moyenne	4,30	4,49	4,89	4,17	4,77	4,84	5,22	4,65
	Q1	2,97	2,91	3,33	2,88	3,10	2,99	3,37	3,05
	Médiane	3,98	4,06	4,46	3,82	4,27	4,30	4,60	4,10
	Q3	5,22	5,61	5,93	5,10	5,84	5,99	6,47	5,72
PPE		13,90	11,15	18,35	13,44	12,25	10,33	17,32	11,65
Conversion du capital à 75 ans									
Pension	Moyenne	140,69	135,81	137,74	137,69	160,89	163,5	171,02	160,97
	Q1	69,42	69,62	64,08	72,98	74,57	76,90	68,43	76,94
	Médiane	108,2	105,24	104,36	109,20	120,35	117,53	125,37	123,20
	Q3	176,05	160,34	171,54	172,70	196,59	194,62	215,52	196,93
Legs	Moyenne	10,22	9,98	11,44	9,34	11,41	11,71	13,34	10,58
	Q1	5,82	4,97	6,60	5,51	6,10	5,44	6,84	5,76
	Médiane	8,54	8,12	9,71	7,93	9,26	8,98	10,67	8,70
	Q3	12,83	12,72	14,15	11,68	14,22	14,62	16,61	13,12
PPE		16,65	13,38	26,30	14,57	15,43	11,17	24,43	13,63
Conversion du capital à 80 ans									
Pension	Moyenne	149,88	153,76	153,24	145,76	184,95	192,8	200,00	174,10
	Q1	69,31	69,52	60,82	70,84	70,49	73,50	70,16	73,97
	Médiane	111,47	104,08	104,90	112,06	120,33	119,32	134,36	121,66
	Q3	183,08	177,05	181,39	178,08	209,61	214,28	232,37	211,78
Legs	Moyenne	18,63	19,49	22,39	15,66	21,90	24,18	27,51	18,36
	Q1	9,38	6,57	10,79	8,07	9,68	7,16	11,97	8,41
	Médiane	14,67	13,60	17,43	12,41	15,82	15,51	19,44	13,63
	Q3	23,47	24,68	27,07	19,07	26,06	29,72	33,54	22,67
PPE		18,67	13,22	30,31	16,17	17,73	11,96	27,51	15,57
Conversion du capital à 85 ans									
Pension	Moyenne	152,6	154,11	155,37	147,68	198,10	202,51	206,55	188,91
	Q1	66,76	70,64	57,26	72,64	71,44	72,85	61,73	75,46
	Médiane	108,26	95,68	100,2	112,96	123,35	111,52	118,72	126,28
	Q3	179,81	158,02	188,20	175,77	232,10	214,22	246,62	219,99
Legs	Moyenne	32,61	34,41	40,72	15,98	41,63	47,21	51,69	19,11
	Q1	14,23	7,12	17,09	8,41	14,92	8,15	18,33	8,54
	Médiane	23,02	17,68	29,08	12,82	26,61	24,07	33,67	13,78
	Q3	39,37	39,78	49,37	20,17	49,86	57,53	62,53	23,28
PPE		21,59	14	33,40	16,77	19,85	12,39	31,12	15,77

Source : calculs de l'auteur

4.4.4 Allocations d'actifs, taux de retrait et minimisation des pertes

Nous avons jusqu'à présent utiliser deux allocations de portefeuilles : 60% actions – 40% obligations et 60% actions – 40% actif immobilier. Il peut être intéressant d'estimer l'influence du poids des actions dans le portefeuille sur le somme moyenne des annuités ou des legs éventuels en fin de vie. Dus et al. [2005] démontrent notamment que la minimisation des pertes éventuelles d'une stratégie de prélèvement par rapport à une rente viagère requiert un investissement important en obligations.

Comme nous avons constaté dans la section précédente que l'immobilier procurait des pensions supérieures à celles offertes par les obligations, nous limitons notre analyse au couple d'actifs actions – actif immobilier. Nous calculons la part optimale en actions du portefeuille qui minimise les pertes par rapport à la rente viagère pondérées par leurs probabilités d'occurrence. Autrement dit, nous choisissons le portefeuille qui minimise notre indicateur appelé *PPE*. Nous effectuons nos simulations pour les quatre stratégies de prélèvement définies en début de section : la stratégie de prélèvement d'un montant fixe (stratégie 1), la stratégie de retrait à taux fixe (stratégie 2), la règle de retrait 1/T (stratégie 3), et la règle de retrait 1/E (stratégie 4). Ces stratégies sont comparées aux deux rentes viagères de référence : celle calculée à partir des espérances de vie à chaque âge des hommes (taux de conversion de 3,81%) et celle établie à partir des données de mortalité féminine (taux de conversion de 3,34%). Les résultats sont énoncés dans le tableau 4.19.

A l'exception de la règle 1/E, les allocations optimales sont proches de celles simulées dans la première partie de notre exercice. L'allocation qui minimise les pertes par rapport à la rente viagère est de 70% d'actions et 30% d'actif immobilier. Pour les trois stratégies, la moyenne des sommes d'annuités est légèrement plus élevée que celle du scénario de référence pour une très faible réduction du risque : pour un homme, la *PPE* de la stratégie de retrait à taux fixe est de 24,80 € contre 25,12 € dans le scénario de référence, la *PPE* de la stratégie de retrait d'un montant fixe est de 12,90 € contre 14,94 € et la *PPE* de la règle 1/E est inférieure de 0,07 € à celle de la stratégie de référence.

Le principal intérêt de ces simulations concerne la stratégie 1/T. Pour cette règle, la part en actions du portefeuille doit être très élevée : 90% pour les hommes et 80% pour les femmes. Ceci s'explique par les faibles taux de prélèvement de cette règle en début de retraite. Ces taux impliquent le besoin de rendements élevés des actifs financiers composant le portefeuille afin d'avoir une pension raisonnable durant les années de retraite où l'individu a une probabilité élevée d'être vivant. La somme moyenne des annuités est de 146,56 € pour un

homme (167,35 € pour une femme) contre 120,02 € dans le scénario de référence (150,28 € pour une femme).

Cependant, le risque d'investissement reste très élevé : la *PPE* est de 34,36 € pour les hommes et de 31,03 € pour les femmes. Les pertes éventuelles liées à cette stratégie restent donc plus élevées que celles des autres stratégies de prélèvement.

Ces simulations ont donc démontré qu'une forte allocation en actions du portefeuille ne permet pas une véritable réduction de la probabilité de recevoir moins que la pension garantie sous la forme d'une rente viagère réelle.

Autrement dit, la question de l'allocation du portefeuille ne modifie pas vraiment l'arbitrage à faire entre conversion du capital en rente viagère et retraits programmés.

Notre conclusion s'avère assez différente de celle de Dus et al. [2005]. Ces auteurs recommandent une forte composante en titres obligataires du portefeuille. Dans leur étude, le portefeuille optimal est de 25% d'actions et 75% d'obligations pour la stratégie de retrait d'un montant fixe et de 34% d'actions et 66% d'obligations pour la stratégie de retrait d'un montant variable. Cette différence s'explique principalement par le plus fort écart de rendement entre les actions et les autres actifs retenus (obligations ou actif immobilier) dans notre étude.

Dans une dernière simulation, nous concentrons l'analyse sur la stratégie de prélèvement à taux de retrait fixe. En effet, nous avons, dans toutes les simulations précédentes, limité le taux de retrait annuel à la valeur du taux de conversion du capital en rente viagère (3,81% pour les hommes, 3,34% pour les femmes). Nous calculons maintenant le taux de retrait annuel qui minimise les pertes éventuelles de cette stratégie de retraits programmés par rapport à la rente viagère.

Les taux de retrait possibles sont ceux utilisés dans la section 4.2 où le taux de prélèvement était appliqué au portefeuille initial : 2,5%, 3%, 3,5%, 4%, 4,5%, 5%, 5,5%, 6%, 6,5% et 7%. Trois stratégies de portefeuilles sont simulées : 60% actions – 40% obligations, 60% actions – 40% actif immobilier et 100% actions.

Le taux de retrait annuel optimal, noté ω^* est celui qui minimise les pertes éventuelles par rapport à la rente viagère.

$$B_t = \omega^* PF_t$$

avec

$$\omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega_n = \omega^*$$

Les résultats, présentés dans le tableau 4.20, mettent en évidence que, pour chaque stratégie d'allocation du portefeuille, les taux de retrait optimaux sont supérieurs à ceux utilisés dans le scénario de référence.

Pour les hommes, le taux de retrait optimal est de 6% pour les trois allocations d'actifs simulées. La somme moyenne des annuités est de 117,6 € pour un portefeuille contenant 60% d'actions et 40% d'obligations, de 156,17 € pour un portefeuille comportant 60% d'actions et 40% d'actif immobilier et de 189,59 € pour un portefeuille d'actions alors que, dans notre scénario de référence (taux de retrait de 3,81% pour les hommes et de 3,34% pour les femmes), la moyenne est de 103,87 € pour le couple actions – obligations et de 131,80 € pour le couple actions – actif immobilier.

Le risque reste malgré tout assez important puisqu'il y a une chance sur 4 d'avoir une moyenne d'annuités inférieure à 63,41 € pour un portefeuille d'actions et d'obligations et à 68,85 € pour un portefeuille d'actions et d'actif immobilier. L'indicateur *PPE* reste aussi assez élevé, étant supérieur pour chaque allocation, à la *PPE* de la stratégie 1/E équivalente (25,23 contre 21,46 pour un portefeuille d'actions et d'obligations, 21,66 contre 18,25 pour un portefeuille d'actions et d'actif immobilier). Nous pouvons néanmoins souligner que la baisse de la *PPE* permise par ce taux de retrait est supérieure à celle liée à une réallocation du portefeuille où la diminution de la *PPE* était minime.

Pour les femmes, les résultats sont assez semblables puisque le taux de retrait optimal est de 6% pour un portefeuille d'actions et de 5,5% pour les portefeuilles 60% actions – 40% obligations et 60% actions – 40% actif immobilier. La *PPE* diminue de manière sensible (de 28,18 € à 24,52 € pour un portefeuille contenant 60% d'actions et 40% d'obligations, de 24,60 € à 21,14 € pour un portefeuille comportant 60% d'actions et 40% d'actif immobilier) mais, comme pour les hommes, reste, pour chaque allocation de portefeuille, inférieure à celle de la stratégie 1/E (24,52 € contre 20,28 € pour le portefeuille 60% actions – 40% obligations, 21,14 € contre 17,73 € pour l'allocation 60% actions – 40% actif immobilier).

Tableau 4.19 : Minimisation des pertes éventuelles et allocation optimale

	Hommes				Femmes			
	Stratégie Taux de retrait fixe	Stratégie Retrait d'un montant fixe	Règle 1/T	Règle 1/E	Stratégie Taux de retrait fixe	Stratégie Retrait d'un montant fixe	Règle 1/T	Règle 1/E
Allocation Optimale Portefeuille Actions - immobilier	70-30	70-30	90-10	70-30	70-30	70-30	80-20	70-30
Pensions								
Moyenne	140,22	84,12	146,56	186,63	152,30	84,30	167,35	219,41
D1	37,22	54,82	28,32	47,98	36,23	53,12	29,91	49,27
Q1	55,37	72,73	44,71	72,50	56,89	73,32	49,40	78,19
ME	93,98	96,26	80,24	121,69	97,46	96,87	92,15	136,25
Q3	160,54	97,02	154,98	217,81	171,62	96,97	175,02	249,95
D9	276,20	97,02	305,87	376,22	302,69	96,97	349,69	463,11
Legs								
Moyenne	185,62	295,53	304,97	57,71	224,77	401,77	302,19	61,47
D1	20,03	4,21	25,63	10,37	17,70	2,93	22,04	6,22
Q1	38,69	9,46	50,85	16,98	39,09	7,30	48,52	15,43
ME	82,72	49,21	116,79	32,04	90,58	62,06	113,58	31,58
Q3	189,39	248,91	279,22	64,15	213,20	310,18	278,32	65,87
D9	406,92	692,58	661,38	122,00	491,76	1011,72	664,43	137,85
Pertes								
PPE	24,80	12,90	34,96	18,18	24,46	12,68	31,03	17,08

Source : calculs de l'auteur

Tableau 4.20 : Minimisation des pertes éventuelles et taux de retrait optimal

	Stratégie de prélèvement taux de retrait fixe					
	Hommes			Femmes		
	60% actions 40% obligations	60% actions 40% actif immobilier	100% actions	60% actions 40% obligations	60% actions 40% actif immobilier	100% actions
Taux de retrait optimal	6%	6%	6%	5,5%	5,5%	6%
Pensions						
Moyenne	117,6	156,17	189,59	127,55	169,67	211,7
D1	46,11	47,99	45,22	46,52	47,82	47,35
Q1	63,41	68,85	67,33	65,37	71,99	72,83
ME	92,86	110,78	113,34	98,92	116,35	126,74
Q3	141,02	182,04	205,82	153,20	193,06	227,71
D9	209,47	300,30	370,76	236,10	328,57	410,68
Legs						
Moyenne	60,56	101,10	145,16	64,97	112,81	142,89
D1	12,02	13,15	12,12	10,08	10,82	9,22
Q1	19,80	23,76	22,97	17,90	22,41	18,87
ME	36,73	49,21	50,93	35,35	48,53	46,93
Q3	69,78	106,56	124,84	73,00	110,62	116,08
D9	126,63	218,50	296,21	138,81	243,43	278,01
Pertes						
PPE	25,23	21,66	22,91	24,52	21,14	22,13

Source : calculs des auteurs

4.5 Conclusion du chapitre 4

Dans ce chapitre, nous avons comparé différentes stratégies de distribution du capital durant la période de retraite. Les stratégies de retraits programmés sont souvent présentées comme des alternatives à la conversion du capital en rente viagère. Ces stratégies ont notamment l'avantage de laisser la possibilité de léguer un capital à ses descendants.

Une sortie en capital, à la différence de la rente viagère, soumet l'individu à deux types de risque durant la phase de distribution du capital : un risque de longévité qui correspond à la probabilité d'épuiser la totalité du capital avant le décès du retraité et le risque d'investissement mis en évidence dans les chapitres précédents puisque le portefeuille est réinvesti sur les marchés financiers durant la période de retraite.

Ce chapitre a donc consisté à estimer ces risques à partir des rendements financiers historiques et des données de mortalité actuelles. La méthodologie retenue est similaire à celle du chapitre 3 : un bootstrap paramétrique est utilisé pour simuler différentes trajectoires de rendements financiers et mesurer les risques de la phase de distribution.

Nos simulations confirment sans surprise que le risque de ruine est croissant avec le taux de prélèvement. Mais elles indiquent surtout que le risque de longévité n'est pas négligeable, même pour de faibles taux de retrait (3% ou 4%) : les recommandations de Bengen, établies à partir des données américaines, ne sont pas applicables dans le contexte historique des rendements des actifs financiers français. Un individu très averse au risque a donc intérêt à privilégier la conversion de son capital en rente viagère.

Le choix entre certaines stratégies de retraits programmés, notamment celles où les prélèvements sont déterminés selon l'horizon temporel ou l'espérance de vie à la retraite, dépend en partie du souhait de privilégier certaines périodes de retraite.

Quant à l'allocation du portefeuille, celle-ci a peu d'influence sur le risque lié à la stratégie d'investissement : le portefeuille doit être composé d'une partie très importante d'actions, et ce, quel que soit le taux de prélèvement appliqué. Seul l'actif immobilier peut inciter le retraité à ne pas investir la totalité de son portefeuille en actions.

Plus généralement, aucune stratégie alternative de distribution du capital ne permet de compenser les risques liés à la phase d'accumulation du capital.

Ces différentes stratégies de prélèvement ont ensuite été comparées à une rente viagère théorique dont le montant a été établi à partir des nouvelles tables de mortalité françaises. Différentes mesures ont été définies : le niveau des retraits comparé à la rente viagère, la probabilité de bénéficier d'une retraite inférieure à la rente viagère, l'estimation des pertes

liées au choix d'une stratégie de retraits programmés et la probabilité d'obtenir une pension inférieure à certains seuils définis.

A la lecture des résultats, il est confirmé que les pertes éventuelles par rapport à la rente viagère peuvent être assez importantes, et ce, quelle que soit la stratégie de prélèvement choisie.

La stratégie de retrait optimale pour l'individu dépend de son aversion au risque et de son degré d'altruisme. Un individu ayant une forte aversion au risque choisira la conversion du capital en rente viagère dès l'âge du départ à la retraite. L'individu risquophile et altruiste peut privilégier les retraits programmés. Pour un individu ayant une aversion au risque et un degré d'altruisme intermédiaires, certaines configurations mixtes, rente viagère – retraits programmés, sont relativement intéressantes.

Concernant l'allocation du portefeuille, les stratégies permettant de limiter les pertes éventuelles par rapport à une rente viagère sont celles privilégiant l'investissement en actions : nos résultats sont, sur cette question, contraires à ceux de Dus et al. [2005] qui conseillaient un fort investissement en titres obligataires.

Conclusion générale

L'objectif de cette thèse était d'étudier les risques de la capitalisation en France en utilisant les rendements des marchés financiers observés sur l'ensemble du vingtième siècle. Les risques envisagés sont le risque de liquidation, c'est-à-dire le risque de transformer son capital en annuités dans une mauvaise situation de marché, le risque de trajectoire, c'est-à-dire le risque d'être confronté à une succession de mauvaises années dans la constitution de son patrimoine retraite et le risque de longévité qui correspond au risque d'épuiser la totalité du capital avant décès.

La réflexion économique sur les risques des systèmes de retraite est aujourd'hui très active dans certains pays, notamment aux Etats-Unis.

Nous avons ainsi commencé par recenser les principales études visant à estimer les différents risques propres à la capitalisation dans le cadre du chapitre 1.

Il n'existe pas de consensus sur la méthodologie à employer afin d'estimer les risques des systèmes de retraite. L'analyse historique est la plus souvent utilisée pour mesurer le risque de liquidation mais elle ne permet pas vraiment d'évaluer le risque à la baisse. Une analyse prospective est nécessaire pour estimer le risque de trajectoire et deux méthodologies de simulation des trajectoires de rendements financiers sont souvent employées : la méthode de Monte-Carlo et la méthode du Bootstrap.

Trois paramètres sont tout aussi déterminants dans l'évaluation des risques des régimes de retraite par capitalisation : la modélisation des frais administratifs, le mode de sortie du capital et surtout la période historique retenue pour l'estimation des rendements des différents actifs financiers composant le portefeuille. La plupart des études historiques ou prospectives sont menées à partir des données financières de la période d'après-guerre, ce qui conduit à sous-

estimer le risque de ne pas obtenir un certain montant de retraite. En choisissant cette période, le risque d'une crise systémique comme un krach boursier durable ou une période de grande inflation est très certainement négligé.

Cette thèse a ensuite essayé d'apporter des réponses à un certain nombre de questions liées au débat actuel sur les risques des régimes de retraite.

Le chapitre 2 a proposé une estimation du risque de liquidation par une analyse historique à partir des données financières françaises de la période 1901-2003. Nous avons calculé, pour 65 cohortes, les taux de remplacement historiques qui auraient été obtenus par un régime de retraite par capitalisation à cotisations définies et à prestations non définies. Le risque est mesuré par la volatilité des taux de remplacement historiques.

Les performances de la capitalisation dépendent fortement des actifs financiers composant le portefeuille.

Concernant les placements en actions, nous avons mis en évidence un fort contraste entre la période d'après-guerre et l'ensemble du siècle. Le taux de remplacement moyen des cohortes 1949-1964 est de plus de 64% alors qu'il est inférieur à 30% pour l'ensemble des cohortes étudiées. Le risque de liquidation n'est pas négligeable : toutes les cohortes d'avant 1947 ont un taux de remplacement inférieur à 40% (à l'exception des cohortes 1903-1904 qui liquident leur portefeuille pendant le boom du début des années 40) alors que les cinq cohortes 1910-1914 ont moins de 10% en raison de l'effondrement du marché à la libération.

Quant aux placements obligataires et monétaires, ils ne sont pas une alternative aux actions sur longue période en raison de la faiblesse des taux de remplacement procurés par ces investissements. Ces résultats rejoignent ceux d'Arbulu et al. [2001 et 2002].

Enfin, notre étude a souligné le peu d'intérêt d'une diversification nationale du portefeuille à partir des titres obligataires et de l'actif monétaire : la réduction du risque apportée par la constitution de portefeuilles mixtes est relativement faible et se fait en contrepartie d'une forte baisse des taux de remplacement. Seul l'investissement d'une partie des cotisations sur le marché américain permet surtout une hausse des pensions moyennes sans impliquer pour autant un risque plus important.

Nous avons ensuite procédé, dans le cadre du chapitre 3, à une analyse prospective des risques de liquidation et de trajectoire propres à la capitalisation.

En effet, aucun système par capitalisation ne subsisterait longtemps en offrant un an sur trois des taux de remplacement de 30%, et ce, même si en moyenne les taux de remplacement sont très élevés les autres années. Mesurer le risque de trajectoire nécessite de définir des taux de remplacement seuils pour juger de la fiabilité d'un système de retraite par capitalisation.

La mesure du risque retenue dans ce chapitre 3 a donc consisté à estimer la probabilité que le taux de remplacement tombe en dessous d'un certain niveau. Dans le cadre des retraites, cette mesure du risque nous paraît plus pertinente que l'écart type des taux de remplacement historiques. Une approche complémentaire a été de déterminer l'effort nécessaire pour que le taux de remplacement soit supérieur ou égal à un niveau cible auquel est associé un certain risque, dans l'hypothèse d'un régime retraite fondé exclusivement sur la capitalisation.

La méthodologie employée dans ce chapitre a été de simuler des taux de remplacement par la technique du bootstrap paramétrique : des séries financières sont recréées récursivement à partir des résidus ré-échantillonnés.

Nos simulations ont montré que le taux de remplacement garanti aux faibles revenus par la réforme Fillon est hors d'atteinte avec les taux de cotisation actuels pour des niveaux de risque socialement acceptables dans un contexte européen.

Le risque même d'avoir un taux de remplacement inférieur au taux plancher de la répartition n'est pas négligeable. Par exemple, dans le scénario consistant à investir le portefeuille exclusivement en actions, le taux d'épargne requis est de 29% pour que ce seuil soit atteint ou dépassé avec une probabilité de 75%, de 49% pour une probabilité de 90% et de 65% pour une probabilité de 95%, ces deux derniers taux étant très largement supérieurs au taux de cotisation retraite actuel.

Ce chapitre a mis en évidence d'autres résultats importants.

Il a souligné que le recours à un système multi-piliers, soit un système mixte répartition – capitalisation, ne permet pas non plus de garantir à la fois les pensions visées et une prise de risque acceptable pour le retraité.

Notre étude a aussi révélé que l'allongement de la durée de cotisation ne modifie pas les termes de l'arbitrage répartition – capitalisation. En effet, la probabilité de ne pas atteindre, dans un régime de retraite fonctionnant par capitalisation, le taux de remplacement assuré par la répartition augmente légèrement avec la durée de vie active. Cependant, quel que soit le système de financement choisi, l'allongement de la durée de cotisation augmente le taux de remplacement tout en réduisant les risques.

Le chapitre 4 a eu pour ambition de s'intéresser au risque de longévité propre à la phase de distribution du capital.

Dans les chapitres précédents, nous avons formulé la même hypothèse concernant la distribution du capital : l'individu convertissait, à l'âge du départ à la retraite, le capital accumulé en rente viagère. Or, les stratégies de retraits programmés sont souvent présentées comme une alternative à la rente viagère en offrant notamment la possibilité de laisser un héritage aux descendants.

Nous avons donc, dans ce chapitre, comparé différentes stratégies de prélèvements à l'option d'une conversion du capital en rente viagère. La méthodologie retenue pour simuler les trajectoires des rendements financiers a été le bootstrap paramétrique défini dans le chapitre 3.

La stratégie de retrait optimale dépend de l'aversion au risque du retraité mais aussi de son altruisme et de sa volonté ou non de léguer un capital à ses descendants.

Un individu très averse au risque choisira la conversion de la totalité du capital accumulé en rente viagère dès le départ à la retraite car les pertes éventuelles par rapport à la rente peuvent être assez importantes, et ce, quelle que soit la stratégie de prélèvement choisie.

Un individu risquophile et altruiste préférera la stratégie de retraits programmés. Pour un individu ayant une aversion au risque et un degré d'altruisme intermédiaires, certaines configurations mixtes, retraits programmés – rente viagère, permettent d'obtenir des pensions élevées et peuvent garantir des legs importants.

Concernant l'allocation optimale du portefeuille, nos recommandations sont contraires à celles établies par Dus et al. [2005] à partir des données financières allemandes : les stratégies permettant de limiter les pertes par rapport à la rente viagère sont celles privilégiant l'investissement en actions.

Cependant, quelle que soit l'allocation du portefeuille, aucune stratégie alternative de distribution du capital ne permet de compenser les risques liés à la phase d'accumulation.

D'un point de vue général, notre recherche nous permet d'affirmer que les propos de Feldstein, cités dans l'introduction générale, ont une part de vérité. L'équilibre des régimes de retraite par répartition est menacé dans de nombreux pays développés en raison du vieillissement de la population. Cependant, le simple passage d'un régime par répartition à un régime par capitalisation ne suffira pas à restaurer l'équilibre des comptes. La baisse des taux de

cotisation que peut permettre la capitalisation implique aussi une prise de risque difficilement acceptable, au moins dans un contexte européen.

Un passage à la capitalisation pourrait menacer à terme les comptes publics car il impliquerait très probablement que l'Etat intervienne afin de garantir le minimum socialement acceptable aux générations malchanceuses.

Quant aux systèmes multi-piliers, régimes prônés par des institutions internationales comme la Banque Mondiale ou la Commission européenne, les résultats de notre recherche nous amènent à penser qu'ils ne sont pas une solution au problème actuel du financement des régimes de retraite.

Quel que soit le cadre choisi, répartition ou capitalisation, il sera difficile de faire l'économie d'un allongement de la durée de vie active.

Enfin, certaines recherches présentées dans cette thèse peuvent naturellement faire l'objet d'approfondissements et de prolongements.

Tout d'abord, il ne faut pas oublier que la capitalisation peut procurer, en moyenne, des taux de remplacement largement supérieurs à ceux garantis par la répartition. On peut ainsi obtenir certaines années des taux de remplacement supérieurs à 100%, pour des taux de cotisation sensiblement plus faibles que les taux actuels. L'instauration d'un fond de garantie publique pourrait permettre de profiter des bénéfices de la capitalisation tout en réduisant sensiblement ses risques. Ce fond pourrait être alimenté par une taxe sur les produits financiers indexée sur le niveau de l'indice boursier, l'idée étant bien évidemment de sur-taxer les rentes perçues par les individus liquidant leur portefeuille les années fastes. Une approche similaire a notamment été proposée pour le système de retraite américain par Feldstein et Rangelova [2001]. En France, une littérature sur les fonds de retraite commence à se développer. On peut notamment citer les travaux Vernière [1999] et de Berger et Lavigne [2004 et 2007] développant une méthodologie qui vise à simuler l'évolution possible du Fonds de Réserve pour les Retraites.

De façon plus théorique, une extension possible serait la modélisation de l'évolution des cours boursiers dans le cadre d'un système par capitalisation.

Notre étude historique repose en effet sur l'hypothèse selon laquelle les montants des cotisations investies en Bourse n'auraient pas modifié la chronique des cours de la période d'accumulation du capital. Or, avec l'instauration effective d'un système reposant sur la

Conclusion générale

capitalisation, on peut penser que l'évolution des cours n'aurait pas été la même. Cette hypothèse pourrait être relâchée dans le cadre d'un modèle d'équilibre général dans lequel le rendement des actifs financiers dépendrait des montants investis chaque année.

Bibliographie

Albrecht P. et Maurer R. [2002], "Self-annuitization, consumption shortfall in retirement and asset allocation : The annuity benchmark", *Journal of Pension Economics and Finance*, 1, 269–288.

Algava E. et Plane M. [2001], "Vieillesse et protection sociale en Europe", *Revue de l'OFCE*, 79, Octobre.

Alier M. et Vittas D. [1999], "Personal pension plans and stock market volatility", *World Bank Policy Research Working Paper* 2463.

Alier M. et Vittas D. [2001], "Personal pension plans and stock market volatility", dans "New ideas about old age security", the World Bank sous la direction d' Holzmann R. et Stiglitz J.

Ameriks J., Veres R. et Warshawsky M.J. [2001], "Making retirement income last a lifetime", *Journal of Financial Planning*, December, 60–76.

Ameriks J. et Zeldes S. P. [2002], "How Do Household Portfolio Shares Vary With Age?", *TIAA-CREF Institute Working Paper*, 6-120101.

ApRoberts L. [2003], "Le système de retraite des Etats-Unis", note réalisée pour le Conseil d'Orientation des Retraites.

Bibliographie

Arbulu P., Cotreuil-de Belmont L., Gallais-Hamonno G. et Monsigny L. [2001], "Que peuvent attendre les salariés d'une retraite par capitalisation ? Premiers résultats sur la période 1950-1997", *Banque et Marchés*, 52, 26-37.

Arbulu P., Cotreuil-de Belmont L., Gallais-Hamonno G., et Monsigny L. [2002], "Capitalisation vs répartition : simulations sur le cas français, 1950-1997", Document de travail.

Arrondel L., Masson A. et Verger D. [2005], "préférences face au risque et à l'avenir : types d'épargnants", *Revue économique*, 56(2), 393-416.

Artus P. et Legros F. [1999], "Le choix du système de retraite : analyser les mécanismes pertinents", *Economica*.

Aubert J.M. [1999], "Comparaison du rendement des régimes de retraite : une approche par cas-types", *Economie et Statistique*, 328, 61-79.

Auerbach A.J. et Kotlikoff L.J. [1987], "Dynamic Fiscal Policy", Cambridge University Press.

Banque Mondiale [1994], "Averting the Old Age Crisis : Policies to Protect the Old and Promote Growth", A World Bank Policy Research Report, New York, Oxford University Press.

Barr N. [2000], "Reforming Pensions : Myths, Truths, and Policy Choices", IMF Working Paper, WP/00/139.

Béhar J. [2005], "L'ajustement des tables de mortalité des régimes de retraite. Application à la population de la CNRACL", 2005-67.

Benartzi S. et Thaler R. [2001], "Naive diversification strategies in defined contribution saving plans", *American Economic Review*, 91(1), 79-88.

Bibliographie

Bengen W.P. [1994], "Determining withdrawal rates using historical data", *Journal of Financial Planning*, 7, 171–182.

Bengen W.P. [1996], "Asset Allocation for a Lifetime", *Journal of Financial Planning*, August, 58-66.

Berger C. et Lavigne A. [2004], "Le fonds de réserve des retraites à l'horizon 2050 ; quelques simulations à l'horizon 2050", document de recherche du LEO, 2004-18.

Berger C. et Lavigne A. [2007], "A Model of the French Pension Reserve Fund : What Could be the Optimal Contribution Path Rate ?", document de recherche du LEO, 2007-08.

Bernheim B.-D., Shleifer A. et Summers L.-H. [1985], "The strategic bequest motive", *Journal of Political Economy*, 93, 1045-1076.

Black F. et Perold A.R. [1992], "Theory of constant proportion portfolio insurance", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 16, 403-426.

Blake D. [1999], "Annuity Markets: problems and solutions", *Geneva Papers on Risk and Insurance*, 24(3), 358-75.

Blake D., Cairns A. et Dowd K. [2000], "Pension Metrics II: stochastic pension plan design and utility-at-risk during the distribution phase", in *Proceedings of the Fourth Annual BSI Gamma Foundation Conference on Global Asset Management*, Rome, October 2000. BSI-Gamma, Working Paper 20.

Blake D., Cairns A., Dowd K., [2001], "PensionMetrics: stochastic pension plan design and value-at-risk during the accumulation phase", *Insurance : Mathematics and Economics* 29, 187–215.

Blake D., Cairns A., et Dowd K. [2003], "PensionMetrics 2: Stochastic Pension Plan Design During the Distribution Phase", *Insurance : Mathematics and Economics*, 33, 29-47.

Bibliographie

Bodie Z. [2001], "Financial Engineering and Social Security Reform", In Risk Aspect of Investment Based Social Security Reform, eds. James M. Campbell and Martin Feldstein. National Bureau of Economic Research Conference Report.

Bodie Z., Merton R. et Samuelson W. [1992], "Labor Supply flexibility and portfolio choice in a life cycle model", *Journal of Economic Dynamics and control*, 16, 427-449.

Boldrin M., Dolado J., Jimeno J. et Peracchi F. [1999], "The future of Pensions in Europe", *Economic Policy*, 289-320.

Breyer F. [1989], "On the intergenerational Pareto efficiency of pay-as-you-go financed pensions systems", *Journal for Institutional and Theoretical Economics*, 145, 643-658.

Breyer F. et Straub M. [1993], "Welfare effects of unfunded pension systems when labour is endogenous", *Journal of Public Economics*, 50, 77-91.

Brown J.R., Mitchell O.S. et Poterba J.M. [1999], "The Role of Real Annuities and Indexed Bonds in Individual Accounts Retirement Program", NBER Working Paper 7005.

Brown J.R. et Poterba J.M. [2000], "Joint Life Annuities and Annuity Demand by Married Couples", *Journal of Risk and Insurance*, 67(4), 527-554.

Brown J.R. [2001], "Private Pensions, Mortality Risk, and the Decision to Annuitize", *Journal of Public Economics*, 82, 29-62.

Brunner K. [1996], "Transition from a pay-as-you-go to a fully funded pension scheme : The case of differing individuals and intragenerational fairness", *Journal of Public Economics*, 60, 131-146.

Burtless G. [2000], "Social Security Privatization and Financial Market Risk : Lessons from U.S. Financial History", Center on Social and Economics Dynamics, Working Paper Series, 10, February.

Bibliographie

Burtless G. [2003a], "Asset Accumulation and Retirement Income Under Individual Retirement Accounts", Brookings Papers on Economic Activity, July.

Burtless G. [2003b], "What do we know about the risk of individual account pensions ? evidence from industrialized countries". American Economic Review 93(2), 354 - 359.

Canner N., Mankiw N.G. et Weil D.N. [1997], "An Asset Allocation Puzzle", American Economic Review, 87, 1,181-191.

Cannon E. et Tonks I. [2002], "Annuity Prices, Money's Worth and replacement ratios : UK experience 1972-2002", The Centre for Market and Public Organisation, 02/051, Department of Economics, University of Bristol, UK.

Cannon E. et Tonks I. [2004a], "UK Annuity Rates, Money's Worth and Pension Replacement Ratios 1957-2002", The Geneva Papers on Risk and Insurance, 29 (3), 394-416.

Cannon E. et Tonks I. [2004b], "UK Annuity Price Series 1957 to 2002", Financial History Review, 11(2), 165-196.

Cannon E. et Tonks I. [2005], "Survey of annuity pricing", Department for Work and Pensions Research Report, 318, Corporate Document Services.

Carlstein E. [1986], "The use of subseries methods for estimating the variance of a general statistic from a stationary time series", Annals of Statistics, 14, 1171-1179.

Caselli G., Vallin J., et Wunsch G. (sous la dir. de), [2001], "Démographie : analyse et synthèse – Tome 1" , Editions de l'INED.

Ceccarelli S. [2006], "Investment Choices and Replacement Rates in the Italian Private Pension System. A Historical Simulation", Document de travail.

Chagny O. [2002], "Réforme du système des retraites en Allemagne : bilan et perspectives", Note pour la réunion plénière du Conseil d'Orientation des Retraites du jeudi 5 décembre 2002.

Charpin J. M. [1999], "L'avenir de nos retraites", Rapport au premier ministre, La Documentation française, octobre., Paris, 264 p.

Charupat N, Milevsky M. [2002], "Optimal asset allocation in life annuities : a note", Insurance : Mathematics and Economics, 30, 199-209.

Cocco J., Gomes F. et Maenhout P. [2001], "Consumption and Portfolio Choice over the Life Cycle", Working Paper, INSEAD, May.

Cocco J., Gomes F. et Maenhout P. [2005], "Consumption and Portfolio Choice over the Life Cycle", Review of Financial Studies, 18, 2, 491-533.

Cogan J.F. et Mitchell O.S. [2003], "Perspectives from the President's Commission on Social Security Reform", Journal of Economic Perspectives, 17(2), Spring.

Colin C., Legros F. et Mahieu R. [1996], "Bilans contributifs comparés des régimes de retraite du secteur privé et de la Fonction publique", Document de travail, G9910, Insee, direction des Études et Synthèses Economiques.

Colin C., Legros F., et Mahieu R. [1999], "Une comparaison du rendement des régimes de retraite", Économie et Statistique, 328, 81-98 .

Commission Européenne [2000], "Etude des régimes de retraite des Etats membres de l'Union européenne", Commission Européenne, mai.

Commission des Communautés Européennes [2002], "Projet de rapport conjoint de la Commission et du Conseil sur des pensions viables et adéquates", Communication de la Commission au Conseil, au Parlement Européen, au Comité Economique et Social Européen et au Comité des Régions, Bruxelles.

Conesa J.C. et Krueger D. [1999], "Social security reform with heterogenous Agents", Review of Economic Dynamics, 2, 757-795.

Bibliographie

Conseil d'Orientation des Retraites [2001], "Retraites : renouveler le contrat social entre les générations". La documentation française.

Conseil d'Orientation des Retraites [2002], "Les compléments de pension", Document pour la Réunion plénière du 12 septembre 2002.

Cooley P.L., Hubbard C.M. et Walz D.T. [1999], "Sustainable Withdrawal Rates From Your Retirement Portfolio", *Financial Counseling and Planning* 10 (1), 39-47.

Cooley P. L., Hubbard C. M. et Walz D.T. [2003], "A Comparative Analysis of Retirement Portfolio Success Rates: Simulation Versus Overlapping Periods", *Financial Services Review*, 12, 115-128.

Davanne O., Lorenzi J.H., Morin F. [1998], "Retraites et épargne", Rapport du Conseil d'analyse économique N°7, La documentation française.

Davidoff T., Brown J., et Diamond P. [2005], "Annuities and Individual Welfare", *American Economic Review*, 95(5), 1573-1590.

Davidson R. et MacKinnon J.G. [2004], "Econometric Theory and Methods", Oxford University Press.

Davidson R. et MacKinnon J.G. [2006], "Bootstrap methods in econometrics", Chapitre 23 dans *Palgrave Handbooks of Econometrics : volume 1 Econometric Theory*, ed. T.C. Mills et K.D. Patterson, Basingstoke, Palgrave Macmillan, 2006, 812-838.

Davis E.P [1997], "Répartition, capitalisation et sécurité des régimes de retraite", *Economie internationale* n°72, 4ème trimestre.

Demange G. et Laroque G. [2000], "Retraite par répartition ou par capitalisation, une analyse de long terme", *Revue Economique*, 2000, 51, 813-829

De Menil G., Murtin F. et Sheshinski E. [2006], "Planning for the Optimal Mix of Paygo Tax and Funded Savings", *Journal of Pension Economics and Finance*, 5, 1, 1-25.

Bibliographie

De Nardi M., Imrohologlou S. et Sargent T. [1999], "Projected US demographics and social security", *Review of Economic Dynamics*, 2, 575-615.

Denuc J. [1934], "Dividendes, valeurs boursières et taux de capitalisation des valeurs mobilières françaises de 1857 à 1932", *Bulletin de la Statistique Générale de la France*, volume XXIII, juillet, 691-767.

Diamond P. [1993], "Privatization of Social Security : lessons from Chile", NBER Working Paper 4510.

Duon G. [1946], "Documents sur le problème du logement", *Etudes Economiques*, 1.

Dus I., Maurer R. et Mitchell O.S. [2005], "Betting on Death and Capital Markets in Retirement : A Shortfall Risk Analysis of Life Annuities versus Phased Withdrawal Plans" *Financial Services Review*, 14 (3), 169-196.

Dutta J., Kapur S., et Orszag J.M. [2000], "A portfolio approach to the optimal funding of pensions", *Economics Letters*, 69, 201-206.

El Mekkaoui de Freitas N. [2000], "Réglementation et choix de portefeuille des fonds de pension", dans "Fonds de pension, aspects économiques et financiers", *Etudes coordonnées par C. Bismut et N. El Mekkaoui de Freitas, Economica*, Février.

El Mekkaoui de Freitas N., Lavigne A. et Mahieu R. [2001], "La détention d'actifs risqués selon l'âge : une étude économétrique", *Revue d'économie politique*, numéro spécial Epargne et retraite, 59-78.

Eurostat [2002], "Statistiques des fonds de pension", *Statistiques en bref*, thème 4-36/2002.

Fabre [1981], "Les placements en obligations, en actions et en or", *Economie et statistique*, 133.

Bibliographie

Feldstein M. et Rangelova E. [1998], "Industrial risk and intergenerational risk sharing in an investment-based social security program", NBER Working Paper 6839.

Feldstein M. et Rangelova E. [2001], "Individual risk in an investment-based social security system", NBER Working Paper 8074.

Feldstein M., Rangelova E. et Samwick A. [2001], "The transition to investment-based social security when portfolio returns and capital profitability are uncertain", in: J. Campbell and M. Feldstein, eds., *Risk Aspects of Investment-Based Social Security Reform* (The University of Chicago Press, Chicago), 41-87.

Feldstein M. et Rangelova E. [2001a], "Individual risk in an investment based social security system", *American Economic Review*, 91, 1116–1135.

Feldstein M. et Rangelova E. [2001b], "Accumulated pension collars: a market approach to reducing the risk of investment-based social security reform", *Tax Policy and the Economy*, 15, 149–165.

Feldstein M. et Liebman J.B. [2002], "Social security" , *Handbook of Public Economics*, in A.J. Auerbach et M. Feldstein (ed), *Handbook of Public Economics*, edition 1, volume 4, chapitre 32, 2245-2324, Elsevier.

Finkelstein A. et Poterba J.M. [1999], "Selection effects in the market for individual annuities : new evidence from the United Kingdom", NBER Working Paper 7168.

Finkelstein A. et Poterba J.M. [2002], "Selection Effects in the United Kingdom Individual Annuities Market.", *The Economic Journal*, 112 (Janvier), 28–50.

Finkelstein A. et Poterba J.M. [2004], "Adverse Selection in Insurance Markets : Policyholder Evidence from the U.K. Annuity Market", *Journal of Political Economy*, 112, 183–208.

Flachaire E. [2001] : "Les méthodes du bootstrap dans les modèles de régression", *Économie et Prévision*, 2001, 142, 183-194.

Bibliographie

Fonds de Réserve [2003], Rapport Annuel.

Fonds de Réserve [2006], Rapport Annuel.

Friedman B.M. et Warshawsky M.J. [1988], "Annuity Prices and Saving Behavior in the United States", NBER Working Paper 1683.

Friedman B.M. et Warshawsky M.J. [1990], "The cost of annuities : implications for saving behavior and bequests", *Quarterly Journal of Economics*, 105, 135-154.

Friggit J., [2001], "Prix des logements, produits financiers immobiliers et gestion des risques", *Economica*.

Gallais Hamonno G. et Arbulu P., [1995], "La rentabilité réelle des actifs boursiers en France depuis 1950", *Economie et Statistique*, 281, 1-10.

Garrett T.A. et Rhine R.M. [2005], "Social security versus private retirement accounts : a historical analysis", *Review*, Federal Reserve Bank of St. Louis, Mars - Avril, 103-121.

Gaudemet J.P. [2001], "Les dispositifs d'acquisition à titre facultatif d'annuités viagères en vue de la retraite : une diffusion limitée", *Economie et Statistique*, 348, 2001-8.

Geanakoplos J., Mitchell O.S. et Zeldes S. [1998], "Would a privatised social security system really pay a higher rate of return ?", in Arnold D., Graetz M. et Munnell A., eds., *Framing the social security debate* (Brookings Institution, Washington, DC), 137-156.

Global Financial Data [2005], Total return series, <http://www.globalfindata.com>.

Gollier C. et Pratt J.W. [1996], "Risk vulnerability and the tempering effect of background risk", *Econometrica*, 64, 5, 1109-1123.

Gollier C. et Zeckhauser R. [1997], "Horizon Length and portfolio risk", NBER Working Paper 216.

Bibliographie

Hanoch G. [1977], "Risk aversion and consumer preferences", *Econometrica*, 45, 2, mars, 413-426.

Heaton J. et Lucas D. [1997], "Market Behavior, Savings Behavior, and Portfolio Choice", *Journal of Finance*, 55, 1163-98.

Hénin P.Y. et Weitzenblum T. [2003], "La réforme des retraites : une évaluation des coûts de transition", Document de travail du CEPREMAP, 2003-12.

Hoesli M. [2000], "Rôle de l'immobilier dans la diversification d'un portefeuille", Document de travail.

Hoesli M. et Hamelink F. [1996], "Diversification of Swiss portfolios with real estate : results based on a hedonic index", *Journal of Property Valuation and Investment*, 14(5), 59-75.

Holzmann R. [1997], "On Economic Benefits and Fiscal Requirements of Moving From Unfunded To Funded Pensions", *Forschungsbericht 9702*, University of Saarland.

Huang H., Imrohologlu S. et Sargent T. [1997], "Two computations to fund social security", *Macroeconomic Dynamics*, I, 7-44

Hurd M.D. [1989], "Mortality Risk and Bequests", *Econometrica*, 57(4), 779-813.

INSEE [1966], "Annuaire statistique de la France, Résumé rétrospectif", 72, série n°14.

INSEE [1998], "Enquête Patrimoine", Insee.

INSEE [1990], "Annuaire rétrospectif de la France 1948-1988".

INSEE [2002], "Revenus et patrimoines des ménages", Edition 2002-2003, Synthèses 65.

Iben A. et Miles D. [2000], "The reform of pension systems : Winners and losers across generations in the U.K. and Germany", *Economica*, 67, 203-228

Bibliographie

Impavido G., Thorburn C., Wadsworth M. [2004], "A Conceptual Framework For Retirement Products: Risk Sharing Arrangements Between Providers And Retirees", World Bank Policy Research Working Paper 3208.

Jagannathan R. et Kocherlakota N. [1996], "Why should older people invest less in stocks than younger people ?", Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, Summer.

James E., Smalhout J. et Vittas D. [1999], "Administrative costs and the organization of individual account systems : a comparative perspective", presented to the conference 'New ideas about old-age security', World Bank, Washington, D.C., 14-15 September.

James E. et Song X. [2001], "Annuities Markets around the World: Money's Worth and Risk Intermediation", CeRP Working Paper 16/01, Center for Research on Pensions and Welfare Policies.

Kotlikoff L.J. and Spivak A. [1981], "The family as an incomplete annuities market", Journal of Political Economy 89(2),372-391.

Kotlikoff L., Smetters K. et Walliser J. [1999], "Privatizing social security in the United States - comparing the options", Review of Economic Dynamics, 5, 532-574

Kunsch H.R. [1989], "The jackknife and the bootstrap for general stationary observations", Annals of Statistics, 17, 1217-1241.

Laforest P. [1969], "Le pouvoir d'achat des actions, des obligations et de l'or", Economie et statistique, 3.

Laforest P. [1971], "Le pouvoir d'achat des actions, des obligations et de l'or (1914-1971)", Economie et statistique, 23.

Laforest P. [1973], "Le pouvoir d'achat des actions, des obligations et de l'or en 1971 et 1972", Economie et statistique, 45.

Bibliographie

Laforest P. [1974], "Le pouvoir d'achat des actions, des obligations et de l'or en 1973", *Economie et statistique*, 59.

Laforest P. et Sallée P. [1977], "Le pouvoir d'achat des obligations, des actions et de l'or de 1914 à 1976", *Economie et statistique*, 86.

Laitner J. et Juster F.T. [1996], "New Evidence on Altruism: A Study of TIAA-CREF Retirees". *American Economic Review*, 86(4),893-908.

Lavigne A. et Legros F. [2005], "Finance comportementale et fonds de pension", DR LEO 2005-31.

Lavigne A. [2006], (en collaboration avec F. Legros), "Finance comportementale et fonds de pension", in *Mélanges en l'honneur de Gilbert Abraham-Frois*.

Legros F. [2002], "Note sur l'équité entre générations : une vue par les rendements actuariels", Réunion plénière du 7 novembre 2002, Conseil d'Orientation des Retraites.

Lindbeck A. et Persson M. [2003], "The Gains from Pension Reforms", *Journal of Economic Literature*, XLI, 74-112.

Liu R.Y. et Singh K., [1992], "Moving blocks jakknife and bootstrap capture weak dependence" in LePage et Billiard (eds), *Exploring the limits of the bootstrap*, 224-248. New York : Wiley.

Lynch A. et Tan S. [2004], "Labor Income Dynamics at Business-Cycle Frequencies : Implications for Portfolio Choice", unpublished paper, Stern School of Business, New York University, November.

Mahieu R. et Sédillot B. [2002], "Equivalent patrimonial de la rente et souscription de retraite complémentaire : le cas de la France ", *Annales d'économie et de statistique*, 66, 179-208.

Mankiel B. [1996], "A random walk down street including a life cycle guide to personal investing", 6^{ème} édition, Norton, New-York.

Marcus V. [2004], "Le coût de la main d'œuvre en 2000", INSEE Résultats Sociétés, 36, 197-216.

Markowitz H. [1952], "Portfolio selection", Journal of Finance, 7, 77-91.

Matsen E. et Thogersen O. [2004], "Designing social security – a portfolio choice approach", European Economic Review, 48(4), 883-904.

McCarthy D. [2004], "Household Portfolio Allocation : A Review of the Literature", Prepared for presentation at the Tokyo, Japan, February, International Forum organized by the ESRI, Cabinet Office, Government of Japan.

McHale J. [2001], "The risk of social security benefit rule changes: some international evidence", in J. Campbell and M. Feldstein, eds., Risk Aspects of Investment-Based Social Security Reform (University of Chicago Press, Chicago), 247–282.

McMorrow K. et Roeger W. [2002], "EU pension reform - An overview of the debate and an empirical assessment of the main policy reform options", European Commission, Economic Papers, 62.

Mendez R., Ragot L., Marlier G. [2005], "Une évaluation des risques de la capitalisation en France", Document de travail MEDEE.

Merton R.C. [1969], "Lifetime Portfolio Selection Under Uncertainty: The Continuous Time Case", Review of Economics and Statistics, 51, 247-257.

Merton R.C. [1971], "Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model", Journal of Economic Theory, 3, 373–413.

Merton R., Bodie Z. et Marcus A. [1987], "Pension plan integration as insurance against social security risk", in Z. Bodie, J. Shoven, and D. Wise (Eds), Issues in Pension Economics. Chicago : University of Chicago Press.

Bibliographie

Miles D. [1999], "Modelling the impact of demographic change upon the economy", *The Economic Journal*, 109, 1-36.

Miles D. [2000], "Funded and unfunded pensions : Risk, return and welfare", Discussion Paper 2369, Center for economic policy research, London.

Milevsky M.R. [2001], "Spending Your Retirement in Monte Carlo", *The Journal of Retirement Planning*, Janvier - Février, 21-29.

Milevsky M.R. et Robinson C. [2000], "Self-Annuitization and Ruin in Retirement", *North American Actuarial Journal*, 4(4), Octobre, 112-129.

Milevsky M.E. et Robinson C. [2005], "A sustainable spending rate without simulation", *Financial Analysts Journal*, 61, 89-100.

Mitchell O. et Moore J.F. [1997], "Retirement wealth accumulation and decumulation : new developments and outstanding opportunities", NBER Working Paper 6178.

Mitchell O.S., Poterba J.M. et Warshawsky M.J. [1997], "New Evidence on the money worth of individual annuities", NBER Working paper 6002.

Mitchell O., Poterba J., Warhawsky M., et Brown J. [1999], "New evidence on the money's worth of Individual annuities", *American Economic Review*, 89, 1299-1318.

Munnell A.H., Sunden A., Soto M. et Taylor C. [2002], "How will the rise in 401(k) plans affect bequests ?", *Issues in Brief n°10*, Center for Retirement Research at Boston College.

Murthi M., Orszag J.M. et Orszag P.R. [1999], "The value for money of annuities in the United Kingdom : Theory, experience and policy", conférence *New Ideas About Old Age Security*, Banque Mondiale, Washington D.C., Septembre.

Bibliographie

Murthi M., Orszag P. and Orszag J. [2000], "The maturity structure of administrative costs : theory and the U.K experience". Organisation for economic cooperation and development (OECD).

Nataraj S. et Shoven J.B. [2003], "Comparing the Risks of Social Security with and without Individual Accounts", *The American Economic Review*, 93, 2, 348-53.

OCDE [1998], "Maintaining Prosperity in an Ageing Society", Organisation for Economic Co-operation and Development (OCDE), Paris.

OCDE [2001], "Investisseurs institutionnels", annuaire statistique.

OCDE [2005], "Survey of Quantitative Investment Regulation of Pension Funds", Mai.

Orszag P.R. [1999], "Administrative costs in individual accounts in the United Kingdom", Center on Budget and Policy Priorities, Washington D.C., mars.

Palumbo M.G. [1999], "Uncertain Medical Expenses and Precautionary Saving Near the End of the Life Cycle", *The Review of Economic Studies*, 66(2), 395-421.

Pastré O. [1992], "Les nouveaux piliers de la Finance : Essai", La découverte.

Persson M. [2000], "Five fallacies in the social security debate", Seminar paper, 686, Institute for international economic studies, Stockholm University.

Piketty T. [2000], "Les hauts revenus en France au XX^{ème} siècle, Inégalités et redistributions, 1901-1998, Grasset.

Politis D.N. et Romano J.P. [1994], "The stationary bootstrap", *Journal of the American Statistical Association*, 89, 1303-1313.

Poterba J., Rauh J., Venti S., et Wise D. [2006], "Lifecycle Asset Allocation Strategies and the Distribution of 401(k) Retirement Wealth", NBER Working Paper 11974.

Bibliographie

Privat A.-G. [2005], "L'avenir des retraites en France, évaluation de l'impact des réformes de 1993 et de 2003 à l'aide du modèle de microsimulation ARTEMIS", Thèse de doctorat en Science Economique, Fondation Nationale des Sciences Politiques, Institut d'Etudes Politiques de Paris, Mai.

Pye G. [1973], "Lifetime portfolio selection in continuous-time for a multiplicative class of utility functions", *American Economic Review*, 63, 1013-1016.

Pye G. [2000], "Sustainable Investment Withdrawals", *The Journal of Portfolio Management*, Summer 2000, 73-83.

Queisser M. [1999], "La réforme des fonds de pension : leçons d'Amérique latine", *Cahier de politique économique*, 15, Paris, OECD.

Rettenmaier A.J., Fellows S., Saving T.R. [2005], "Will the President's Proposal solve social security's crisis ?", *NCPA Policy Report 280*, Novembre.

Samuelson P.A [1958], "An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money", *Journal of Political Economy*, 66.

Schnabel R. [1998], "Rates of Return of the German Pay-As-You-Go Pension System", *University of Mannheim Working paper*, October 11.

Shiller R.J. [1989], "Market Volatility", *The MIT Press*.

Shiller R. [2000], "Irrational Exuberance", *Princeton University Press*.

Shiller R. [2005], "The Life Cycle Personal Accounts Proposal for Social Security : A Review", *NBER Working Paper 11300*.

Shoven J.B. [1999], "The location and allocation of assets in pension and conventional saving accounts", *NBER Working Paper 7007*.

Bibliographie

Shoven J.B. et Slavov S.N. [2006], "Political risk versus market risk in social security", NBER Working Paper 12135.

Smetters K. [2001], "The effect of pay-when-needed benefit guarantees on the impact of social security reform", in J. Campbell and M. Feldstein, eds., *Risk Aspects of Investment-Based Social Security Reform* (University of Chicago Press, Chicago), 91–105.

Stout R.G. et Mitchell J.B. [2006], "Dynamic retirement withdrawal planning", *Financial Services Review*, 15, 117-131.

Terry R. [2003] : "The Relation Between Portfolio Composition and Sustainable Withdrawal Rates", *Journal of financial Planning*, Mai, 64-78.

Laurent J.P. et Tiomo A. [1998], "Risques financiers : Juniors vs Seniors", *Revue d'Economie Financière*, 49, 189-211.

Turbot P. [1997], "Les fonds de pension", OSJ 3247, PUF.

UBS Global asset management [2005], "Pension fund indicators, a long-term perspective on pension fund investment".

U.S. Department of Labor [2002], "Private pension plan bulletin, abstract of 1998 form 5500, annual reports", 11, Winter 2001/2002.

Valdés Prieto S. [1994], "Administrative charges in pensions in Chile, Malaysia, Zambia and the United States", Policy Research Working Paper 1372, World Bank, Washington, D.C.

Vallin J. et Meslé F. [2001], "Tables de mortalité françaises pour les XIXe et Xxe siècles et projections pour le XXIe siècle", Paris, INED, 102 p + CR-rom (Données statistiques, n°4-2001).

Vanbellingen A. [2007], "Quelles perspectives de développement pour le marché des annuités", CREPP Working Paper 2007/01.

Bibliographie

Vernière L. [1998a], "Les indicateurs de rendement et de rentabilité de la retraite ", Questions Retraite, 9807.

Vernière L. [1998b], " Pourquoi le rendement des régimes de retraite par répartition est-il inférieur au rendement financier de l'épargne investie sur les marchés financiers? ", Questions Retraite ,1998-14.

Vernière L. [1999], "Fonds de réserve : simulation de scénarios d'accumulation et d'utilisation des réserves", Questions retraite, 16/17, février-mars.

Vernière L. [2002a], "Panorama des fonds de réserves pour les retraites à l'étranger ", Questions Retraite , 2002-53.

Vernière L. [2002b], " Fonds de réserves pour les retraites et engagements des régimes de retraite par répartition. Examen d'expériences étrangères ", Questions Retraite ,2002-54.

Vernière L. [2005], "Evolutions récentes des fonds de réserve pour les retraites: comparaisons internationales", 2005-68.

Wadsworth M., Findlater A. et Boardman T. [2001], "Reinventing annuities", Staple Inn Actuarial Society, Londres, Janvier.

Whitehouse E. [1999], "The tax treatment of funded pensions", The World Bank Social Protection Discussion Paper, 9910, Banque Mondiale.

Whitehouse E. [2000], "Administrative charges for funded pensions : An international comparison and assessment", Social Protection Discussion Paper Series 0016.

Yaari M.E. [1965], "Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of the consumer", Review of economic studies, 32.

Bibliographie

Annexe A

Tableau A.1 : Les données françaises annuelles moyennes utilisées

Année	Taux de rendement réel					Indice Salaire réel
	Actions	Obligations	Actif monétaire	Actif indexé sur le prix du logement à Paris	Placement locatif à Paris	
1900						100
1901	-7,95%	3,08%	3,00%	0,00%	3,00%	99,054
1902	-3,47%	2,75%	3,00%	0,60%	3,62%	96,991
1903	3,99%	2,52%	3,00%	1,68%	4,73%	99,054
1904	5,51%	2,65%	3,00%	-0,47%	2,51%	99,054
1905	15,45%	3,73%	3,00%	-1,19%	1,78%	99,054
1906	8,28%	2,62%	3,00%	1,20%	4,24%	104,041
1907	3,98%	2,47%	3,45%	1,07%	4,10%	104,987
1908	0,99%	3,39%	3,04%	1,18%	4,21%	107,997
1909	10,30%	3,59%	3,00%	2,21%	5,27%	109,028
1910	11,03%	3,09%	3,00%	4,89%	8,03%	111,006
1911	-6,36%	-11,17%	-10,62%	-10,61%	-7,93%	97,994
1912	10,89%	2,19%	3,37%	1,05%	4,08%	98,813
1913	1,56%	1,89%	4,00%	0,94%	3,96%	99,708
1914	-3,27%	0,92%	4,22%	2,99%	6,08%	100,825
1915	-26,97%	-17,07%	-12,50%	-12,06%	-6,77%	88,306
1916	4,95%	-8,91%	-5,50%	0,22%	5,67%	89,200
1917	0,51%	-13,54%	-12,50%	-20,92%	-16,26%	95,339
1918	-13,69%	-18,82%	-18,71%	-24,50%	-19,97%	91,335
1919	-8,28%	-13,55%	-14,34%	-17,73%	-12,97%	96,160
1920	-9,28%	-27,28%	-24,19%	-28,90%	-24,37%	93,220
1921	-10,17%	21,33%	21,89%	22,54%	28,77%	115,060
1922	12,21%	9,28%	7,45%	12,81%	18,26%	110,662
1923	37,13%	-5,88%	-3,57%	6,42%	10,38%	106,145
1924	9,36%	-8,70%	-7,26%	-3,78%	-0,09%	108,447
1925	-6,70%	-6,15%	-0,57%	5,23%	8,99%	108,799
1926	-8,23%	-17,16%	-19,05%	-15,65%	-12,52%	99,088
1927	22,80%	6,64%	1,37%	1,36%	4,86%	96,254
1928	48,62%	12,24%	3,53%	1,51%	4,68%	101,652
1929	18,25%	0,94%	-2,88%	-1,16%	2,07%	106,858
1930	-11,91%	6,87%	0,93%	14,04%	17,46%	110,052
1931	-22,92%	7,14%	6,11%	11,18%	14,59%	110,262

Année	Taux de rendement réel					Indice Salaire réel
	Actions	Obligations	Actif monétaire	Actif indexé sur le prix du logement à Paris	Placement locatif à Paris	
1932	-9,22%	11,22%	9,90%	13,95%	17,63%	111,868
1933	2,26%	4,98%	5,49%	3,40%	7,24%	118,246
1934	-9,32%	8,63%	5,93%	2,24%	6,33%	120,440
1935	8,65%	16,66%	12,12%	3,57%	9,61%	129,631
1936	-6,58%	-5,28%	-4,26%	-11,27%	-5,50%	137,138
1937	3,59%	-19,07%	-17,95%	-22,31%	-18,64%	127,238
1938	-15,50%	-4,54%	-10,10%	-12,32%	-3,61%	117,593
1939	9,13%	-2,93%	-5,08%	-3,45%	3,81%	114,913
1940	10,39%	-11,41%	-13,62%	-4,35%	3,13%	86,940
1941	90,93%	-8,79%	-13,44%	1,14%	7,58%	92,142
1942	30,89%	-12,40%	-15,51%	1,39%	6,59%	101,105
1943	-8,27%	-16,80%	-18,14%	-13,05%	-8,92%	99,638
1944	-15,69%	-15,08%	-16,84%	-17,32%	-14,38%	118,119
1945	-44,18%	-30,34%	-31,74%	-26,35%	-26,41%	138,738
1946	-18,34%	-33,72%	-33,63%	-28,33%	-28,39%	129,034
1947	-11,19%	-34,00%	-31,91%	-26,66%	-26,73%	118,645
1948	-30,22%	-37,46%	-35,69%	-31,09%	-31,15%	120,246
1949	-18,31%	-7,81%	-9,63%	-3,33%	-3,41%	122,148
1950	-13,09%	-8,72%	-6,83%	-0,57%	-0,65%	118,957
1951	12,31%	-12,07%	-11,64%	19,78%	19,44%	134,488
1952	19,71%	-15,22%	-7,26%	13,04%	12,80%	139,874
1953	18,71%	9,75%	5,83%	25,76%	25,52%	145,707
1954	39,39%	8,49%	3,21%	30,16%	29,86%	164,070
1955	43,92%	11,15%	2,15%	31,63%	31,31%	181,334
1956	1,20%	0,37%	-0,95%	37,77%	37,35%	193,633
1957	26,62%	-4,11%	2,27%	45,49%	45,01%	205,823
1958	-19,44%	-7,46%	-7,99%	3,39%	3,23%	198,485
1959	28,39%	7,61%	-1,94%	1,28%	1,21%	196,966
1960	18,75%	2,23%	0,44%	18,31%	18,09%	208,436
1961	15,30%	3,43%	0,33%	19,97%	23,66%	214,741
1962	6,01%	1,78%	-1,15%	14,09%	18,54%	224,664
1963	-11,31%	1,85%	-0,78%	24,18%	28,22%	234,875
1964	-14,49%	1,50%	1,22%	13,98%	17,76%	242,409
1965	-7,56%	4,22%	1,65%	18,34%	22,23%	248,062
1966	-3,03%	0,81%	1,82%	3,21%	7,28%	255,619
1967	-7,42%	2,37%	1,99%	-6,34%	-1,53%	260,311
1968	7,97%	-0,60%	1,62%	11,02%	15,36%	272,596
1969	20,97%	-8,03%	2,36%	7,53%	11,58%	286,287
1970	2,65%	0,81%	3,28%	-1,31%	2,93%	297,646
1971	-3,22%	3,47%	0,15%	0,27%	4,40%	310,625
1972	9,61%	4,55%	-1,12%	2,62%	6,44%	326,350
1973	3,11%	-6,59%	-0,46%	0,87%	4,43%	336,674
1974	-24,55%	-14,02%	-0,73%	3,72%	6,64%	346,842
1975	-1,15%	3,07%	-3,46%	-3,74%	-0,75%	352,949
1976	-2,14%	-0,40%	-0,96%	5,29%	8,15%	373,375

Année	Taux de rendement réel					Indice Salaire réel
	Actions	Obligations	Actif monétaire	Actif indexé sur le prix du logement à Paris	Placement locatif à Paris	
1977	-17,94%	-1,39%	-0,27%	2,30%	5,04%	376,712
1978	23,80%	3,72%	-1,01%	-4,50%	-1,75%	391,176
1979	20,81%	-1,34%	-1,55%	3,57%	6,14%	381,440
1980	3,07%	-15,25%	-1,51%	3,20%	5,60%	383,057
1981	-15,74%	-9,77%	1,67%	0,37%	2,74%	382,009
1982	-3,87%	5,20%	2,73%	-8,57%	-5,99%	388,397
1983	27,49%	13,07%	2,67%	-5,05%	-2,22%	391,839
1984	33,51%	11,00%	4,04%	-0,71%	2,25%	390,724
1985	25,89%	14,96%	3,88%	4,57%	7,44%	396,921
1986	65,97%	25,09%	4,95%	8,92%	11,72%	404,727
1987	8,66%	-0,43%	4,68%	13,41%	15,95%	398,344
1988	-13,51%	13,12%	4,71%	20,63%	22,80%	397,292
1989	39,91%	5,13%	5,27%	18,26%	20,08%	396,896
1990	1,01%	-2,04%	6,37%	13,73%	15,35%	402,795
1991	-6,55%	14,04%	6,09%	-1,54%	0,22%	403,156
1992	4,31%	10,02%	7,80%	-12,14%	-9,95%	401,868
1993	12,80%	8,13%	8,47%	-8,65%	-6,13%	410,580
1994	7,15%	20,84%	5,04%	-2,74%	-0,11%	407,484
1995	-8,85%	-1,60%	4,54%	-8,09%	-5,17%	408,692
1996	14,89%	13,08%	1,73%	-9,94%	-6,64%	405,124
1997	30,94%	10,94%	1,99%	-4,75%	-1,29%	407,906
1998	32,22%	11,75%	2,66%	0,73%	4,19%	409,390
1999	23,96%	4,41%	2,24%	9,12%	12,28%	413,830
2000	36,77%	-2,27%	2,39%	11,73%		416,236
2001	-18,89%	6,51%	2,68%	7,62%		420,729
2002	-21,23%	3,93%	1,36%	6,71%		423,434
2003	-15,31%	8,17%	0,22%	10,30%		425,630

Tableau A.2 : Les données françaises de fin d'année utilisée

Année (i)	Taux de rendement réel	
	Actions	Obligations (i)
1900		
1901	-7,95%	2,62%
1902	-3,47%	2,87%
1903	3,99%	2,55%
1904	5,51%	3,10%
1905	15,45%	3,42%
1906	8,28%	2,10%
1907	3,98%	3,14%
1908	0,99%	3,52%
1909	10,30%	3,60%
1910	11,03%	2,62%

Taux de rendement réel			
Année	Actions	Obligations (G)	Obligations (i)
1911	-6,36%	-11,26%	
1912	10,89%	1,80%	
1913	1,56%	2,24%	
1914	-3,27%	-1,30%	-14,000%
1915	-26,97%	-16,47%	-14,000%
1916	4,95%	-7,13%	-14,000%
1917	0,51%	-13,81%	-14,000%
1918	-13,69%	-17,20%	-14,000%
1919	-8,28%	-15,42%	-21,500%
1920	-32,03%	-25,17%	-14,000%
1921	6,71%	18,35%	14,200%
1922	32,24%	10,72%	7,300%
1923	35,15%	-6,98%	-13,000%
1924	-7,74%	-9,89%	-17,800%
1925	-1,05%	-0,97%	-17,500%
1926	-11,28%	-16,53%	8,700%
1927	35,36%	5,79%	29,300%
1928	57,60%	7,06%	12,000%
1929	-7,21%	5,18%	12,900%
1930	-22,97%	2,96%	8,900%
1931	-30,75%	6,43%	7,200%
1932	25,48%	12,34%	7,500%
1933	-1,34%	3,88%	-0,600%
1934	-15,00%	13,96%	21,600%
1935	17,23%	10,50%	-2,500%
1936	18,52%	-2,09%	-10,000%
1937	-24,18%	-19,07%	-13,300%
1938	9,77%	-2,15%	9,500%
1939	6,22%	-6,97%	-9,800%
1940	-7,55%	-8,56%	1,700%
1941	143,52%	-9,82%	-2,900%
1942	37,21%	-13,99%	-16,800%
1943	-21,95%	-17,16%	-17,200%
1944	-13,86%	-14,76%	-20,400%
1945	-23,14%	-30,86%	-31,800%
1946	17,98%	-34,10%	-34,700%
1947	-34,16%	-36,22%	-41,000%
1948	-27,99%	-35,14%	-28,000%
1949	-27,81%	-9,43%	-3,800%
1950	-17,11%	-6,35%	-6,900%
1951	23,86%	-11,68%	-3,374%
1952	2,48%	-3,41%	10,454%
1953	27,97%	6,26%	5,538%
1954	66,07%	5,52%	10,349%
1955	11,01%	5,30%	10,333%
1956	3,26%	-1,79%	-2,210%
1957	29,64%	0,70%	-2,160%

Taux de rendement réel			
Année	Actions	Obligations (G)	Obligations (i)
1958	-22,87%	-5,92%	-3,801%
1959	56,70%	2,07%	6,506%
1960	2,18%	2,61%	6,096%
1961	17,36%	1,46%	4,588%
1962	1,24%	1,53%	3,769%
1963	-18,25%	-0,06%	0,548%
1964	-7,86%	0,17%	1,066%
1965	-8,59%	2,03%	0,981%
1966	-6,61%	0,68%	-1,187%
1967	0,68%	1,18%	3,007%
1968	4,12%	-1,56%	0,848%
1969	28,67%	-5,25%	-3,721%
1970	-4,95%	-3,70%	0,599%
1971	-7,24%	3,68%	3,412%
1972	19,09%	-4,35%	2,935%
1973	-8,36%	-8,18%	-5,159%
1974	-28,97%	-11,12%	-1,148%
1975	22,55%	4,77%	0,821%
1976	-18,68%	-3,82%	-0,720%
1977	-6,35%	1,38%	5,271%
1978	42,51%	7,82%	6,110%
1979	10,78%	-13,20%	12,561%
1980	0,08%	-8,26%	13,285%
1981	-21,55%	-7,73%	-4,471%
1982	1,10%	8,51%	8,337%
1983	53,02%	15,69%	11,562%
1984	19,19%	11,68%	12,285%
1985	36,70%	13,94%	13,807%
1986	60,24%	14,47%	15,862%
1987	-29,63%	1,35%	4,329%
1988	40,54%	14,98%	12,612%
1989	30,47%	0,75%	2,125%
1990	-22,10%	2,13%	3,883%
1991	9,31%	14,73%	12,829%
1992	2,63%	9,95%	10,280%
1993	33,15%	22,37%	20,230%
1994	-11,36%	-12,22%	-7,470%
1995	-3,37%	17,33%	14,159%
1996	27,02%	9,57%	10,114%
1997	24,65%	7,22%	5,209%
1998	28,79%	15,38%	11,350%
1999	51,51%	-7,57%	-3,751%
2000	4,74%	6,86%	5,210%
2001	-21,79%	3,37%	4,717%
2002	-27,65%	8,46%	7,031%
2003	14,21%	1,83%	

Tableau A.3 : Les données américaines annuelles moyennes utilisées

Année	Taux de rendement réel	
	Actions	Obligations
1900		
1901	24,14%	6,09%
1902	16,64%	0,01%
1903	-1,04%	-6,73%
1904	-13,58%	7,25%
1905	28,19%	0,48%
1906	21,83%	3,86%
1907	-3,04%	-2,75%
1908	-22,50%	4,42%
1909	34,26%	1,36%
1910	5,25%	-7,23%
1911	3,60%	10,85%
1912	4,64%	4,84%
1913	-0,05%	-6,05%
1914	-7,37%	4,46%
1915	-6,43%	2,55%
1916	28,41%	2,60%
1917	-2,25%	-8,69%
1918	-32,06%	-14,95%
1919	-1,38%	-10,84%
1920	1,72%	-13,52%
1921	-12,92%	5,76%
1922	23,49%	24,66%
1923	29,95%	4,48%
1924	2,35%	3,50%
1925	26,61%	5,56%
1926	21,86%	1,69%
1927	14,58%	8,72%
1928	38,75%	4,61%
1929	49,07%	2,47%
1930	-8,73%	5,98%
1931	-16,78%	10,67%
1932	-38,77%	12,05%
1933	0,57%	18,08%
1934	51,48%	2,40%
1935	-10,40%	2,61%
1936	54,11%	2,39%
1937	30,80%	0,23%
1938	-33,28%	2,90%
1939	17,66%	5,65%
1940	4,51%	4,32%
1941	-9,75%	2,86%
1942	-18,96%	-12,10%
1943	11,31%	-4,89%

Taux de rendement réel		
	Actions	Obligations
1944	20,23%	-0,55%
1945	16,73%	1,04%
1946	35,79%	1,54%
1947	-24,60%	-13,90%
1948	-6,00%	-8,62%
1949	9,87%	2,19%
1950	22,01%	4,40%
1951	23,98%	-7,17%
1952	15,69%	-2,52%
1953	13,79%	1,12%
1954	1,98%	4,44%
1955	47,36%	2,21%
1956	28,42%	-0,03%
1957	3,85%	-4,23%
1958	-8,93%	2,61%
1959	37,79%	-5,15%
1960	6,73%	-2,03%
1961	4,61%	9,44%
1962	18,43%	1,38%
1963	-3,79%	4,56%
1964	19,39%	-0,32%
1965	15,09%	3,02%
1966	9,59%	-0,76%
1967	-9,51%	1,32%
1968	12,09%	-5,46%
1969	6,03%	-2,23%
1970	-13,75%	-10,52%
1971	1,55%	12,28%
1972	10,26%	4,79%
1973	13,76%	-1,06%
1974	-23,03%	-5,84%
1975	-29,05%	-7,21%
1976	30,32%	-0,69%
1977	6,44%	5,65%
1978	-14,05%	-4,04%
1979	6,83%	-7,44%
1980	3,04%	-12,55%
1981	12,60%	-9,17%
1982	-13,86%	-5,17%
1983	24,44%	33,01%
1984	15,70%	-0,25%
1985	4,20%	9,39%
1986	21,42%	19,75%
1987	29,39%	21,12%
1988	-5,45%	-6,37%
1989	13,08%	1,43%
1990	17,26%	8,88%

	Taux de rendement réel	
	Actions	Obligations
1991	-5,98%	3,13%
1992	28,30%	12,07%
1993	4,23%	6,41%
1994	8,95%	9,68%
1995	-1,48%	-9,58%
1996	31,67%	19,24%
1997	23,47%	-3,46%
1998	25,87%	12,04%
1999	29,20%	9,61%
2000	12,38%	-10,55%
2001	-8,93%	13,03%
2002	-14,10%	4,81%
2003	-21,93%	9,54%

Tableau A.4 : Les stratégies d'allocation dynamiques

Année de cotisation	Part en actions du portefeuille		
	Stratégie de référence	Stratégie prudente	Stratégie agressive
2	0,85	0,70	0,90
3	0,85	0,70	0,90
4	0,85	0,70	0,90
5	0,85	0,70	0,90
6	0,85	0,70	0,90
7	0,85	0,70	0,90
8	0,85	0,70	0,90
9	0,85	0,70	0,90
10	0,85	0,70	0,90
11	0,82	0,68	0,88
12	0,80	0,65	0,86
13	0,77	0,63	0,84
14	0,74	0,61	0,82
15	0,72	0,58	0,80
16	0,69	0,56	0,78
17	0,66	0,54	0,77
18	0,63	0,52	0,75
19	0,61	0,49	0,73
20	0,58	0,47	0,71
21	0,55	0,45	0,69
22	0,53	0,42	0,67
23	0,50	0,40	0,65
24	0,47	0,38	0,63
25	0,45	0,35	0,61
26	0,42	0,33	0,59

Part en actions du portefeuille			
Année de cotisation	Stratégie de référence	Stratégie prudente	Stratégie agressive
27	0,39	0,31	0,57
28	0,37	0,28	0,55
29	0,34	0,26	0,53
30	0,31	0,24	0,52
31	0,28	0,22	0,50
32	0,26	0,19	0,48
33	0,23	0,17	0,46
34	0,20	0,15	0,44
35	0,18	0,12	0,42
36	0,15	0,10	0,40
37	0,15	0,10	0,40
38	0,15	0,10	0,40
39	0,15	0,10	0,40
40	0,15	0,10	0,40

Résumé

L'objet de cette thèse est l'évaluation des risques de trajectoire, de liquidation et de longévité associés à la capitalisation. Après un premier chapitre procédant à une revue de la littérature, le chapitre 2, essentiellement historique, est consacré au calcul des taux de remplacement qu'aurait pu procurer la capitalisation de 1900 à 2003. Nous montrons que la réduction du risque apportée par la diversification est faible et très coûteuse (en termes de taux de remplacement). Le chapitre 3 est consacré à l'évaluation du risque de trajectoire - mesuré par la probabilité que le taux de remplacement tombe en dessous d'un certain seuil - par la méthode du Bootstrap paramétrique. Nous évaluons la probabilité d'atteindre ces taux de remplacement seuils, ainsi que le taux d'épargne requis pour les atteindre avec une probabilité donnée. Le taux de remplacement minimum imposé par la loi Fillon est hors d'atteinte avec la capitalisation et les taux de cotisations actuels. Les avantages du système multi-piliers sont assez limités. Le principal d'entre eux est la réduction des risques extrêmes. Nous montrons également que la probabilité de ne pas atteindre, avec la capitalisation, le taux de remplacement garanti par la répartition augmente avec la durée de cotisation. Dans le chapitre 4, nous comparons différentes stratégies de retraits programmés à une rente viagère. Une approche rendement/risque est retenue où le rendement correspond aux annuités espérées et legs éventuels et où le risque est mesuré par la probabilité de ne pas obtenir un certain niveau de pension. Nous mettons en évidence que ce risque peut être très élevé, quelle que soit la stratégie de prélèvement. Aucune stratégie alternative de distribution ne permet de compenser les risques liés à la phase d'accumulation du capital.

Abstract

This thesis focuses on the evaluation of “path-dependency”, liquidation and longevity risks of capitalization. The first chapter is devoted to a review of literature. Chapter 2 explores, with a historical viewpoint, the calculation of the replacement rates that the capitalization would have been able to reach from 1900 to 2003. It appears that the reduction of the risk induced by the diversification is weak and very expensive (in term of replacement rate). Chapter 3 deals with the evaluation of the “path-dependency” risk on the bases of the parametric Bootstrap techniques - measured by the probability that the replacement rate falls below a certain level. The probability to reach these threshold replacement rates, as well as the rate of saving required to reach the replacement rate are estimated with a given probability. The minimum replacement rate imposed by the Fillon law is out of reach with the capitalization and the current contribution rates. There are few advantages of the multi-pillars system. The main multi-pillars system relies on the reduction of the extreme risks. We also show that the probability of not reaching the replacement rate guaranteed by the Pay-as-You-Go retirement system with the capitalization increases with the duration of contribution. Chapter 4 compares alternatives phased withdrawal strategies to a life annuity benchmark. We use a “risk value” approach, whereby the return is the expected level of benefits as well as expected possibility of bequest and the risk is the probability of not reaching a level of pension. This risk may be very high, whatever the withdrawal rule. No alternative strategy of distribution allows to compensate for the risks linked to the accumulation phase.

Mots-clés :

Retraites, capitalisation, répartition, épargne, risque, bootstrap, rente viagère, retraits programmés.

Key words :

Pension, capitalization, Pay-as-you-go pension, saving, risk, bootstrap, life annuity, withdrawals.

Laboratoire EQUIPPE, Faculté des Sciences Economiques et Sociales, Bât. SH2, Université des Sciences et Technologies de Lille, 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex