

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
DE LILLE

Année: 2006-2007

N° d'ordre: 4013

THESE

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DES SCIENCES
ET TECHNOLOGIES DE LILLE**

Discipline : Génie Civil

Titre

**Modélisation du comportement mécanique des géomatériaux
semi- fragiles soumis à des sollicitations mécaniques et à la
dégradation chimique**

Préparée au

**Laboratoire de Mécanique de Lille (UMR 8107)
Ecole Polytechnique Universitaire de Lille**

Par

Assef MOHAMAD-HUSSEIN

Soutenue le Vendredi 20 juillet à 10h00 devant la commission d'examen composée de

Monsieur:

Djimédo KONDO	Université de Lille	Président
Robert CHARLIER	Université de Liège, Belgique	Rapporteur
Albert GIRAUD	Université de Metz	Rapporteur
Frédéric COLLIN	Université de Liège, Belgique	Examineur
Jérémie SAINT-MARC	TOTAL Pau	Examineur
Jian-Fu SHAO	Université de Lille	Directeur de thèse

A mes parents, mes sœurs et mes frères

Remerciement

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Mécanique de Lille (LML) dirigé par Monsieur le Professeur Jian-Fu SHAO. Sa disponibilité, ses conseils m'ont été précieux pour mener à bien ce travail. Je l'en remercie sincèrement.

J'exprime tous mes remerciements à Monsieur Djimédo KONDO, Professeur à l'Université de Lille, pour m'avoir fait l'honneur d'être examinateur et président du jury.

Je remercie tous particulièrement Monsieur Robert CHARLIER, Professeur à l'Université de Liège en Belgique, ainsi que Monsieur Albert GIRAUD, Professeur à l'Université de Metz en France, qui ont accepté de juger ce travail et d'en être les rapporteurs.

Je tiens également à remercier Monsieur Frédéric COLLIN, Chargé de Recherche à l'Université de Liège en Belgique, d'avoir accepté de participer au jury de cette thèse.

Je veux adresser tous mes remerciements à Monsieur Jérémie SAINT-MARC, Ingénieur de Recherche à TOTAL à Pau, pour sa participation à cette commission d'examen.

Merci aussi à tous mes collègues et amis de longue date du laboratoire qui se reconnaîtront ici. Je leur exprime ma profonde sympathie et leur souhaite beaucoup de bien.

Je ne pourrais pas finir sans inclure dans ces remerciements les personnes les plus chères qui ont supporté mon indisponibilité: mes parents, mes sœurs et mes frères.

Assef

Sommaire

Résumé	9
Abstract	10
Introduction générale	11
Chapitre 1:	13
Modélisation du comportement élastoplastique couplé à l'endommagement des géomatériaux cohérents	13
1.1. Formulation générale du modèle élastoplastique couplé à l'endommagement.....	13
1.1.1 Caractérisation de l'endommagement mécanique.....	15
1.1.2 Caractérisation de la plasticité.....	16
1.1.3 Modélisation couplée	18
1.2. Un modèle spécifique pour une classe de roches et béton ordinaire.....	19
1.2.1 Comportement élastique couplé à l'endommagement	19
1.2.2 Caractérisation d'endommagement.....	20
1.2.3 Caractérisation plastique	22
1.3. Identification des paramètres du modèle.....	29
1.3.1 Essais de compression triaxiale.....	29
1.3.2 Détermination des paramètres	30
1.4. Intégration locale du modèle	35
1.4.1 Correction de l'endommagement.....	35
1.4.2 Prédiction élastique	35
1.4.3 Correction plastique	36
1.5. Simulations numériques des essais	38
1.5.1 Simulations numériques pour le grès	38
1.5.2 Modélisation du comportement mécanique du béton ordinaire	42
1.6. Etudes paramétriques	48
1.6.1 Influence de ξ_0	48
1.6.2 Influence de B_d	48
1.6.3 Influence de d_c	49
1.7. Conclusion.....	50
Chapitre 2:	51

Modélisation du comportement post- localisation par approche non locale	51
2.1. Localisation de déformation et méthodes de régularisation	51
2.1.1 Approche non locale par intégrale	55
2.1.2 Variable non locale.....	55
2.2. Exemple de localisation de déformation dans une barre en traction uniaxiale	58
2.3. Extension du modèle à une formulation non locale	60
2.3.1 Endommagement non-local.....	60
2.4. Applications numériques	63
2.4.1 Extension d'une barre prismatique.....	63
2.4.4 Analyse numérique des structures en béton	73
2.5. Conclusion.....	79
Chapitre 3:	80
Modèle phénoménologique chimique pour lixiviation d'une pâte cimentaire.....	80
3.1. Description de l'endommagement chimique.....	80
3.2. Cinétique de la dégradation chimique	83
3.3. Modèle chimique phénoménologique	84
3.4. Coefficient de diffusion.....	87
3.5. Variation de porosité par lixiviation chimique.....	89
3.6. Résolution numérique du problème de diffusion	90
3.7. Conclusion.....	92
Chapitre 4:	93
Modélisation du couplage hydromécanique et chimique pour une pâte de ciment	93
4.1. Comportement élastique du matériau dégradé	93
4.2. Comportement plastique	95
4.2.1 Mécanisme de plasticité déviatorique	95
4.2.2 Mécanisme de compaction volumique.....	98
4.2.3 Couplage entre les deux mécanismes de plasticité.....	101
4.3. Exemples de simulation	102
4.4. Déformation de fluage.....	108
4.5. Modélisation THMC des essais couplés	113
4.5.1 Simulations des essais couplés	115
4.6. Conclusion.....	119
Conclusions générales et perspectives	120
Références:	126

Listes des figures

Figure 1.1: Illustration de l'angle de Lode en compression et en extension	24
Figure 1.2: Représentation la surface de charge plastique dans le plan déviatorique pour différentes valeurs de K	25
Figure 1.3: Evolution de la surface de plasticité en fonction de la variable d'écouissage.	27
Figure 1.4: Illustration de la surface du potentiel dans le plan $(g(\theta) I, \bar{\sigma})$	28
Figure 1.5: Chemin de contrainte pour un essai de compression triaxiale.....	30
Figure 1.6: Résistance de matériau en compression simple.....	31
Figure 1.7: Illustration de la surface de rupture dans le plan de contrainte $(I, \bar{\sigma})$ (la ligne continue est la prédiction théorique).	31
Figure 1.8: Détermination du point de transition de la zone de compressibilité à la zone de dilatance.	32
Figure 1.9: Ligne de transition entre la compressibilité et la dilatance plastique.	32
Figure 1.10: Evolution de la fonction plastique β en fonction de la distorsion plastique γ_p pour un essai triaxial en compression à une pression de confinement de $5MPa$	33
Figure 1.11: Evolution d'endommagement pour un essai triaxial en compression à une pression de confinement de $5MPa$	34
Figure 1.12: Prédiction élastique et correction plastique lors d'une itération de chargement .	36
Figure 1.13: Algorithme d'intégration locale du modèle.....	37
Figure 1.14a: Comparaison entre le résultat expérimental (point rond) et la simulation numérique (ligne continue) pour un essai triaxial en compression à une pression de confinement de 5 MPa.....	38
Figure 1.14b: Comparaison entre le résultat expérimental (point rond) et la simulation numérique (ligne continue) pour un essai triaxial en compression à une pression de confinement de 20MPa.....	39
Figure 1.14c: Comparaison entre le résultat expérimental (point rond) et la simulation numérique (ligne continue) pour un essai triaxial en compression à une pression de confinement de 40 MPa.....	39
Figure 1.14d: Comparaison entre le résultat expérimental (point rond) et la simulation numérique (ligne continue) pour un essai de compression triaxiale à une pression de confinement de 10MPa avec cycles déchargement - rechargement.....	40
Figure 1.15a: Comparaison entre le résultat expérimental (point rond) et la simulation numérique (ligne continue) pour un essai de compression triaxiale à une pression de confinement de 10MPa.....	41
Figure 1.15b: Comparaison entre le résultat expérimental (point rond) et la simulation numérique (ligne continue) pour un essai de compression triaxiale à une pression de confinement de 20MPa.....	41
Figure 1.15c: Comparaison entre le résultat expérimental (point rond) et la simulation numérique (ligne continue) pour un essai de compression triaxiale à une pression de confinement de 30MPa.....	42
Figure 1.16a: Surfaces de rupture en compression et en extension (données expérimentales tirées de Mills et Zimmerman, 1970; Linse et Aschl, 1976 ; Smith, 1985 ; Imran, 1994; Scholtz et al., 1995 ; Sfer et al., 2002).	43
Figure 1.16b: Surfaces de rupture dans le plan déviatorique pour deux valeurs de la contrainte moyenne (données expérimentales tirées de Mills et Zimmerman, 1970; Linse et Aschl, 1976 ; Scholtz et al., 1995).....	44

Figure 1.17: Comparaison entre les données expérimentales (Kotsovos et Newman, 1980) et les simulations numériques pour des essais de compression triaxiale à différentes pressions de confinement.	44
Figure 1.18: Comparaison entre les données expérimentales de Bazant et al. (1996) et les simulations numériques pour des essais de compression triaxiale à différentes pressions de confinement.	45
Figure 1.19: Comparaison entre les données expérimentales reportées par Sfer et al. (2002) et les simulations numériques pour des essais de compression triaxiale avec différentes pressions de confinement	46
Figure 1.20: Comparaison entre la simulation numérique et l'expérience (Kupfer et al., 1969) pour un essai en compression simple $\sigma_{yy} / \sigma_{xx} = 1/0$	47
Figure 1.21: Comparaison entre la simulation numérique et l'expérience (Kupfer et al., 1969) pour un essai en compression biaxiale $\sigma_{yy} / \sigma_{xx} = 1/1$	47
Figure 1.22: Influence de ξ_0 sur la réponse mécanique du matériau en compression uniaxiale.	48
Figure 1.23: Influence de B_d sur la réponse mécanique du matériau en compression uniaxiale.	49
Figure 1.24: Influence de d_c sur l'évolution d'endommagement en compression uniaxiale. .	49
Figure 1.25: Influence de d_c sur la réponse mécanique du matériau en compression.....	50
Figure 2.1 : Bande de cisaillement localisée.	52
Figure 2.2: Une barre cylindrique en traction unidimensionnelle.....	58
Figure 2.3: Illustration géométrique du calcul de la variable non-locale.....	62
Figure 2.4: Exemple de distribution de la fonction de Gauss ψ	62
Figure 2.5 : Géométrie de la barre.....	63
Figure 2.6: Distribution de l'endommagement dans la barre en utilisant le model local: (a)-11 éléments; (b)-20 éléments; (c)-40 éléments.	64
Figure 2.7: Distribution de l'endommagement dans la barre en utilisant le model non-local: (a)-11 éléments; (b)-20 éléments; (c)-40 éléments.	64
Figure 2.8: Profils de l'endommagement dans la barre pour les trois maillages en utilisant le model local.	65
Figure 2.9: Profils de l'endommagement dans la barre pour les trois maillages en utilisant le model non-local.	65
Figure 2.10: Géométrie de la plaque rectangulaire	66
Figure 2.11: Conditions aux limites de la plaque.....	66
Figure 2.12: Les trois différents maillages utilisés dans les analyses des éléments finis	67
Figure 2.13: Les distributions de déformation axiale locale dans la plaque pour les trois maillages : (a)-20 éléments; (b)-80 éléments; (c)-180 éléments.....	67
Figure 2.14: Les distributions de déformation axiale nonlocale dans la plaque pour les trois maillages : (a)-20 éléments; (b)-80 éléments; (c)-180 éléments.....	67
Figure 2.15: Courbes contrainte- déformation sur un point (3cm,0) en utilisant le modèle local.	68
Figure 2.16: Les courbes contrainte- déformation sur un point (3cm, 0) en utilisant le modèle non-local.....	68
Figure 2.17: Profils de déformation axiale selon l'axe Y-Y en utilisant le modèle local.	69
Figure 2.18: Profils de déformation axiale selon l'axe Y-Y en utilisant le modèle non-local	69
Figure 2.19: Le domaine Géométrique et les conditions aux limites du tunnel.....	70

Figure 2.20: Distribution de l'endommagement autour la cavité d'excavation pour les trois maillages choisis, obtenue par le modèle local: (a)-475 éléments; (b)-1150 éléments; (c)-4650 éléments.....	71
Figure 2.21: La distribution de l'endommagement autour la cavité d'excavation pour les trois maillages choisis, obtenue par le modèle non-local: (a)-475 éléments; (b)-1150 éléments; (c)-4650 éléments.....	71
Figure 2.22: Profils de la distribution de l'endommagement selon la paroi de la cavité donnés par le modèle local.	72
Figure 2.23: Profils de la distribution de l'endommagement selon la paroi de la cavité donnés par le modèle non-local.	72
Figure 2.24: Géométrie de la plaque sous compression.....	73
Figure 2.25: Les trois maillages choisis pour les analyses local et nonlocal: (a)-288 éléments; (b)-648 éléments; (c)-1152 éléments.....	73
Figure 2.26: Distribution de l'endommagement sous compression uniaxiale: (a) résultats obtenus du modèle local et (b) résultats obtenus du modèle non local.	74
Figure 2.27: Le ligne S traversant la bande de localisation d'endommagement.....	75
Figure 2.28: Profils de l'endommagement selon l'axe S: (a) résultats obtenus du modèle local et (b) résultats obtenus du modèle non local.	75
Figure 2.29: Distribution de l'endommagement sous compression avec une pression de confinement de 2MPa: (a) résultats obtenus du modèle local et (b) résultats obtenus du modèle non local.	76
Figure 2.30: Géométrie de la poutre.....	77
Figure 2.31: Profils de l'endommagement au mi-hauteur selon l'axe X en utilisant le modèle local.	77
Figure 2.32: Profils de l'endommagement au mi-hauteur selon l'axe X en utilisant le modèle non-local.....	78
Figure 2.33: Les courbes déplacement-force en utilisant le modèle local.	78
Figure 2.34: Les courbes déplacement-force en utilisant le modèle non-local.	79
Figure 3.1: (gauche)- Volume élémentaire représentative de la pâte cimentaire avec la porosité de référence; (droite)- équilibre chimique entre le squelette solide et le fluide interstitiel dans un matériau sain.	81
Figure 3.2: Augmentation de la porosité due au processus de lixiviation de calcium (gauche) et au couplage mécanique- chimique (droite).	83
Figure 3.3: Relation entre Ca^{solide} et Ca^{++} : comparaison entre les données expérimentales de Berner (1988) et la relation proposée par Gérard (1996).....	85
Figure 3.4: Evolution du calcium solide et du terme source en fonction de la concentration de Ca^{++} en fluide.....	87
Figure 3.5: Variation du coefficient de diffusion en fonction Ca^{++} pour deux valeurs du coefficient β	88
Figure 3.6: Evolution de la porosité en fonction de Ca^{++}	89
Figure 4.1: Variations relatives des modules de compressibilités et de cisaillement en fonction de l'endommagement chimique	94
Figure 4.2: Variation relative de la résistance en compression simple avec l'endommagement chimique.....	97
Figure 4.3: Evolution de la surface de rupture en fonction de l'endommagement chimique ..	97
Figure 4.4: Variation de du seuil de plasticité hydrostatique (P_{c0}) en fonction de l'endommagement chimique	100
Figure 4.5: Evolution de la surface de charge hydrostatique dans le plan (I, d_c)	100

Figure 4.6: Surfaces de rupture pour les matériaux sain et dégradé - Comparaison entre les prédictions analytiques (lignes continues) et les données expérimentales (cercles).....	103
Figure 4.7: Courbe d'évolution de la loi d'érouissage plastique déviatorique pour un essai de compression triaxiale à $P_c = 20MPa$	103
Figure 4.8: Comparaison entre les données expérimentales et la prédiction du modèle pour un essai de compression hydrostatique d'un matériau totalement dégradé	104
Figure 4.9: Comparaison entre l'expérience et la simulation pour un essai de compression simple sur le matériau sain.	105
Figure 4.10: Comparaison entre l'expérience et la simulation d'un essai de compression triaxiale avec une pression de confinement de 3MPa et une pression de pore de 2.5MPa sur un échantillon sain.....	105
Figure 4.11: Comparaison entre l'expérience et la simulation d'un essai de compression triaxiale avec une pression de confinement de 10MPa et une pression de pore de 2.5MPa sur un échantillon sain.....	106
Figure 4.12: Comparaison entre l'expérience et la simulation d'un essai de compression triaxiale avec une pression de confinement de 20MPa et une pression de pore de 2.5MPa sur un échantillon sain.....	106
Figure 4.13: Comparaison entre l'expérience et la simulation pour un essai de compression triaxiale uniaxiale sur un échantillon dégradé.....	107
Figure 4.14: Comparaison entre l'expérience et la simulation numérique pour un essai de compression triaxiale avec une pression de confinement de 3MPa et une pression de pore de 2.5MPa sur un échantillon totalement dégradé	107
Figure 4.15: Comparaison entre l'expérience et la simulation numérique pour un essai de compression triaxiale avec une pression de confinement de 10MPa et une pression de pore de 2.5MPa sur un échantillon totalement dégradé	108
Figure 4.16: Comparaison entre l'expérience et la simulation numérique pour un essai de compression triaxiale avec une pression de confinement de 20MPa et une pression de pore de 2.5MPa sur un échantillon totalement dégradé	108
Figure 4.17: Illustration des surfaces de charge pour la plasticité instantanée et différée.....	109
Figure 4.18: Simulation d'un essai de fluage sur un échantillon sain de pâte de ciment avec une pression de confinement de 3MPa.....	112
Figure 4.19: Simulation d'un essai de fluage sur un échantillon sain de pâte de ciment avec une pression de confinement de 10MPa.....	112
Figure 4.20: Simulation d'un essai de fluage sur un échantillon dégradé de pâte de ciment avec une pression de confinement de 3MPa.	113
Figure 4.21: Evolution de la déformation axiale globale en fonction du temps au cours d'un essai couplé à $P_c = 3MPa$ - comparaison entre la simulation numérique et l'expérience	116
Figure 4.22: Distribution de concentration en calcium dans la solution interstitielle après 40 heures d'injection	116
Figure 4.23: Profils de concentration en calcium suivant la hauteur de l'échantillon à différents instants d'injection.	117
Figure 4.24: Evolution de la déformation axiale globale en fonction du temps au cours d'un essai couplé à $P_c = 10MPa$ - comparaison entre la simulation numérique et l'expérience.	118
Figure 4.25: Evolution de la déformation axiale globale en fonction du temps au cours d'un essai couplé à $P_c = 5MPa$ - comparaison entre la simulation numérique et l'expérience.	118

Résumé

Dans cette étude, on aborde la modélisation du comportement mécanique des géomatériaux semi fragiles soumis à des chargements mécaniques et à la dégradation chimique. Un cadre général de modélisation est d'abord proposé pour décrire le comportement élastoplastique couplé à l'endommagement mécanique et chimique. Après une courte synthèse des données expérimentales sur quelques matériaux représentatifs (roche et béton), un modèle spécifique est ensuite élaboré pour la description du comportement mécanique de ces matériaux. Après l'identification des paramètres, des essais en laboratoire sous différents chemins de sollicitations ont été modélisés. Le modèle proposé semble décrire correctement les principales réponses mécaniques des matériaux. Afin de décrire le comportement post-localisation en vue de l'analyse du processus de rupture des structures, nous avons proposé une extension du modèle en y introduisant une formulation non locale de l'endommagement. La pertinence de cette approche est illustrée à travers différents cas représentatifs. L'approche non locale permet de corriger la dépendance du maillage et de maîtriser le processus de rupture par bande de localisation. La deuxième partie du travail porte sur la modélisation de l'endommagement chimique par lixiviation des matériaux cimentaires. Un modèle phénoménologique chimique est d'abord précisé permettant de définir le processus de l'endommagement chimique dépendant de la dissolution du squelette solide et de la diffusion des ions calcium dans le fluide interstitiel. Un modèle élastoplastique couplé à l'endommagement chimique est ensuite mis en place et appliqué à la dégradation chimique d'une pâte de ciment sur des chemins découplés et couplés. Des comportements spécifiques de la pâte de ciment tels que l'effondrement des pores et la déformation de fluage sont pris en compte. Les comparaisons entre les simulations numériques et les données expérimentales ont montré la capacité du modèle proposé pour la description du couplage hydromécanique et chimique.

Mots clés :

Plasticité, endommagement non local, localisation de déformation, dégradation chimique, fluage, pâte de ciment, roche

Abstract

This study is devoted to modeling of mechanical behavior of semi-brittle geomaterials subjected to mechanical loading and chemical degradation. A general framework is first defined for modeling elastoplastic behavior coupled with mechanical and chemical damage. Based on experimental investigations, a specific model is then formulated for the description of mechanical behavior of some representative materials such as sandstone and concrete. After identification of parameters, laboratory tests on these materials under various loading conditions have been investigated. It is shown that the proposed model is able to predict main features of behavior observed. Further, in order to describe post-localization response in view of failure analysis in engineering applications, we have introduced a non local approach for the evolution of damage. The efficiency of this approach is demonstrated through various representative cases. It was shown that the non local approach is an efficient regularization method allowing avoiding spurious mesh dependency and modeling failure process by shearing bands. In the second part of this work, we proposed to extend the modeling to chemical degradation. A phenomenological chemical model is first adopted. The chemical damage is related to dissolution of solid grain boundary and diffusion of calcium ions inside pore fluid. Then, a coupled elastoplastic model with chemical damage is proposed for the chemical degradation of cement past. Specific features of cement past such pore collapse compaction and creep deformation have been taken into account. The performance of the model is checked through coupled and uncoupled paths. The comparisons between numerical simulations and experimental data have shown that the proposed model is able to correctly describe cement past behavior in coupled mechanical and chemical conditions.

Keywords:

Plasticity, non local damage, strain localization, chemical degradation, creep, cement paste, rock

Introduction générale

Dans la présente étude, nous allons aborder la modélisation des géomatériaux semi – fragiles soumis à des sollicitations mécaniques et à la dégradation chimique. En particulier, nous allons considérer deux types de matériaux représentatifs de cette classe de matériaux, des roches poreuses et des matériaux cimentaires sous compression. Le point commun de ces matériaux, dits semi- fragiles, est le couplage entre la déformation plastique et l’endommagement par microfissuration. Le comportement mécanique de ces matériaux dépend fortement de la pression de confinement. On observe généralement une transition d’un comportement fragile à faibles pressions de confinement à un comportement ductile à des pressions de confinement élevées. L’endommagement induit par microfissuration peut affecter les propriétés élastiques et plastiques des matériaux ; qui est également la cause principale du comportement radoucissant associé à la localisation de déformations. Différents types de modèles élastoplastiques et d’endommagement ont été proposés pour décrire le comportement mécanique des géomatériaux. Cependant, la plupart des modèles d’endommagement visent essentiellement le comportement des matériaux fragiles sous des contraintes de traction. Il existe peu de modèles décrivant le couplage entre la plasticité et l’endommagement et leur capacité prédictive n’a pas été clairement démontrée pour une large marge de contraintes.

Par ailleurs, dans un contexte plus général que celui des applications de génie civil traditionnel, les géomatériaux sont soumis également à des sollicitations d’origine chimique. On cite notamment la problématique du stockage des déchets radioactifs, la séquestration des gaz acides. Il convient alors de prendre en compte le couplage entre la dégradation chimique et le comportement mécanique à court et à long terme. Il est alors nécessaire de développer un cadre propre et rigoureux de modélisation pour ces problèmes de couplage.

Dans ce contexte, la présente étude tente d’apporter quelques contributions à la modélisation du comportement mécanique et hydromécanique d’une certaine classe de matériaux sous sollicitations couplées.

Dans un premier temps, nous allons définir un cadre général de modélisation incluant le couplage entre la déformation plastique et l’endommagement mécanique et chimique des milieux poreux saturés. En choisissant ensuite deux groupes de matériaux représentatifs, grès et bétons, nous préciserons la formulation spécifique pour ces matériaux. Notamment, les principales caractéristiques seront prises en compte, telles que la forte dépendance de la pression de confinement, transition fragile – ductile, transition compressibilité –dilatance,

couplage plasticité et endommagement. Une validation du modèle proposé sera effectuée par rapport à des essais en laboratoire pour différents chemins de chargement. Par la suite, en vue d'application du modèle à l'analyse des structures d'ingénieur, notamment à l'analyse du processus de rupture par bandes de localisation, nous proposerons une méthode de régularisation appropriée afin de modéliser les réponses post- localisation. Une approche non locale de type intégral sera adoptée. On montera la pertinence de l'approche non locale quant à la régularisation de la dépendance au maillage à travers différents cas représentatifs. Le modèle ainsi proposé sera implémenté dans un code calcul par les éléments finis.

Dans la deuxième partie du travail, on s'intéressera à la modélisation du couplage entre le comportement mécanique et la dégradation chimique. Nous limiterons notre discussion au cas de lixiviation d'une pâte de ciment par des fluides acides. En se basant sur des données expérimentales, l'endommagement chimique sera identifié comme l'augmentation de la porosité par dissolution du squelette solide. Un modèle chimique phénoménologique sera proposé pour décrire l'évolution de l'endommagement chimique, qui sera couplé à la déformation mécanique. Un module spécifique sera développé pour la résolution numérique de la diffusion des ions dissous dans le fluide interstitiel. Nous proposerons également un enrichissement du modèle mécanique en tenant compte des particularités du comportement mécanique de la pâte de ciment. Notamment, une formulation unifiée sera proposée pour la description des déformations de fluage et un mécanisme de compaction plastique par l'effondrement des pores. En utilisant des données expérimentales issues d'un projet de collaboration industrielle portant sur la dégradation chimique d'une pâte de ciment pétrolière, nous présenterons une validation du modèle proposé pour différents cas de chargement. Nous terminerons le mémoire de ce travail par un bilan général et en traçant quelques perspectives.

Chapitre 1:

Modélisation du comportement élastoplastique couplé à l'endommagement des géomatériaux cohérents

Dans ce chapitre, nous présentons la formulation locale d'un modèle élastoplastique couplé à l'endommagement des géomatériaux semi fragiles soumis à des sollicitations mécaniques et à la dégradation chimique. Deux types d'endommagement seront considérés : l'endommagement d'origine mécanique par l'amorçage et l'accroissement de microfissures, et l'endommagement d'origine chimique dû à la dissolution de la matrice solide par réactions chimiques. Cependant, tout en traçant le cadre général de la modélisation, ce chapitre est limité à la modélisation du comportement élastoplastique couplé à l'endommagement d'origine mécanique en formulation locale. L'extension du modèle à une formulation non locale de l'endommagement sera abordée au chapitre 2, et la description du processus de l'endommagement chimique dans le chapitre 3. Le modèle proposé sera appliqué aux deux matériaux représentatifs, un béton ordinaire et un grès.

1.1. Formulation générale du modèle élastoplastique couplé à l'endommagement

Cette section expose la formulation générale du modèle pour le comportement élastoplastique couplé à l'endommagement mécanique et chimique. La formulation sera inscrite dans le cadre général de la thermodynamique des processus irréversibles, qui est maintenant largement utilisé dans des modèles de comportement anélastiques. A titre d'exemple, nous citons les travaux de (Dragon et Mroz, 1979; Ju, 1989 ; Hansen et Schreyer, 1993; Lubarba et Krajcinovic, 1995; Hayakawa et Murakami, 1997 ; Shao et al. 2006). Notons que l'endommagement mécanique induit dans la plupart des géomatériaux est généralement anisotrope due à l'orientation préférentielle de microfissures. Cependant, en se donnant comme l'objectif principal la modélisation du couplage entre la plasticité et l'endommagement mécanique et chimique, et pour des raisons de simplicité, nous supposons dans le cadre de présent travail, un endommagement isotrope représenté par une variable interne scalaire notée d_m . De même, un endommagement chimique isotrope est considéré et caractérisé par une autre variable interne scalaire d_c . L'hypothèse de petites transformations est d'office adoptée. La déformation incrémentale totale, $d\underline{\underline{\epsilon}}$ est décomposée en une partie élastique, $d\underline{\underline{\epsilon}}^e$ et une partie plastique, $d\underline{\underline{\epsilon}}^p$:

$$d\underline{\underline{\varepsilon}} = d\underline{\underline{\varepsilon}}^e + d\underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (1.1)$$

On postule l'existence d'un potentiel thermodynamique pour des matériaux plastiques endommagés et on suppose que les processus de l'endommagement mécanique et chimique sont couplés à la déformation plastique. Le potentiel thermodynamique peut être exprimé sous la forme générale suivante:

$$\Psi = \frac{1}{2}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) : \mathbb{C}(d_m, d_c) : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) + \Psi_p(\gamma_p, d_m, d_c) \quad (1.2)$$

Le tenseur d'ordre 4, $\mathbb{C}(d_m, d_c)$, est le tenseur d'élasticité du matériau endommagé. La fonction Ψ_p définit l'énergie bloquée pour l'écroutissement plastique du matériau. La dérivation standard du potentiel thermodynamique nous donne l'équation d'état:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} = \mathbb{C}(d_m, d_c) : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \quad (1.3)$$

Dans le cas des matériaux isotrope, en utilisant la notion de Hill (Nemat-Nasser et Hori, 1993), le tenseur effectif d'élasticité du matériau endommagé peut être exprimé sous la forme générale:

$$\mathbb{C}(d_m, d_c) = 2\mu(d_m, d_c)\mathbb{K} + 3k(d_m, d_c)\mathbb{J} \quad (1.4)$$

$k(d_m, d_c)$ est le module d'incompressibilité du matériau endommagé alors que $\mu(d_m, d_c)$ est le module de cisaillement. Les deux tenseur d'ordre 4, \mathbb{J} et \mathbb{K} , sont définis par:

$$\mathbb{J} = \frac{1}{3}\underline{\underline{\delta}} \otimes \underline{\underline{\delta}}, \quad \mathbb{K} = \mathbb{I} - \mathbb{J} \quad (1.5)$$

$\underline{\underline{\delta}}$ et $\mathbb{I} = \underline{\underline{\delta}} \otimes \underline{\underline{\delta}}$ sont respectivement le tenseur unité d'ordre 2 et 4 ; avec comme composantes

$I_{ijkl} = \frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$. Notons que pour un tenseur $\underline{\underline{A}}$ d'ordre 2, on obtient

$\mathbb{J} : \underline{\underline{A}} = \frac{1}{3}(tr \underline{\underline{A}})\underline{\underline{\delta}}$ et $\mathbb{K} : \underline{\underline{A}} = \underline{\underline{A}} - \frac{1}{3}(tr \underline{\underline{A}})\underline{\underline{\delta}}$ représentant respectivement les parties isotrope et déviatorique de $\underline{\underline{A}}$.

La force thermodynamique associée à l'endommagement mécanique est exprimée par:

$$Y_{d_m} = -\frac{\partial \Psi}{\partial d_m} = -\frac{1}{2}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) : \mathbb{C}'(d_m, d_c) : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) - \frac{\partial \Psi_p(\gamma_p, d_m, d_c)}{\partial d_m} \quad (1.6)$$

Le tenseur $\mathbb{C}'(d_m, d_c)$ d'ordre 4 est la dérivée du tenseur d'élasticité par rapport à la variable d'endommagement mécanique d_m :

$$\mathbb{C}'(d_m, d_c) = \frac{\partial \mathbb{C}(d_m, d_c)}{\partial d_m} \quad (1.7)$$

La fonction de l'écrouissage plastique est obtenue par la dérivation standard du potentiel par rapport à la variable interne d'écrouissage plastique γ_p :

$$\beta(\gamma_p, d_m, d_c) = \frac{\partial \Psi}{\partial \gamma_p} = \frac{\partial \Psi_p(\underline{\underline{\varepsilon}}, \gamma_p, d_m, d_c)}{\partial \gamma_p} \quad (1.8)$$

A un état stationnaire de l'endommagement chimique, la dissipation mécanique intrinsèque doit satisfaire l'inégalité fondamentale:

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p + Y_{d_m} \dot{d}_m - \beta \dot{\gamma}_p \geq 0 \quad (1.9)$$

La forme incrémentale de la loi de comportement (1.3) peut être exprimée par:

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \mathbb{C}(d_m, d_c) : (\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} - \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p) + \mathbb{C}'(d_m, d_c) : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \dot{d}_m + \mathbb{C}^{1c}(d_m, d_c) : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \dot{d}_c \quad (1.10)$$

Le tenseur \mathbb{C}^{1c} d'ordre 4 est la dérivée du tenseur d'élasticité par rapport à la variable d'endommagement chimique d_c . Le point (.) représente la dérivée par rapport au temps des variables (ou la variation incrémentale des variables dans la procédure d'intégration numérique). Nous précisons que l'évolution de l'endommagement chimique est gouvernée par le processus de réactions chimiques considérées, qui sera abordé dans le chapitre 3.

1.1.1 Caractérisation de l'endommagement mécanique

L'évolution de l'endommagement mécanique est déterminée à partir d'un pseudo- potentiel de dissipation. Dans le cas de dissipations non- visqueuses (indépendantes du temps), le potentiel de dissipation devient une fonction indicatrice définie par un critère d'endommagement. Ce critère est une fonction à valeur scalaire de la force thermodynamique associée à la variable d'endommagement. La forme générale du critère d'endommagement est donnée par:

$$f_{d_m}(Y_{d_m}, d_m; d_c) = Y_{d_m} - r(d_m; d_c) \leq 0 \quad (1.11)$$

Dans cette fonction, $r(d_m; d_c)$ représente la ténacité du matériau à l'endommagement pour des valeurs d_m et d_c données. Notons par ailleurs que Y_{d_m} dépend de l'endommagement chimique et de la déformation plastique comme le montre l'équation (1.6). Par conséquent,

l'évolution d'endommagement mécanique est influencée par le processus chimique et les déformations plastiques. Utilisant la règle de normalité, le taux d'endommagement est déterminé par:

$$\dot{d}_m = \dot{\lambda}_{d_m} \frac{\partial f_{d_m}}{\partial Y_{d_m}} = \dot{\lambda}_{d_m} \quad (1.12)$$

Le multiplicateur d'endommagement mécanique $\dot{\lambda}_{d_m}$ est un scalaire positif qui peut être déterminé par des conditions de chargement- déchargement selon les relations Kuhn-Tucker:

$$f_{d_m}(Y_{d_m}, d_m, d_c) = 0, \dot{\lambda}_{d_m} \geq 0, f_{d_m}(Y_{d_m}, d_m, d_c) \dot{\lambda}_{d_m} \geq 0 \quad (1.13)$$

Dans le cas spécifique du chargement mécanique élastique avec endommagement sans écoulement plastique ($\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p = 0$) et sans évolution d'endommagement chimique ($\dot{d}_c = 0$), la condition de cohérence nous donne l'expression du multiplicateur d'endommagement mécanique:

$$\dot{\lambda}_{d_m} = \frac{\frac{\partial Y_{d_m}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}}{r'(d_m, d_c)} = - \frac{(\mathbb{C}'(d_m, d_c) : \underline{\underline{\varepsilon}}^e) : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}}{r'(d_m, d_c)} \quad (1.14)$$

La fonction $r'(d_m, d_c)$ est la dérivée de $r(d_m, d_c)$ par rapport à la variable d'endommagement mécanique:

$$r'(d_m, d_c) = \frac{\partial r(d_m, d_c)}{\partial d_m} \quad (1.15)$$

La formulation incrémentale de la loi de comportement (1.10) devient alors:

$$\dot{\underline{\underline{\sigma}}} = \mathbb{C}^{ed_m}(d_m, d_c) : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} \quad (1.16)$$

$\mathbb{C}^{ed_m}(d_m, d_c)$ est le tenseur d'élasticité tangent du matériau endommagé exprimé sous la forme suivante:

$$\mathbb{C}^{ed_m}(d_m, d_c) = \mathbb{C}(d_m, d_c) - \frac{1}{r'(d_m, d_c)} [\mathbb{C}'(d_m, d_c) : \underline{\underline{\varepsilon}}^e] \otimes [\mathbb{C}'(d_m, d_c) : \underline{\underline{\varepsilon}}^e] \quad (1.17)$$

1.1.2 Caractérisation de la plasticité

Dans le cas d'un écoulement plastique non visqueux, l'incrément de la déformation plastique est caractérisé par la détermination d'une surface de charge, d'une loi d'écrouissage plastique

et d'un potentiel plastique. Pour la plupart des géomatériaux, une loi d'écoulement non associée est généralement nécessaire pour décrire correctement l'évolution de la déformation plastique volumique du matériau. Dans la modélisation de la déformation plastique couplée à l'endommagement mécanique et chimique, la surface de charge et le potentiel plastique doivent dépendre des variables internes d'endommagement, soit sous la forme générale suivante:

$$f_p(\underline{\underline{\sigma}}, \beta, d_m, d_c) \leq 0 \quad (1.18)$$

$$Q_p(\underline{\underline{\sigma}}, \beta, d_m, d_c) \leq 0 \quad (1.19)$$

La fonction de l'érouissage plastique est obtenue par la dérivation du potentiel thermodynamique par rapport à la variable d'érouissage plastique γ_p :

$$\beta(\gamma_p, d_m, d_c) = \frac{\partial \Psi(\underline{\underline{\varepsilon}}, \gamma_p, d_m, d_c)}{\partial \gamma_p} \quad (1.20)$$

La loi d'écoulement plastique et les conditions de chargement – déchargement peuvent être données sous la forme suivante:

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p = \dot{\lambda}_p \frac{\partial Q_p(\underline{\underline{\sigma}}, \beta, d_m, d_c)}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (1.21)$$

$$f_p(\underline{\underline{\sigma}}, \beta, d_m, d_c) = 0, \dot{\lambda}_p \geq 0, f_p(\underline{\underline{\sigma}}, \beta, d_m, d_c) \dot{\lambda}_p \geq 0 \quad (1.22)$$

Dans le cas où il y a absence d'évolution d'endommagement mécanique et chimique ($\dot{d}_m = 0, \dot{d}_c = 0$), le multiplicateur plastique est déterminé à l'aide de la condition de cohérence plastique:

$$\dot{\lambda}_p = \frac{\frac{\partial f_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \mathbb{C}(d_m, d_c) : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}}{H(\gamma_p, d_m, d_c)} \quad (1.23)$$

La fonction $H(\gamma_p, d_m, d_c)$ à valeur scalaire est le module d'érouissage plastique et exprimée par:

$$H(\gamma_p, d_m, d_c) = \frac{\partial f_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \mathbb{C}(d_m, d_c) : \frac{\partial Q_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} - \frac{\partial f_p}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \gamma_p} \left(\frac{\partial \gamma_p}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^p} : \frac{\partial Q_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) \quad (1.24)$$

La forme incrémentale de la loi de comportement peut être alors exprimée par:

$$\dot{\underline{\underline{\sigma}}} = \mathbb{C}^{ep}(\gamma_p, d_m, d_c) : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} \quad (1.25)$$

Le tenseur d'ordre 4 $\mathbb{C}^{ep}(\gamma_p, d_m, d_c)$ est l'opérateur tangent élastoplastique:

$$\mathbb{C}^{ep}(\gamma_p, d_m, d_c) = \mathbb{C}(d_m, d_c) - \frac{\left(\mathbb{C}(d_m, d_c) : \frac{\partial Q_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) \otimes \left(\mathbb{C}(d_m, d_c) : \frac{\partial f_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)}{H(\gamma_p, d_m, d_c)} \quad (1.26)$$

Notons que dans le cas d'écoulement plastique non associé, cet opérateur tangent ne vérifie pas la condition de symétrie majeure.

1.1.3 Modélisation couplée

Dans des conditions de chargement générales, l'écoulement plastique, l'évolution d'endommagement mécanique et l'évolution d'endommagement chimique peuvent être simultanément activés et couplés. Un système non linéaire des conditions de cohérence doit être résolu afin de déterminer les incréments de déformation plastique, d'endommagement mécanique et d'endommagement chimique. On suppose que le processus d'endommagement chimique est déterminé à partir d'un modèle chimique phénoménologique indépendant (à détailler dans le chapitre 3). Le couplage entre l'endommagement chimique et les dissipations mécanique (plasticité et endommagement mécanique) est simplifié et déterminé de façon explicite. A un instant donné, l'endommagement chimique est d'abord déterminé par le modèle chimique en utilisant les valeurs des paramètres actualisées à l'instant précédent. L'endommagement chimique est ensuite utilisé comme une donnée d'entrée pour la détermination de la déformation plastique et de l'endommagement mécanique. Après la résolution du problème mécanique, on actualise certains paramètres contrôlant le processus chimique, comme la perméabilité et le coefficient de diffusion, pour le prochain incrément de temps, en utilisant les valeurs actuelles des déformations plastiques et de l'endommagement mécanique. On aborde ici le couplage entre la plasticité et l'endommagement mécanique pour une valeur de l'endommagement chimique donnée.

Les évolutions de la déformation plastique et de l'endommagement doivent simultanément vérifier les conditions de cohérence plastique et d'endommagement mécanique, soit alors:

$$\begin{cases} \dot{Y}_{d_m} - r'(d_m, d_c) \dot{d}_m = 0 \\ \frac{\partial f_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \dot{\underline{\underline{\sigma}}} + \frac{\partial f_p}{\partial \beta} \dot{\beta} + \frac{\partial f_p}{\partial d_m} \dot{d}_m + \frac{\partial f_p}{\partial d_c} \dot{d}_c = 0 \end{cases} \quad (1.27)$$

En introduisant les équations d'état, la loi d'érouissage plastique et le critère d'endommagement mécanique dans (1.27), on obtient donc le système à résoudre pour déterminer le multiplicateur plastique et celui d'endommagement:

$$\begin{cases} -r^1(d_m d_c) \dot{\lambda}_m + \left[\frac{\partial Y_{d_m}}{\partial \gamma_p} \left(\frac{\partial \gamma_p}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} : \frac{\partial Q_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) - \left(\frac{\partial Y_{d_m}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} : \frac{\partial Q_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) \right] \dot{\lambda}_p + [\mathbb{C}^e(d_m d_c) : \underline{\underline{\varepsilon}}^e] : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} + \frac{\partial Y_{d_m}}{\partial d_c} \dot{d}_c = 0 \\ \left[\frac{\partial f_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \mathbb{C}^e(d_m d_c) : \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \frac{\partial f_p}{\partial d_m} \right] \dot{\lambda}_m - H(\gamma_p, d_m d_c) \dot{\lambda}_p + \frac{\partial f_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \mathbb{C}^e(d_m d_c) : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} + \left[\frac{\partial f_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \mathbb{C}^e(d_m d_c) : \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \frac{\partial f_p}{\partial d_c} \right] \dot{d}_c = 0 \end{cases} \quad (1.28)$$

1.2. Un modèle spécifique pour une classe de roches et béton ordinaire

Dans la section précédente, nous avons présenté le cadre général pour la modélisation du comportement mécanique des géomatériaux semi fragiles soumis à des chargements mécaniques et à la dégradation chimique. Pour un matériau particulier à modéliser, il convient de préciser les formes spécifiques des différentes fonctions introduites dans le cadre général, en se basant sur des données expérimentales. Dans le présent travail, on s'intéresse essentiellement à une classe de géomatériaux dits semi fragiles soumis à des sollicitations mécaniques dominées par des contraintes de compression. Le comportement mécanique de ces matériaux dépend fortement de la contrainte de confinement ; on assiste en générale à une transition d'un comportement fragile dominé par l'endommagement à un comportement ductile dominé par la plasticité avec l'augmentation de la pression de confinement. Pour des raisons de simplicité d'expression, on aborde ici la modélisation du comportement mécanique des matériaux sans dégradation chimique ($d_c = 0$).

1.2.1 Comportement élastique couplé à l'endommagement

Pour les matériaux isotropes, le comportement élastique effectif est déterminé par le module d'incompressibilité $k(d_m)$ et le module de cisaillement $\mu(d_m)$. Les propriétés élastiques effectives d'un matériaux endommagé peuvent être déterminées en utilisant les différents schémas d'estimation tels que les schémas dilués, de Mori-Tanaka et auto-cohérent (Mura, 1987 ; Nemat-Nasser et Hori, 1993 ; Zaoui, 2002, Pensée, 2002). Dans le présent travail, nous sommes inspirés de ces estimations théoriques pour déterminer les variations des modules élastiques en fonction de l'endommagement. En supposant une densité de microfissure modérée et en négligeant les interactions entre microfissures, les résultats issues du schéma

dilué sont adoptés ici. Les variations des modules élastiques en fonction de l'endommagement sont exprimées alors par les relations suivantes :

$$k(d_m) = k_0 [1 - \alpha_1 H(\varepsilon_v) d_m], \quad \mu(d_m) = \mu_0 [1 - \alpha_2 d_m] \quad (1.29)$$

Les paramètres k_0 et μ_0 sont respectivement les modules d'incompressibilité et de cisaillement du matériau non endommagé. Les deux paramètres α_1 et α_2 caractérisent la détérioration des propriétés élastiques due à l'endommagement. Notons que nous proposons ici de développer une approche macroscopique. L'analyse micromécanique nous permet de déterminer la forme générale des variations des modules élastiques en fonction de l'endommagement telles que les relations (1.29). En revanche, on peut identifier les deux paramètres α_1 et α_2 à partir des données expérimentales. Pour des raisons de simplicité, on a pris $\alpha_1 = 1$ et $\alpha_2 = 1$. Par ailleurs, ε_v est la déformation volumique et $H(\varepsilon_v)$ est la fonction d'Heaviside. Cette fonction est introduite pour tenir compte, d'une manière simplifiée, de l'effet unilatérale lié à la re-fermeture des microfissures, tel que

$$\begin{cases} H(\varepsilon_v) = 0 & \varepsilon_v \leq 0 \\ H(\varepsilon_v) = 1 & \varepsilon_v > 0 \end{cases} \quad (1.30)$$

Il est également à noter que les relations (1.29) définissent une formulation d'endommagement isotrope plus générale que celles utilisées dans des modèles classiques (Lemaitre 1992). En effet, selon cette formulation, le module de Young et le coefficient de Poisson varient indépendamment avec l'endommagement tandis que dans les modèles isotropes classiques seul le module de Young varie et le coefficient de Poisson reste constant.

1.2.2 Caractérisation d'endommagement

Pour des raisons de simplicité, on suppose que le processus d'écroutissage plastique n'est pas effectué par l'endommagement. Par conséquent, l'énergie bloquée pour l'écroutissage plastique Ψ_p ne dépend pas de la variable d'endommagement. Dans le cadre des matériaux isotropes, le potentiel thermodynamique se réduit alors à la forme suivante:

$$\Psi(\varepsilon^e, \gamma_p, d_m) = \frac{1}{2} [k(d_m) (\varepsilon_v^e)^2 + 2\mu(d_m) \underline{\underline{e}}^e : \underline{\underline{e}}^e] + \Psi_p(\gamma_p) \quad (1.31)$$

$\varepsilon_v^e = tr(\mathbb{J} : \underline{\underline{e}}^e)$ représente la déformation volumique élastique et $\underline{\underline{e}}^e = \mathbb{K} : \underline{\underline{e}}^e$ représente le tenseur déviatorique de déformations élastiques. La force thermodynamique associée à l'endommagement se déduit donc:

$$Y_{d_m} = -\frac{\partial \Psi}{\partial d_m} = \frac{1}{2} \left[\alpha_1 k_0 \langle \varepsilon_v^e \rangle^2 + 2\alpha_2 \mu_0 \underline{\underline{e}}^e : \underline{\underline{e}}^e \right] \quad (1.32)$$

Le crochet $\langle . \rangle$ désigne $\langle x \rangle = (x + |x|)/2$. Dans le cadre de la thermodynamique précédemment mentionné, l'évolution de l'endommagement doit être déterminée à partir d'un critère d'endommagement, fonction à valeur scalaire de la force thermodynamique associée à l'endommagement. Dans le cas présent, l'équation (1.32) montre que la force associée à l'endommagement dépend des déformations élastiques volumiques et déviatoriques. Cependant, pour la plupart des roches, la déformation plastique joue un rôle important et doit effectuer le processus d'endommagement. Par ailleurs, en vue de l'implémentation du modèle dans un code de calcul par éléments finis, le calcul de la force thermodynamique donnée par (1.32) n'est pas aisé et nécessite une prédiction de déformation élastique. Par conséquent, nous avons adopté une approche simplifiée en adoptant une force associée à l'endommagement dépendant des déformations totales à la place des déformations élastiques dans l'équation (1.32). Par ailleurs, il est souvent observé que pour la plupart des géomatériaux sous compression, la cinétique d'évolution de l'endommagement est fortement influencée par la pression de confinement. Sous de faibles pressions de confinement, l'endommagement induit par microfissuration est le mécanisme dominant conduisant à un radoucissement du matériau. Avec l'augmentation de la pression de confinement, le comportement mécanique devient de plus en plus ductile et l'endommagement devient alors un mécanisme secondaire par rapport à la déformation plastique. La cinétique de l'endommagement diminue donc avec la pression de confinement. Afin de prendre en compte cet effet de la pression de confinement, nous proposons la forme suivante pour la force motrice contrôlant l'évolution de l'endommagement:

$$\xi_d = \frac{1}{2} \left[\alpha_1 k_0 \langle \varepsilon_v \rangle^2 + 2\alpha_2 \mu_0 \underline{\underline{e}} : \underline{\underline{e}} \right] / \chi_d \quad (1.33)$$

La fonction χ_d est ainsi introduite pour décrire l'effet de la pression de confinement, et exprimée sous la forme suivante:

$$\chi_d = \left[\frac{\langle -tr \underline{\underline{\sigma}} \rangle + f_{co}}{f_{co}} \right]^{b_1} \quad (1.34)$$

b_1 est un paramètre du modèle et f_{co} représente la résistance en compression simple du matériau non endommagé.

En s'inspirant du modèle d'endommagement isotrope proposé par Mazars (1984) pour le béton, nous adoptons le critère d'endommagement suivant:

$$f_d(\xi_d, d_m) = d_c - d_c \exp[-B_d(\xi_d - \xi_0)] - d_m \leq 0 \quad (1.35)$$

Le paramètre d_c est la valeur critique de l'endommagement qui contrôle la résistance résiduelle du matériau endommagé ; ξ_0 est le seuil initial d'endommagement et B_d contrôle la cinétique d'évolution de l'endommagement.

1.2.3 Caractérisation plastique

Pour déterminer la déformation plastique, il est nécessaire de définir une fonction de charge plastique, un potentiel plastique et une loi d'écrouissage plastique. Pour la plupart des géomatériaux, la fonction de charge dépend fortement de la pression de confinement ou de la contrainte hydrostatique. Les fonctions linéaires comme le critère de Mohr-Coulomb ne sont pas adéquates pour décrire de telles dépendances. Il est donc nécessaire d'utiliser une surface de charge non linéaire ; différentes formes ont été proposées pour les géomatériaux. Dans le présent travail, nous avons adopté le critère quadratique proposé par Pietruszczak et al. (1988) pour des matériaux cimentaires. La surface de rupture proposée peut être décrite par la forme générale suivante:

$$F = c_{10} \left(\frac{\bar{\sigma}}{g(\theta)f_c} \right) + c_{20} \left(\frac{\bar{\sigma}}{g(\theta)f_c} \right)^2 - \left(c_{30} + \frac{I}{f_c} \right) = 0 \quad (1.36)$$

Ce critère de rupture dépend des trois invariants de contrainte: la contrainte hydrostatique I (prise comme positive une compression), le déviateur de contrainte $\bar{\sigma}$ et l'angle de Lode θ , définis respectivement par:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}}, \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{\sigma_{kk}}{3} \delta_{ij} \quad (1.37)$$

$$I = -tr(\underline{\underline{\sigma}}), \quad \theta = \frac{1}{3} \text{Sin}^{-1} \left(-\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J^{3/2}} \right), \quad J_3 = \det(\underline{\underline{S}}) \quad (1.38)$$

Dans ces relations, $\underline{\underline{S}}$ est le tenseur déviateur de contraintes. c_{10} , c_{20} et c_{30} sont trois paramètres qui définissent la forme géométrique de la surface de rupture et respectivement liés à la cohésion et au coefficient de frottement interne du matériau. Le paramètre f_c représente un facteur de normalisation pour garder les paramètres du critère sans dimension ; dans ce modèle la résistance à la compression simple est utilisée comme facteur de

normalisation. L'angle de Lode θ est défini dans l'intervalle $\theta \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$ encadré respectivement par le chemin de compression et d'extension uniaxiale. La fonction $g(\theta)$ vérifie les conditions $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$ en compression uniaxiale et $g\left(-\frac{\pi}{6}\right) = K$ en extension uniaxiale. Le paramètre K définit ainsi la dissymétrie de la résistance du matériau en compression et extension.

L'endommagement dû à la propagation de microfissures modifie la microstructure du matériau et induit une redistribution du champ local de contraintes le volume représentatif élémentaire. Comme ce qui a été indiqué, les propriétés élastiques effectives sont affectées par cet endommagement. Les estimations théoriques des propriétés élastiques effectives sont disponibles à l'aide des analyses micromécaniques. En même temps, l'endommagement entraînant la modification de microstructure doit également affecter les propriétés plastiques. Cependant, la détermination des propriétés plastiques en milieux micro fissurés reste encore un sujet largement ouvert. En mécanique d'endommagement phénoménologique, l'effet de l'endommagement sur la plasticité est classiquement traité en faisant appel à la notion de contraintes effectives basée sur les principes d'équivalence en déformation ou en contrainte (Ju, 1989 ; Lemaitre, 1996). Toutefois, le sens physique d'une telle approche n'est pas clairement identifié, notamment dans le cas de l'endommagement anisotrope. Dans cette étude, tout en restant dans le cadre des modélisations phénoménologiques, on propose d'utiliser une approche physique directement basée sur des données expérimentales. Elle consiste à exprimer directement la variation de certains paramètres contrôlant le comportement plastique et la rupture en fonction de l'endommagement. Dans notre modèle, il est supposé que l'endommagement engendre une diminution progressive de la résistance en compression simple du matériau due à la propagation de microfissures. Pour des raisons de simplicité, une relation linéaire est proposée:

$$f_c = f_{c0} (1 - d_m) \quad (1.39)$$

Le paramètre f_{c0} désigne la résistance en compression simple d'un matériau non endommagé. En reportant l'expression de f_c dans (1.36), le critère de rupture du matériau endommagé prend la forme suivante:

$$F = c_1 \left(\frac{\bar{\sigma}}{g(\theta)f_{c0}} \right) + c_2 \left(\frac{\bar{\sigma}}{g(\theta)f_{c0}} \right)^2 - \left(c_3 + \frac{I}{f_{c0}} \right) = 0 \quad (1.40)$$

Et il est aisé de déduire les variations des trois paramètres de rupture en fonction de l'endommagement:

$$c_1 = c_{10}, c_2 = \frac{c_{20}}{(1 - d_m)}, c_3 = c_{30} (1 - d_m) \quad (1.41)$$

Pour des raisons de facilité d'illustration de la surface de rupture dans l'espace des contraintes, il est nécessaire de réécrire le critère de rupture (1.40) sous la forme suivante:

$$F = \bar{\sigma} - g(\theta)\bar{\sigma}_c = 0 \quad (1.42)$$

Avec:

$$\bar{\sigma}_c = \frac{-c_1 + \sqrt{(c_1^2 + 4c_2(c_3 + I/f_{co}))}}{2c_2} f_{co} \quad (1.43)$$

En supposant que la surface de rupture représente la position asymptotique de la surface de charge plastique et en introduisant une loi d'érouissage plastique dans (1.42), la surface de charge plastique peut être exprimée par la forme fonctionnelle suivante:

$$f_p = \bar{\sigma} - \beta(\gamma_p)g(\theta)\bar{\sigma}_c = 0 \quad (1.44)$$

Influence de l'angle de Lode

Le comportement plastique des géomatériaux dépend de la direction de chargement dans le plan déviatorique caractérisé par l'angle de Lode. Par exemple, il est bien connu que la réponse de ces matériaux est clairement dissymétrique en compression ($\theta = \pi/6$) et en extension ($\theta = -\pi/6$). Il est alors nécessaire de prendre en compte l'influence de l'angle de Lode sur les réponses plastiques et sur le critère de rupture. La fonction $g(\theta)$ de Lode ici utilisée pour prendre en compte cet effet.

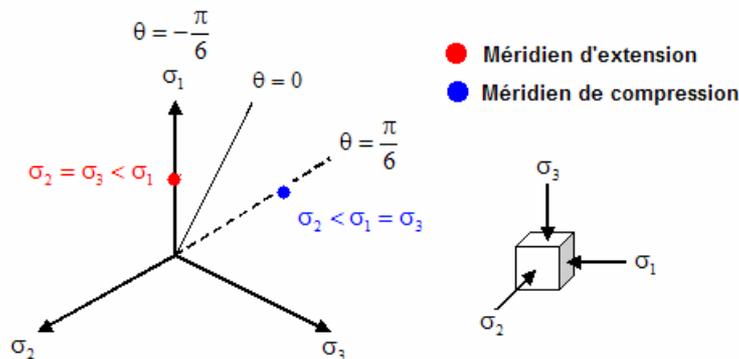


Figure 1.1: Illustration de l'angle de Lode en compression et en extension

On peut trouver différentes formes dans la littérature pour définir une telle fonction (Pietruszczak et al., 1988; William et Warnke, 1975; Van Eekelen, 1980). Nous adoptons ici la fonction proposée par William et Warnke (1975) pour des matériaux cimentaires:

$$g(\theta) = \frac{2(1-K^2)\cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) + (2K-1)\sqrt{4(1-K^2)\cos^2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) + 5K^2 - 4K}}{4(1-K^2)\cos^2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) + (2K-1)^2} \quad (1.45)$$

L'avantage de cette fonction est que la surface de charge plastique et de rupture est convexe pour $0.5 \leq K \leq 1$. Une illustration des surfaces de rupture pour différentes valeurs de K est montrée sur la Figure 1.2.

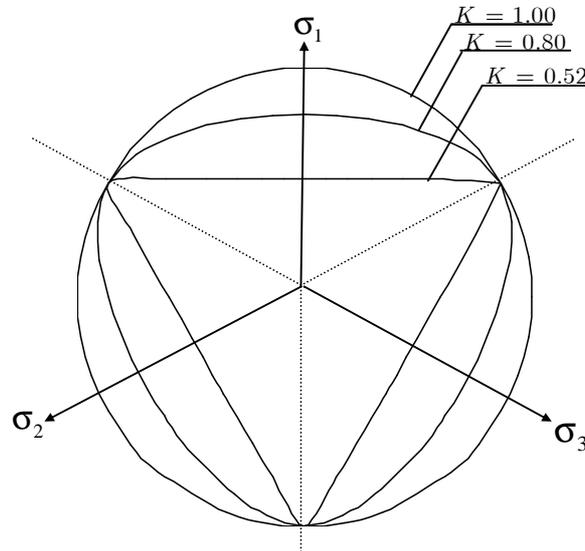


Figure 1.2: Représentation la surface de charge plastique dans le plan déviatorique pour différentes valeurs de K .

Notons que pour ce choix de la fonction de l'angle de Lode, quelques propriétés peuvent être déduites:

- Règle du rapport d'aspect:

Le rapport d'aspect implique que $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$ et $g\left(-\frac{\pi}{6}\right) = K$.

- Règle pour la dérivabilité:

La fonction de charge doit être dérivable à $\theta = \pm \frac{\pi}{6}$ quand $\frac{\partial g}{\partial \theta}\left(\pm \frac{\pi}{6}\right) = 0$, à condition que $g(\theta)$ soit dérivable.

▪ *Règle de convexité:*

Les surfaces de charge sont convexes dans les plans déviatoriques (Lin et Bazant, 1986 ; Jiang et Pietruszczak, 1988) quand:

$$\frac{d^2g}{d\theta^2} < g + \frac{2}{g} \left(\frac{\partial g}{\partial \theta} \right)^2 \quad (1.46)$$

Règle d'écroûissage

La fonction $\beta(\gamma^p)$ décrit la loi d'écroûissage plastique. Elle est déduite de la fonction de l'énergie plastique bloquée $\Psi^p(\gamma^p)$, celle-ci étant fonction de la variable d'écroûissage plastique γ^p . En se basant sur les données expérimentales des roches et des bétons (Khazraei, 1995; Haied, 1995; Kupfer et al., 1969; Mills et Zimmerman, 1970; Linse et Aschl, 1976; Kotsovos et Newman, 1980; Smith, 1985; Bazant, 1992; Imran, 1994; Scholtz et al., 1995; Bazant et al., 1996; Sfer et al., 2002), l'expression suivante est proposée:

$$\Psi^p(\gamma^p) = \gamma^p - (1 - \beta_0)A \ln \left(\frac{A + \gamma^p}{A} \right) \quad (1.47)$$

$\beta(\gamma^p)$ est déterminé par la dérivation du potentiel plastique bloqué par rapport à γ_p . Une forme hyperbolique est donc obtenue pour la loi d'écroûissage plastique:

$$\beta(\gamma^p) = \frac{\partial \Psi^p}{\partial \gamma^p} = \beta_0 + (1 - \beta_0) \frac{\gamma^p}{A + \gamma^p} \quad (1.48)$$

Notons que β varie de β_0 à 1. $\beta = \beta_0$ correspond au seuil de plasticité initial et $\beta = 1$ correspond l'état ultime de l'écroûissage considéré comme l'état de rupture. Le paramètre A contrôle la cinétique de l'écroûissage. La variable γ_p est la distorsion plastique, choisi comme la variable d'écroûissage plastique. L'incrément de γ_p devient:

$$\gamma^p = \int d\gamma^p, \quad d\gamma_p = \frac{\sqrt{\frac{2}{3} d\underline{\underline{e}}^p : d\underline{\underline{e}}^p}}{\chi_p}, \quad \underline{\underline{e}}^p = \underline{\underline{\varepsilon}}^p - \frac{1}{3} tr(\underline{\underline{\varepsilon}}^p) \underline{\underline{\delta}} \quad (1.49)$$

Figure 1.3 montre l'évolution de la surface de charge en fonction de la variable d'écroûissage.

Notons que nous avons $\lim_{\beta \rightarrow 1} f_p = F$.

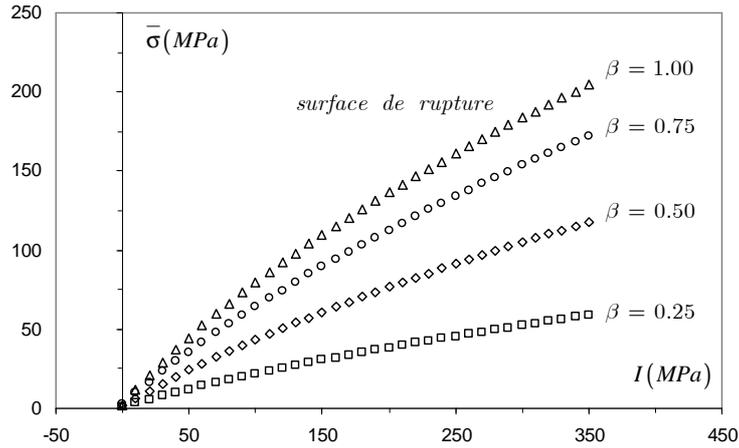


Figure 1.3: Evolution de la surface de plasticité en fonction de la variable d'érouissage.

Comme pour l'évolution d'endommagement, il est constaté que l'érouissage plastique peut dépendre fortement de la pression de confinement. Il y'a généralement une transition claire d'un comportement fragile à un comportement ductile. Par exemple, la déformation plastique à la rupture peut augmenter sensiblement avec la pression de confinement. Pour prendre en compte cette dépendance, une fonction de normalisation, χ_p , est introduite dans le calcul du taux de la variable d'érouissage plastique (1.49) ; celle-ci est exprimée en fonction de la contrainte hydrostatique:

$$\chi_p = \left[\frac{\langle -tr(\underline{\underline{\sigma}}) \rangle + f_{co}}{f_{co}} \right]^b \quad (1.50)$$

Le paramètre b détermine l'influence de la contrainte hydrostatique sur la cinétique d'érouissage plastique.

Surface d'écoulement plastique

La direction d'écoulement plastique est contrôlée par le potentiel plastique. Pour la plupart des géomatériaux, les données expérimentales ont souvent montré un passage de la compressibilité à la dilatance plastique. Pour bien décrire cette transition, il est généralement nécessaire d'utiliser une loi d'écoulement plastique non associée. En se basant sur le modèle élastoplastique proposé par Pietruszczak et al. (1988) pour le béton ordinaire, nous avons adopté le potentiel plastique suivant:

$$Q_p = \bar{\sigma} + \mu_c g(\theta) \bar{I} \ln \left(\frac{\bar{I}}{\bar{I}_0} \right) = 0, \quad \bar{I} = c_3 f_{co} + I \quad (1.51)$$

Le variable \bar{I}_0 désigne le point d'intersection entre la surface de potentiel plastique et l'axe $\bar{I} > 0$. Le paramètre μ_c représente le ratio $\frac{\bar{\sigma}}{g(\theta)\bar{I}}$ aux points où on a $tr\left(\frac{\partial Q}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}\right) = 0$; ce sont donc les points de transition de la compressibilité à la dilatance plastique. Pour des raisons de simplicité, on suppose que ces points de transitions peuvent être décrits par une droite (un plan en 3D) qui représente ainsi la frontière entre la zone de compressibilité et celle de la dilatance, soit :

$$f_{c-d} = \bar{\sigma} - \mu_c g(\theta) \bar{I} = 0 \quad (1.52)$$

Ainsi, dans le plan $\bar{I} - \bar{\sigma}$, le paramètre μ_c est défini par la pente de la ligne de transition illustrée sur la Figure 1.4.

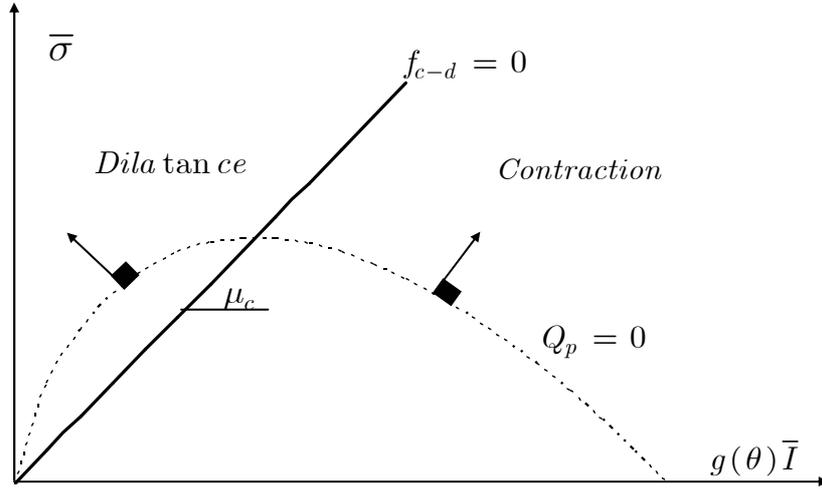


Figure 1.4: Illustration de la surface du potentiel dans le plan $(g(\theta)I, \bar{\sigma})$.

Après la détermination du potentiel plastique, la règle d'écoulement peut être exprimée par:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda_p \frac{\partial Q_p(\underline{\underline{\sigma}}, d_m)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1.53)$$

Le multiplicateur plastique $d\lambda_p$ est déterminé par la condition de cohérence:

$$df_p = \frac{\partial f_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : d\underline{\underline{\sigma}} + \frac{\partial f_p}{\partial \gamma_p} d\gamma_p + \frac{\partial f_p}{\partial d_m} d(d_m) = 0 \quad (1.54)$$

L'incrément de la distorsion plastique $d\gamma^p$ peut être déduit comme suit:

$$d\gamma_p = \frac{h}{\chi_p} d\lambda_p; \quad h = \sqrt{\frac{2}{3} \left(\mathbb{K} : \frac{\partial Q_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) : \left(\mathbb{K} : \frac{\partial Q_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)} \quad (1.55)$$

La forme incrémentale des équations consécutives peut s'écrire alors:

$$d\underline{\underline{\sigma}} = \mathbb{C}(d_m) : (d\underline{\underline{\varepsilon}} - d\underline{\underline{\varepsilon}}^p) + (\mathbb{C}' : \underline{\underline{\varepsilon}}^e)d(d_m) \quad (1.56)$$

En utilisant (1.55) et (1.56) dans (1.54), le multiplicateur plastique est déterminé par:

$$d\lambda_p = \frac{\frac{\partial f_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \mathbb{C}(d_m) : d\underline{\underline{\varepsilon}} + \left[\frac{\partial f_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \mathbb{C}' : \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \frac{\partial f_p}{\partial d} \right] d(d_m)}{H(\gamma_p, d_m)} \quad (1.57)$$

$H(\gamma_p, d_m)$ représente le module d'écrouissage plastique:

$$H(\gamma_p, d_m) = \frac{\partial f_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \mathbb{C}(d_m) : \frac{\partial Q_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} - \frac{\partial f_p}{\partial \gamma_p} \frac{h}{\chi_p} \quad (1.58)$$

1.3. Identification des paramètres du modèle

Après avoir proposé une nouvelle loi de comportement pour les géomatériaux semi-fragiles, nous allons, à présent, proposer une procédure de détermination des paramètres à partir des essais en laboratoire conventionnels. Une série de données expérimentales issues de la littérature sera utilisée pour illustrer et valider cette procédure. Pour ce faire, nous avons à notre disposition des essais de compression triaxiale sur des roches comme les grès de Vosges et de Fontainebleau (thèses de doctorat de Khazraei, 1995 ; Haied, 1995 ; au Laboratoire de Mécanique de Lille), et des essais triaxiaux réalisés sur des bétons, tirés de la littérature (Kupfer et al., 1969; Mills et Zimmerman, 1970; Linse et Aschl, 1976; Kotsovos et Newman, 1980; Smith, 1985; Bazant, 1992; Imran, 1994; Scholtz et al., 1995; Bazant et al., 1996; Sfer et al., 2002). Dans ce paragraphe, nous limitons d'abord notre discussion à ces deux roches. Et ensuite, nous présenterons les résultats obtenus sur les bétons.

1.3.1 Essais de compression triaxiale

Un essai triaxial en compression se déroule en deux temps : après avoir placé l'échantillon dans la cellule triaxiale, une pression hydrostatique lui est appliquée à l'aide du fluide de confinement (phase 1, Figure 1.5). Ensuite, la charge axiale est augmentée jusqu'à la rupture de l'échantillon tout en gardant constante la pression de confinement (phase 2, Figure 1.5). Dans cet essai, l'angle de Lode vaut $\theta = \pi/6$.

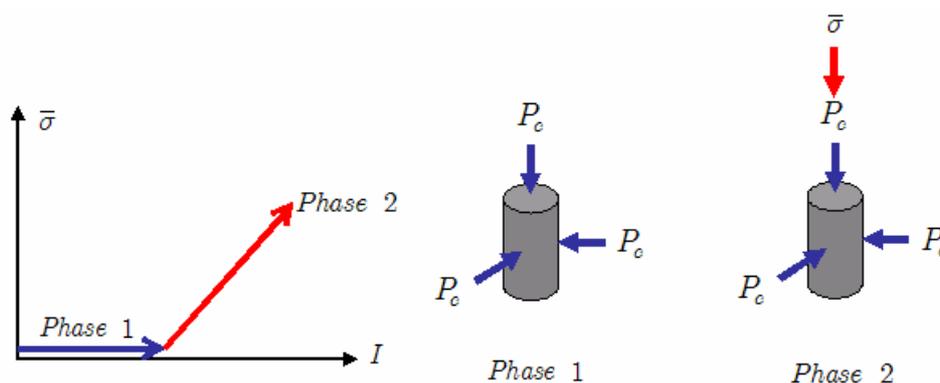


Figure 1.5: Chemin de contrainte pour un essai de compression triaxiale.

1.3.2 Détermination des paramètres

On présente dans cette section la méthodologie d'identification des paramètres du modèle en utilisant les données obtenues pour le grès des Vosges (Khazraei, 1995). La détermination des paramètres pour d'autres matériaux suit la même procédure. Le grès est considéré comme une roche semi fragile qui possède d'une déformation plastique couplée à l'endommagement par microfissuration. Les paramètres utilisés sont classés dans les trois catégories respectivement liées aux comportements élastique et plastique ainsi qu'à l'évolution de l'endommagement.

Paramètres élastiques:

Les paramètres élastiques E_0 et ν_0 doivent être déterminés à partir de cycles de déchargement. En absence de ceux-ci, ils peuvent être déterminés à partir de la partie linéaire de la courbe de contrainte- déformation d'un essai triaxial. Notons que, pour la plupart des géomatériaux, les propriétés élastiques linéaires peuvent dépendre de la pression de confinement. Par exemple, le module élastique augmente avec la pression de confinement. Cette augmentation est généralement liée à la fermeture de microfissures initiales qui existent dans ces matériaux. En défaut de quantification précise de l'état initial et en mettant notre accent sur les comportements inélastiques, la variation du module élastique en fonction de la pression de confinement n'est pas abordée ici. Par conséquent, nous utiliserons les valeurs moyennes des paramètres élastiques issus de divers essais triaxiaux, à savoir pour le grès des Vosges : $E_0 = 22000\text{MPa}$ et $\nu_0 = 0.24$.

Paramètres plastiques:

Le paramètre f_{co} désigne la résistance en compression simple du matériau. Celle-ci est prise égale à la valeur de la contrainte au pic dans un essai de compression simple.

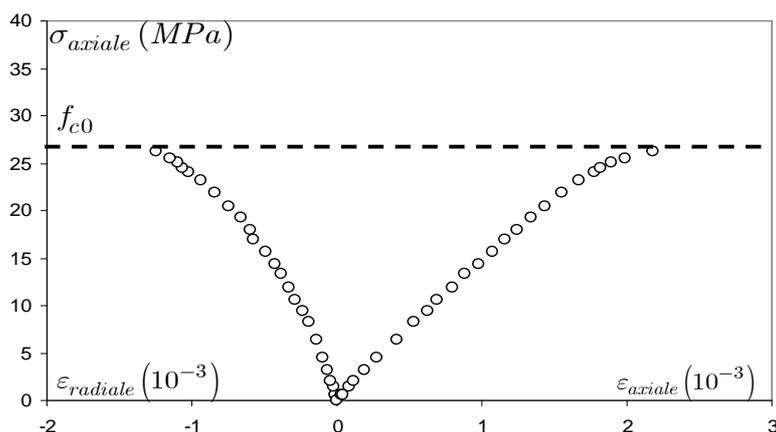


Figure 1.6: Résistance de matériau en compression simple.

La valeur représentative pour le grès de Vosges est de $f_{c0} = 26.2\text{MPa}$ (Figure 1.6).

Les paramètres c_{10} , c_{20} et c_{30} sont déterminés à partir des contraintes à la rupture obtenues des essais à différentes pressions de confinement. On reporte les valeurs des contraintes à la rupture pour chaque essai dans le plan $(I, \bar{\sigma})$ (Figure 1.7) ; et les paramètres sont ainsi déterminés par le meilleur lissage de la surface de rupture par rapport aux données expérimentales. Pour le grès des Vosges, on a obtenu $c_{10} = 1.01$, $c_{20} = 0.0546$ et $c_{30} = 0.143$. La Figure 1.7 montre la surface de rupture obtenue pour le grès de Vosges.

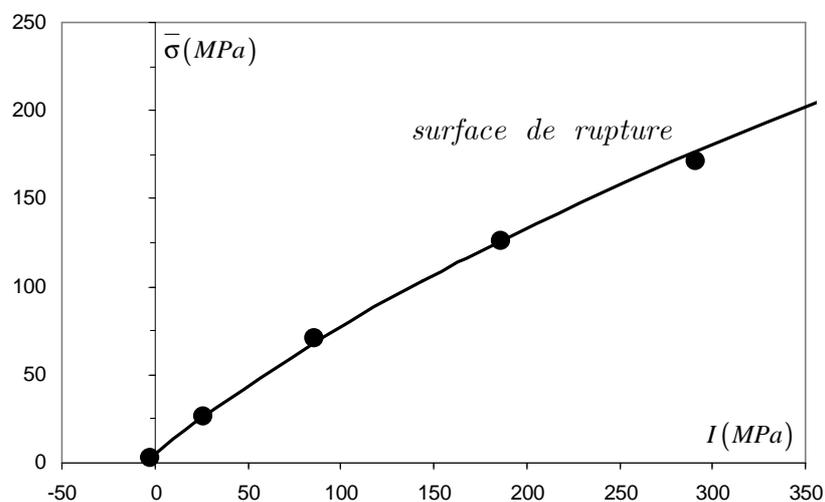


Figure 1.7: Illustration de la surface de rupture dans le plan de contrainte $(I, \bar{\sigma})$ (la ligne continue est la prédiction théorique).

Afin de déterminer le paramètre μ_c représentant la pente de la droite de transition entre la zone de compressibilité et celle de dilatance, il faut d'abord chercher le point de transition de la courbe de déformation volumique pour chaque essai considéré, comme l'illustre la

Figure 1.8. Puis, il faut reporter les points de transition obtenus dans le plan $(g(\theta)\bar{I}, \bar{\sigma})$ comme le montre la Figure 1.9. La droite ainsi obtenue nous permet de déterminer la valeur de μ_c , qui est égale à 0,57 pour le grès des Vosges.

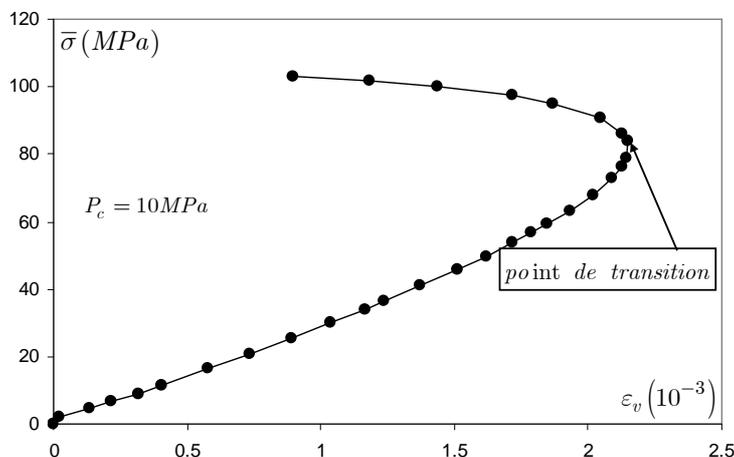


Figure 1.8: Détermination du point de transition de la zone de compressibilité à la zone de dilatance.

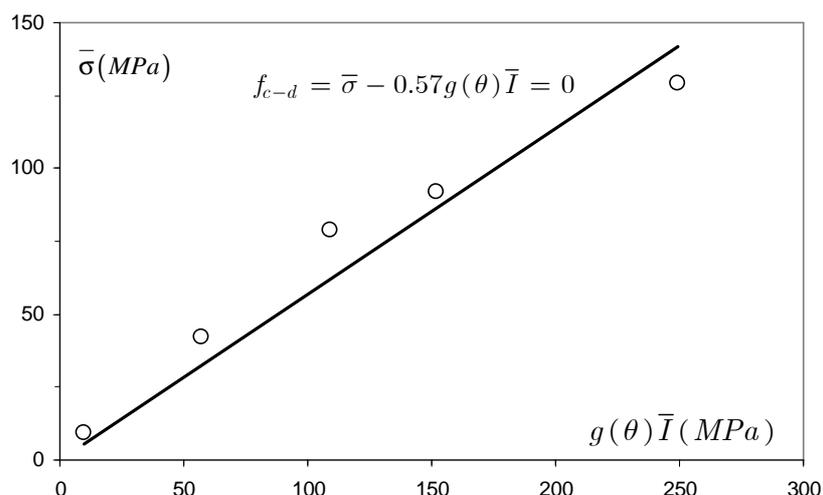


Figure 1.9: Ligne de transition entre la compressibilité et la dilatance plastique.

Pour la détermination de la loi d'érouissage plastique, un processus itératif sera nécessaire. On suppose d'abord $b = 1$ et on détermine la courbe d'érouissage plastique pour chaque essai. On étudie ensuite l'influence de la pression de confinement pour identifier le paramètre b . Par ailleurs, le seuil plastique initial β_0 est identifié à la limite de la partie linéaire de la courbe contrainte – déformation. Il est parfois difficile d'identifier avec certitude le point de perte de linéarité de la courbe, pour des raisons de simplicité, il est alors possible de prendre $\beta_0 = 0$. Etant donné que le taux de déformation plastique est très faible quand le

déviateur de contrainte est faible, cette simplification ne doit pas affecter sensiblement la réponse globale donnée par le modèle. Ainsi, pour chaque essai à pression de confinement donnée, la loi d'érouissage plastique est obtenue par la détermination de la courbe $\beta(\gamma_p)$ à l'aide de la courbe contrainte- déformation. Ensuite, on trace une courbe hyperbolique passant au mieux par les points expérimentaux. On obtient alors la valeur du paramètre d'érouissage A . La Figure 1.10 présente la courbe d'érouissage pour un essai à pression de confinement de 5 MPa, avec $A = 2.5E-5$.

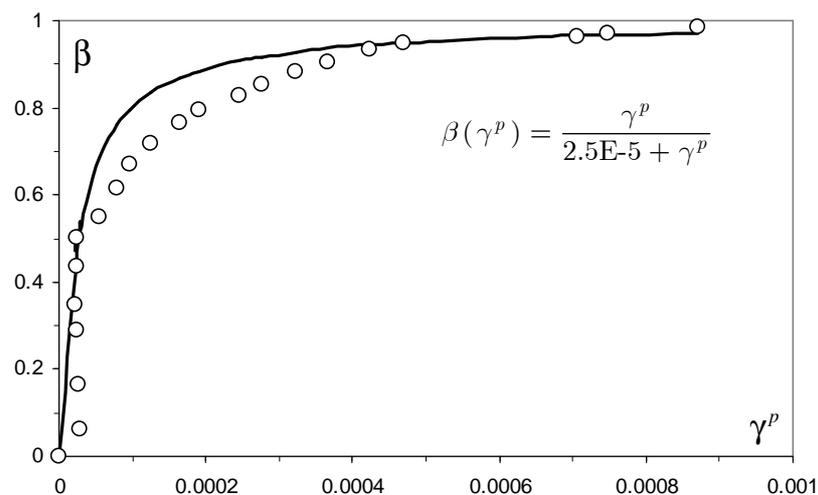


Figure 1.10: Evolution de la fonction plastique β en fonction de la distorsion plastique γ_p pour un essai triaxial en compression à une pression de confinement de 5MPa .

Pour la détermination du paramètre K , décrivant l'influence de l'angle du Lode sur les surfaces de charge et de rupture, on peut utiliser les contraintes à la rupture obtenues sur des chemins avec différentes valeurs de l'angle de Lode. K est identifié par le rapport de la pente du méridien d'extension et le méridien de compression. Pour le grès de Vosges, on ne dispose pas de telles données, on a pris alors $K = 1$.

Paramètres d'endommagement:

Pour la détermination de la loi d'évolution d'endommagement, il convient de réaliser des essais de compression triaxiale avec des cycles déchargement- recharge. A chaque cycle de déchargement, on peut calculer la valeur de la variable d'endommagement d à partir des valeurs actuelles des propriétés élastiques et de la force motrice d'endommagement ξ_d . Afin de simplifier la procédure, pour une valeur de confinement donné, nous fixons d'abord la valeur du paramètre $b_1 = 1$, qui intervient dans l'influence de la pression de confinement sur

la cinétique de l'endommagement. Ensuite nous fixons également la valeur du paramètre $d_c = 0.8$ qui détermine la résistance résiduelle du matériaux (notons que cette valeur n'a pas été mesurée pour le grès étudié). La valeur de ξ_0 peut être déterminée au seuil d'endommagement, soit au point d'amorçage de la variation du module élastique par l'endommagement. Ainsi, on peut établir la relation entre la force motrice et la variable d'endommagement. On détermine alors la valeur de B_d par le meilleur approximation des données expérimentales. Pour le grès de Vosges, on a obtenu les valeurs de $\xi_0 = 9310\text{Pa}$ et $B_d = 5.10^{-6}\text{Pa}^{-1}$. La Figure 1.11 montre l'évolution de l'endommagement en fonction de la force motrice pour un essai de compression triaxiale à 5 MPa de pression de confinement.

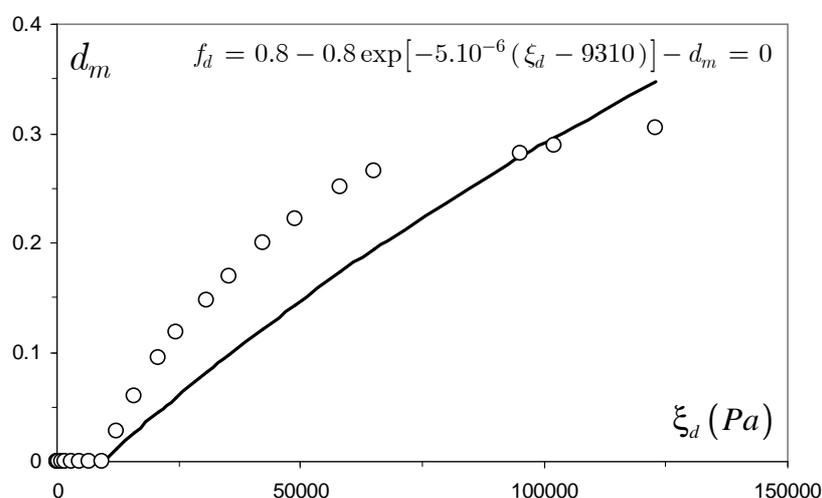


Figure 1.11: Evolution d'endommagement pour un essai triaxial en compression à une pression de confinement de 5MPa .

En résumé, les valeurs des paramètres représentatives pour le grès de Vosges sont présentées dans le tableau 1.1.

Tableau 1.1. Paramètres représentatifs pour le grès de Vosges.

Paramètres d'élasticité	Paramètres de plasticité	Paramètres d'endommagement
$E_0 = 22\text{GPa}$, $\nu_0 = 0.24$	$f_{co} = 26.2\text{MPa}$, $c_{10} = 1.01$, $c_{20} = 0.0546$, $c_{30} = 0.143$, $\mu_c = 0.57$, $b = 1$, $A = 2.5\text{E-}5$, $K = 1$	$d_c = 0.8$, $\xi_0 = 9310\text{Pa}$, $B_d = 5.10^{-6}\text{Pa}^{-1}$, $b_1 = 1$

1.4. Intégration locale du modèle

Nous présentons dans cette section le schéma d'intégration locale du modèle dans un code de calcul par les éléments finis. Le modèle proposé a été implanté dans le code THMPASA. Ce code a été développé au Laboratoire de Mécanique de Lille afin de résoudre des problèmes de couplage thermo-hydromécanique et chimique en milieux poreux saturés et partiellement saturés. En tenant compte de la structure du modèle proposé, l'intégration du modèle est basée sur la méthode « classique » de séparation d'opérateur « operator splitting » (Simo et Hughes, 1997). La procédure est composée de la prédiction élastique, la correction par l'endommagement et la correction par la plasticité. Pour chaque incrément de chargement, un incrément de déformation est prescrit à chaque point d'intégration. On cherche à déterminer les incréments (taux) de contraintes, de déformations plastiques, de la variable d'endommagement et des variables internes d'écrouissage plastique.

Soit, à l'instant $t = t_n$, les grandeurs $\underline{\underline{\sigma}}^{(n-1)}$, $\underline{\underline{\varepsilon}}^{(n-1)}$, $\underline{\underline{\varepsilon}}^e{}^{(n-1)}$, $d_m^{(n-1)}$, $\gamma_p^{(n-1)}$ sont connues et $d\varepsilon_{ij}$ sont prescrits. On cherche à déterminer les nouvelles valeurs des variables

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}}^{(n)} &= \underline{\underline{\sigma}}^{(n-1)} + d\underline{\underline{\sigma}}^{(n)} \quad , \quad \underline{\underline{\varepsilon}}^{p(n)} = \underline{\underline{\varepsilon}}^{p(n-1)} + d\underline{\underline{\varepsilon}}^{p(n)} \quad , \quad d_m^{(n)} = d_m^{(n-1)} + dd_m^{(n)} \quad , \\ \gamma_p^{(n)} &= \gamma_p^{(n-1)} + d\gamma_p^{(n)} . \end{aligned}$$

1.4.1 Correction de l'endommagement

A partir de l'état de déformation à l'incrément précédent et l'incrément de déformation prescrit, on peut calculer l'état actuel de la déformation totale:

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{(n)} = \underline{\underline{\varepsilon}}^{(n-1)} + d\underline{\underline{\varepsilon}}^{(n)} \quad (1.59)$$

Avec cette déformation totale, on vérifie le critère d'endommagement (1.35). Si

$$f_d(\xi_d^{(n)}, d_m^{(n-1)}) < 0, \text{ alors il n'y a pas d'évolution d'endommagement, donc } d_m^{(n)} = d_m^{(n-1)} .$$

Si $f_d(\xi_d^{(n)}, d_m^{(n-1)}) > 0$, l'endommagement évolue et la valeur actuelle d'endommagement est calculée explicitement à partir du critère d'endommagement (1.35):

$$d_m^{(n)} = d_c - d_c \exp\left[-B_d(\xi_d^{(n)} - \xi_0)\right] \quad (1.60)$$

1.4.2 Prédiction élastique

Afin de déterminer l'évolution plastique, une prédiction triviale élasticité est nécessaire. En supposant que la réponse du matériau reste dans le domaine élastique, l'incrément de contrainte, appelé prédiction élastique, peut être calculé par la relation suivante:

$$d\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}^{(n)} = \mathbb{C}(d_m^{(n-1)}) : d\underline{\underline{\varepsilon}}^{(n)} + \mathbb{C}'(d_m^{(n-1)}) : (\underline{\underline{\varepsilon}}^{(n-1)} - \underline{\underline{\varepsilon}}^{p(n-1)}) dd_m^{(n)} \quad (1.61)$$

$$\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}^{(n)} = \underline{\underline{\sigma}}^{(n-1)} + d\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}^{(n)} \quad (1.62)$$

A partir de la prédiction élastique des contraintes, il convient de vérifier le régime de comportement correspondant (Figure 1.12). En pratique, on peut distinguer deux cas différents par rapport au critère de plasticité : soit l'état de contrainte se trouve à l'intérieur du domaine élastique ($f_p(\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}^{(n)}, \gamma_p^{(n-1)}, d_m^{(n)}) < 0$) et dans ce cas il n'y a pas de d'écoulement plastique ; soit l'état de contrainte trivial élastique se trouve à l'extérieur ou sur de la surface de charge déterminée à la fin de l'incrément précédent et le mécanisme plastique est alors activé ($f_p(\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}^{(n)}, \gamma_p^{(n-1)}, d_m^{(n)}) > 0$). Dans ce deuxième cas, une correction plastique doit être effectuée pour rendre l'état de contrainte plastiquement admissible (Figure 1.12).

1.4.3 Correction plastique

Lorsque le mécanisme plastique est activé, il est nécessaire de corriger l'état de contrainte. Le multiplicateur plastique $d\lambda_p$, de valeur positive, est déterminé à partir de l'équation (1.57). Puis, on peut calculer l'incrément des déformations plastiques par l'équation (1.53). Après avoir mis à jour la variable de la loi d'écrouissage, on peut déterminer l'incrément des contraintes et mettre à jour les valeurs actuelles des contraintes:

$$\underline{\underline{\sigma}}^{(n)} = \tilde{\underline{\underline{\sigma}}}^{(n)} - \mathbb{C}(d_m^{(n)}) : d\underline{\underline{\varepsilon}}^{p(n)} \quad (1.63)$$

Le schéma d'intégration du modèle est présenté sur la Figure 1.13.

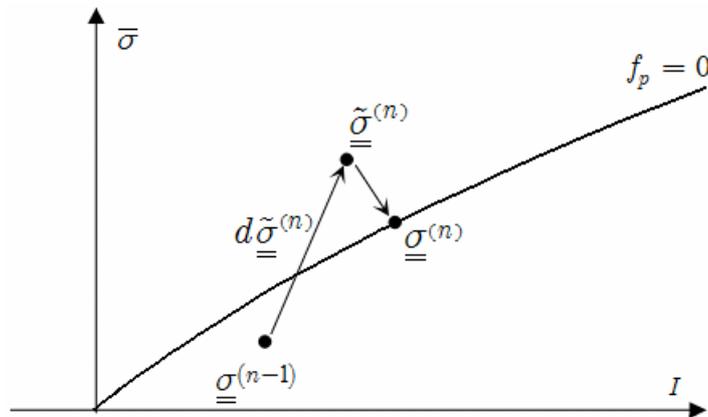


Figure 1.12: Prédiction élastique et correction plastique lors d'une itération de chargement

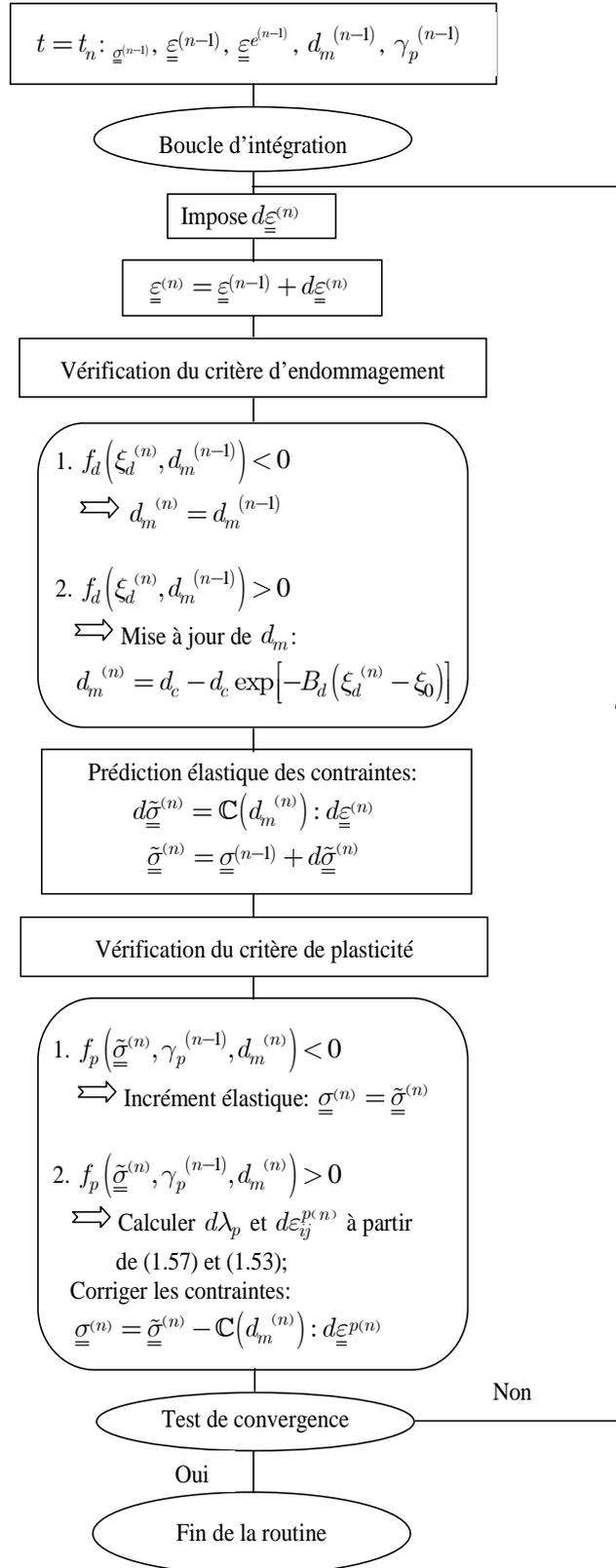


Figure 1.13: Algorithme d'intégration locale du modèle.

1.5. Simulations numériques des essais

Afin de mener une première phase de validation du modèle élastoplastique couplé à l'endommagement, des simulations numériques sont réalisées et comparées avec les résultats expérimentaux obtenus par des essais de compression triaxiale sur le grès de Vosges et le béton ordinaire.

1.5.1 Simulations numériques pour le grès

Les Figures 1.14 (a, b et c) montrent les comparaisons entre la réponse du modèle et les données expérimentales pour le grès de Vosges (Khazraei, 1995). Une bonne concordance est obtenue. L'endommagement du matériau produit un comportement radoucissant après le pic de contrainte. La cinétique d'endommagement devient plus faible avec l'augmentation de la pression de confinement rendant ainsi le matériau plus ductile. Les influences de la pression de confinement sont bien décrites. Le modèle proposé décrit donc correctement le comportement mécanique du grès des Vosges. Notons que la résistance résiduelle n'a pas été mesurée lors de ces essais. Les réponses données par les simulations sont donc simplement indicatives pour montrer la capacité du modèle à prédire le comportement post-pic.

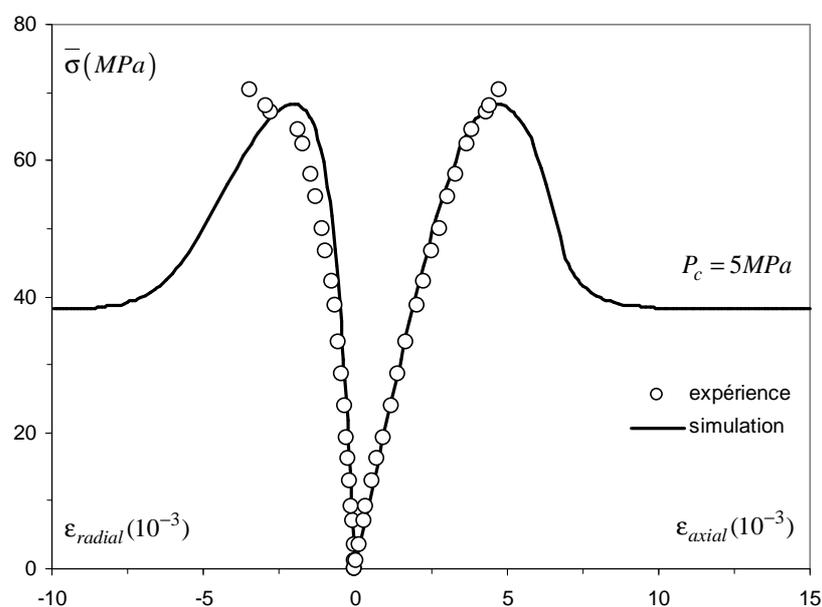


Figure 1.14a: Comparaison entre le résultat expérimental (point rond) et la simulation numérique (ligne continue) pour un essai triaxial en compression à une pression de confinement de 5 MPa.

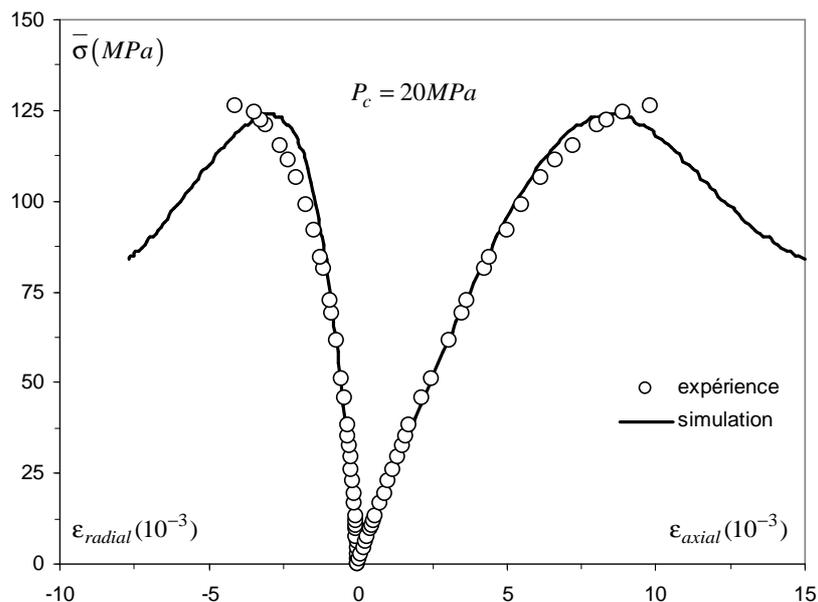


Figure 1.14b: Comparaison entre le résultat expérimental (point rond) et la simulation numérique (ligne continue) pour un essai triaxial en compression à une pression de confinement de 20MPa.

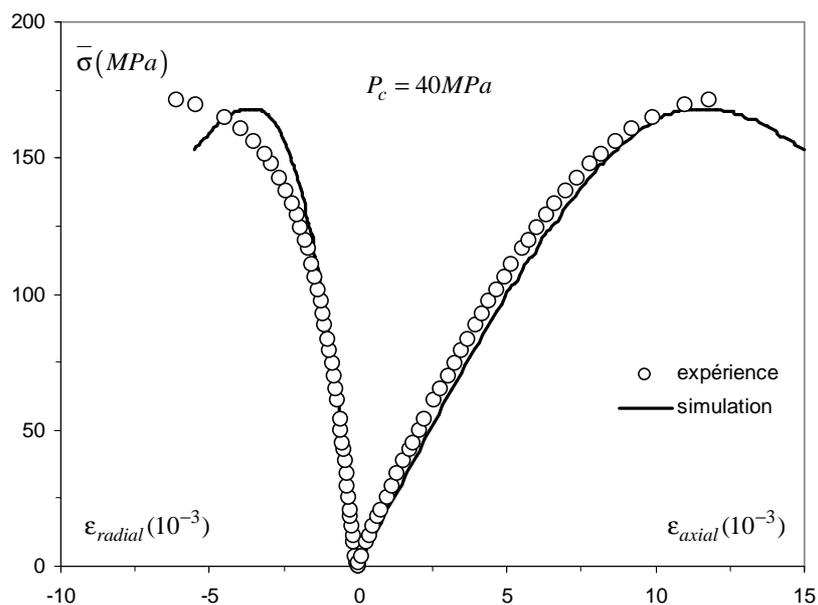


Figure 1.14c: Comparaison entre le résultat expérimental (point rond) et la simulation numérique (ligne continue) pour un essai triaxial en compression à une pression de confinement de 40 MPa.

La Figure 1.14d montre la comparaison entre les résultats expérimentaux et les simulations numériques pour un essai de compression triaxiale à une pression de confinement de 10MPa avec des cycles de déchargement et rechargement. Là encore, la comparaison montre une

bonne concordance et on constate que le modèle peut bien décrire la dégradation des propriétés élastiques due à l'endommagement par microfissuration.

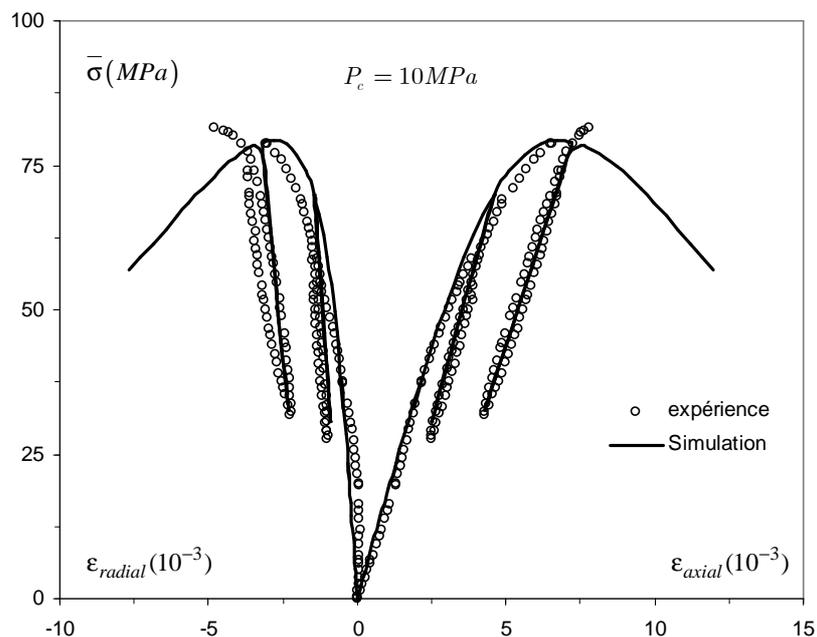


Figure 1.14d: Comparaison entre le résultat expérimental (point rond) et la simulation numérique (ligne continue) pour un essai de compression triaxiale à une pression de confinement de 10MPa avec cycles déchargement - rechargement.

Grès de Fontainebleau:

Nous avons utilisé le modèle proposé pour simuler des essais de compression triaxiale effectués sur une autre roche, le grès de Fontainebleau, effectués par Haied (1995). Etant donné que les données expérimentales sont quantitativement différentes de celles obtenues sur le grès des Vosges (Khazraei, 1995), les paramètres du modèle sont déterminés de nouveau en suivant la même procédure et les valeurs représentatives obtenues sont présentées dans le Tableau 1.2.

Tableau 1.2. Paramètres représentatifs pour le grès de Vosges.

Paramètres d'élasticité	Paramètres de plasticité	Paramètres d'endommagement
$E_0 = 42\text{GPa},$ $\nu_0 = 0.135$	$f_{co} = 109\text{MPa}, c_{10} = 1.136,$ $c_{20} = 0.0055, c_{30} = 0.285$ $\mu_c = 0.7822, b = 1, A = 8\text{E-}6,$ $K = 1$	$d_c = 0.8, \xi_0 = 25000\text{Pa},$ $B_d = 1.10^{-6}\text{Pa}^{-1}, b_1 = 1$

Les Figures 1.15a, b et c montrent les comparaisons entre les données expérimentales et les simulations numériques. Encore une fois, le modèle proposé décrit correctement le comportement mécanique de ce matériau.

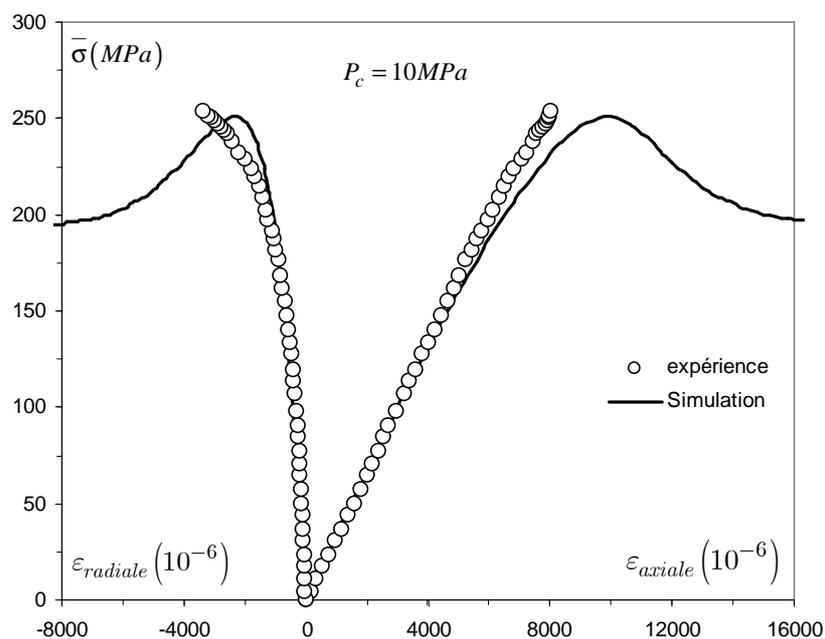


Figure 1.15a: Comparaison entre le résultat expérimental (point rond) et la simulation numérique (ligne continue) pour un essai de compression triaxiale à une pression de confinement de 10MPa.

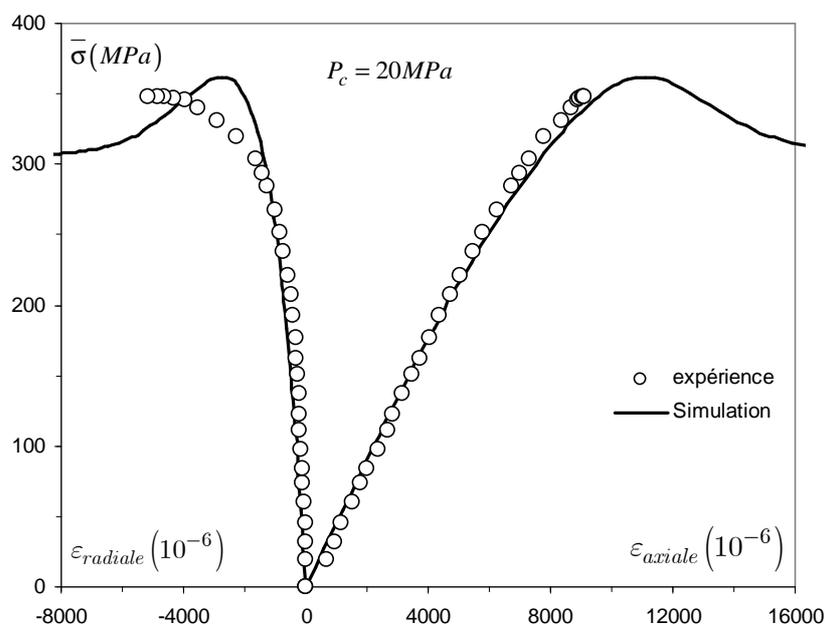


Figure 1.15b: Comparaison entre le résultat expérimental (point rond) et la simulation numérique (ligne continue) pour un essai de compression triaxiale à une pression de confinement de 20MPa.

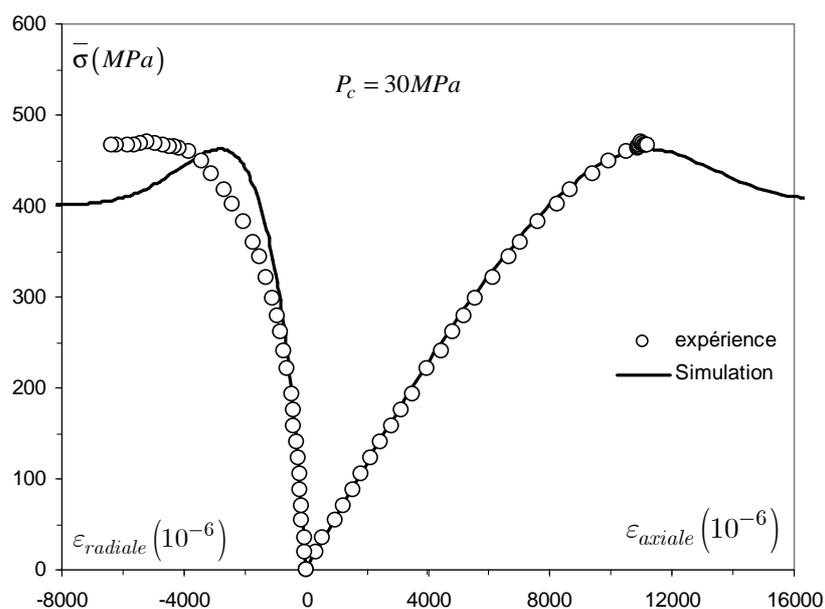


Figure 1.15c: Comparaison entre le résultat expérimental (point rond) et la simulation numérique (ligne continue) pour un essai de compression triaxiale à une pression de confinement de 30MPa.

1.5.2 Modélisation du comportement mécanique du béton ordinaire

Dans les paragraphes précédents, nous avons montré que le modèle de comportement proposé décrit correctement les principaux aspects du comportement mécanique des roches semi fragiles. Etant donné que le comportement mécanique du béton en compression est assez similaire à celui des roches semi fragiles sur un certain nombre d'aspects. Nous proposons ici d'étudier la possibilité d'appliquer le modèle proposé au béton ordinaire. Un grand nombre de données expérimentales existent dans la littérature. Nous avons sélectionné quelques données représentatives issues des différents auteurs (Kupfer et al., 1969; Mills et Zimmerman, 1970; Linse et Aschl, 1976; Kotsovos et Newman, 1980; Smith, 1985; Bazant, 1992; Imran, 1994; Scholtz et al., 1995; Bazant et al., 1996; Sfer et al., 2002). Les paramètres du modèle sont déterminés en utilisant les essais de compression triaxiale effectués par Kotsovos et Newman (1980) en utilisant la procédure indiquée précédemment. Les valeurs représentatives sont montrées dans le Tableau 1.3.

Tableau 1.3. Paramètres représentatifs du modèle pour le béton ordinaire (données expérimentales selon Kotsovos et Newman, 1980)

Paramètres d'élasticité	Paramètres de plasticité	Paramètres d'endommagement
	$f_{co} = 46.9\text{MPa}, c_{10} = 1.5,$	
$E_0 = 30\text{GPa},$	$c_{20} = 0.102, c_{30} = 0.714,$	$d_c = 0.8, \xi_0 = 60500\text{Pa},$
$\nu_0 = 0.15$	$\mu_c = 0.466, b = 1, A = 3\text{E-}4,$	$B_d = 6.10^{-8}\text{Pa}^{-1}, b_1 = 1$
	$K = 0.68$	

La Figure 1.16a montre les surfaces de rupture dans le plan $(I, \bar{\sigma})$ en comparaison avec les données expérimentales, respectivement pour les essais triaxiaux en compression et en extension. La Figure 1.16b montre la comparaison de la surface de rupture avec les données expérimentales dans le plan déviatorique. D'une manière générale, il y a une bonne concordance entre les données expérimentales et les prédictions théoriques. Notons que le critère à la rupture prend en compte la variation de la contrainte de rupture avec l'orientation de chargement correctement, notamment la dissymétrie entre compression et extension. Ainsi, le critère de rupture proposé peut décrire correctement le comportement à la rupture du béton sous différentes conditions des chargements.

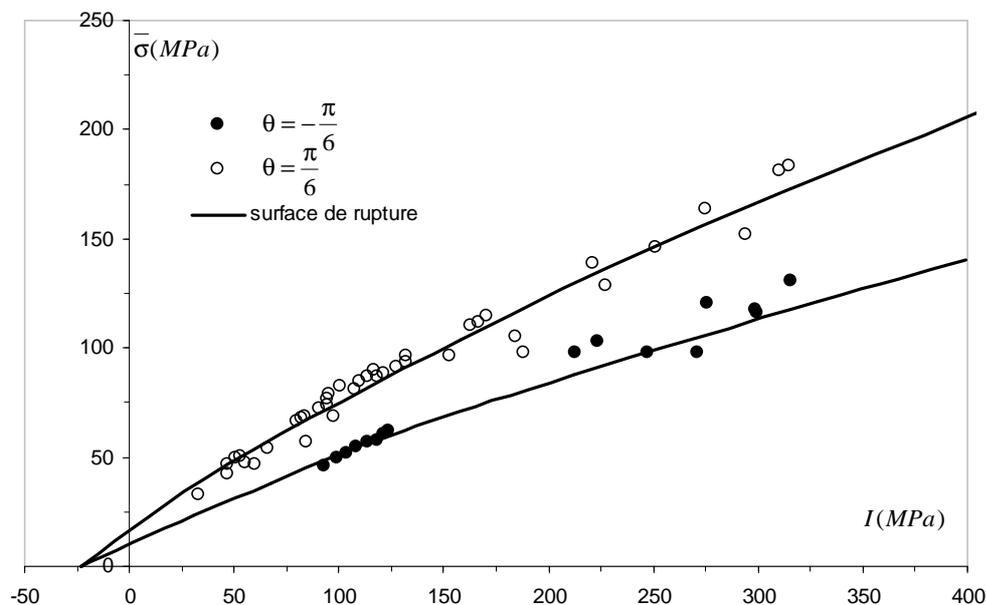


Figure 1.16a: Surfaces de rupture en compression et en extension (données expérimentales tirées de Mills et Zimmerman, 1970; Linse et Aschl, 1976 ; Smith, 1985 ; Imran, 1994; Scholtz et al., 1995 ; Sfer et al., 2002).

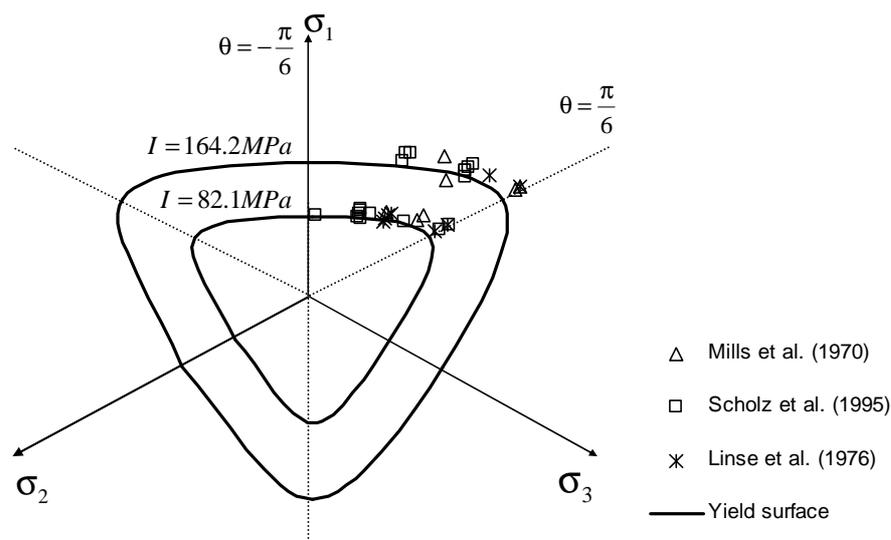


Figure 1.16b: Surfaces de rupture dans le plan déviatorique pour deux valeurs de la contrainte moyenne (données expérimentales tirées de Mills et Zimmerman, 1970; Linse et Aschl, 1976 ; Scholtz et al., 1995).

Sur la Figure 1.17, nous présentons la comparaison entre les données expérimentales (Kotsovos et Newman, 1980) et les simulations numériques pour des essais de compression triaxiale sous différentes pressions de confinement. Là encore, le modèle proposé semble décrire correctement les réponses mécaniques du matériau testé. Les influences de la pression de confinement sont bien prises en considération.

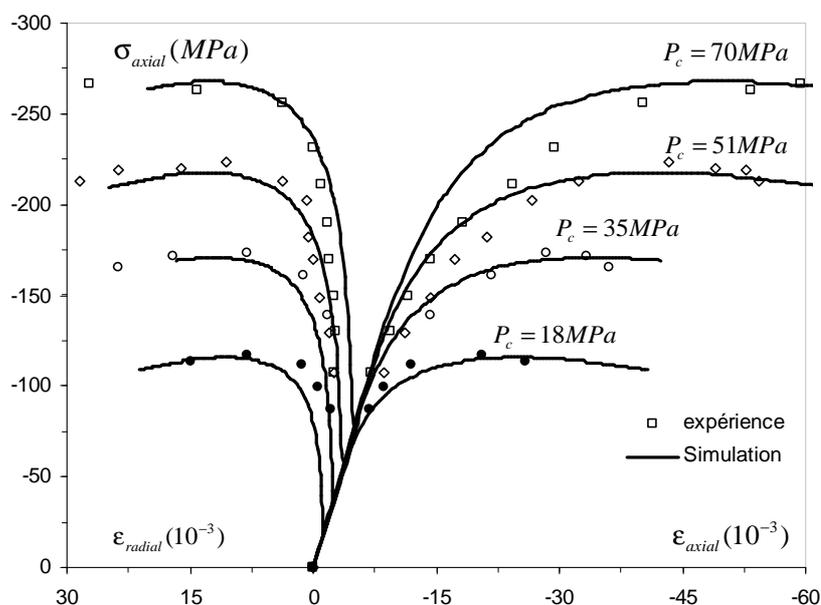


Figure 1.17: Comparaison entre les données expérimentales (Kotsovos et Newman, 1980) et les simulations numériques pour des essais de compression triaxiale à différentes pressions de confinement.

Le comportement mécanique d'un autre béton a également été étudié en utilisant les données expérimentales issues de Bazant et al. (1996). Notons que due à la différence de composition du béton, les réponses mécaniques de ce matériau sont quantitativement différentes de celles données par Kotsovos et Newman (1980). Ceci nous a conduit à déterminer le nouveau jeu de paramètres du modèle présenté dans le Tableau 1.4.

Tableau 1.4. Paramètres représentatifs pour le béton (selon les données expérimentales de Bazant et al., 1996)

Paramètres d'élasticité	Paramètres de plasticité	Paramètres d'endommagement
	$f_{co} = 45.5\text{MPa}, c_{10} = 1.057,$	
$E_0 = 35\text{GPa},$	$c_{20} = 0.245, c_{30} = 1.714,$	$d_c = 0.8, \xi_0 = 60500\text{Pa},$
$\nu_0 = 0.15$	$\mu_c = 0.4662, b = 1, A = 3\text{E-}4,$	$B_d = 6.10^{-8}\text{Pa}^{-1}, b_1 = 1$
	$K = 0.68$	

La Figure 1.18 présente la comparaison entre les données expérimentales et les réponses du modèle pour quatre essais de compression triaxiale. De nouveau, le modèle proposé décrit correctement le comportement mécanique de ce matériau. Notons que pour ces essais, la déformation latérale n'a pas été mesurée.

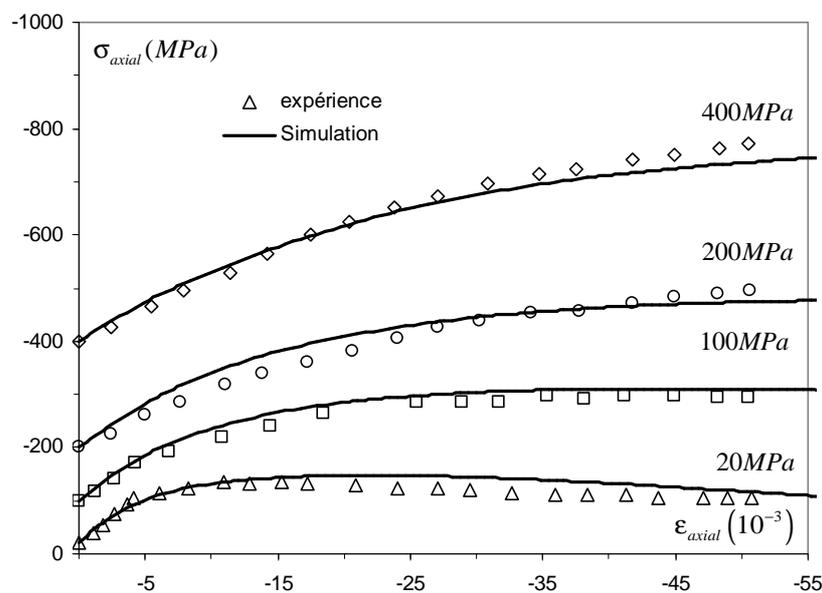


Figure 1.18: Comparaison entre les données expérimentales de Bazant et al. (1996) et les simulations numériques pour des essais de compression triaxiale à différentes pressions de confinement.

Les simulations présentées précédemment concernent essentiellement des essais avec des pressions de confinement relativement élevées, ce qui a montré l'aspect ductile du comportement du béton. Dans le but de tester la performance du modèle à décrire le comportement mécanique du béton pour de faibles pressions de confinement donc l'aspect fragile de son comportement, nous allons considérer des essais de compression triaxiale effectués par Sfer et al. (2002). De nouveau, en raison de la différence de composition du béton, un jeu de paramètres est déterminé pour ce matériau et montré dans le Tableau 1.5.

Tableau 1.5. Paramètres du modèle utilisés pour le béton (Sfer et al., 2002)

Paramètres d'élasticité	Paramètres de plasticité	Paramètres d'endommagement
$E_0 = 27.3\text{GPa}$, $\nu_0 = 0.15$	$f_{co} = 32.68\text{MPa}$, $c_{10} = 1.482$, $c_{20} = 0.2$, $c_{30} = 0.706$, $K=1$ $\mu_c = 0.4$, $b = 1$, $A = 1\text{E-}5$	$d_c = 0.98$, $\xi_0 = 1350\text{Pa}$, $B_d = 5.10^{-8}\text{Pa}^{-1}$, $b_1 = 1$

La comparaison entre les simulations numériques et les données expérimentales est présentée sur la Figure 1.19 pour trois essais de compression à faibles pressions de confinement. On constate que le modèle proposé est capable de décrire correctement le comportement fragile de béton comprenant le comportement radoucissant après la rupture du matériau.

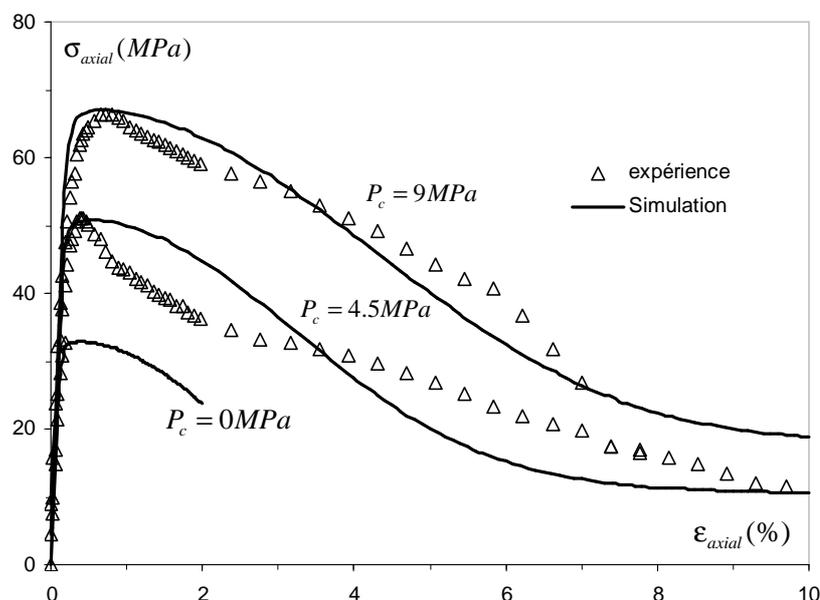


Figure 1.19: Comparaison entre les données expérimentales reportées par Sfer et al. (2002) et les simulations numériques pour des essais de compression triaxiale avec différentes pressions de confinement

Ayant constaté de bonnes performances du modèle proposé pour des essais de compression triaxiale et afin de tester la capacité du modèle pour d'autres chemins de chargement, nous allons maintenant montrer quelques simulations pour des essais de compression bi-axiale sur des échantillons cubiques. Pour ce faire, les données expérimentales de Kupfer et al. (1969) sont utilisées. Les Figures 1.20 et 1.21 montrent les comparaisons entre les simulations numériques et les données expérimentales pour deux rapports de contraintes principales. D'une manière générale, on constate une assez bonne concordance.

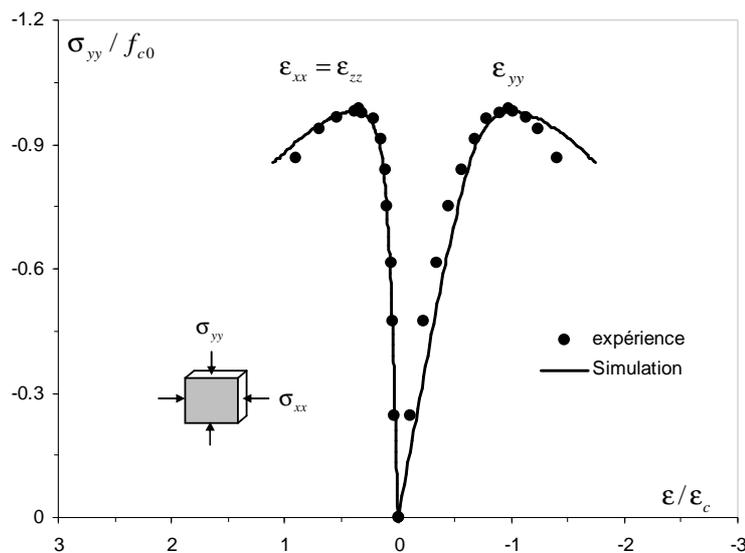


Figure 1.20: Comparaison entre la simulation numérique et l'expérience (Kupfer et al., 1969) pour un essai en compression simple $\sigma_{yy}/\sigma_{xx} = 1/0$.

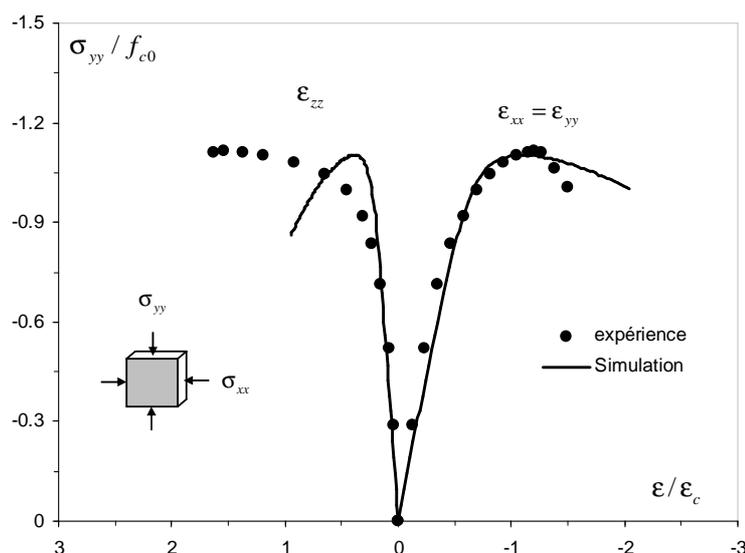


Figure 1.21: Comparaison entre la simulation numérique et l'expérience (Kupfer et al., 1969) pour un essai en compression biaxiale $\sigma_{yy}/\sigma_{xx} = 1/1$.

1.6. Etudes paramétriques

La formulation du modèle, nous avons précisé que les paramètres introduits dans le modèle déterminent respectivement les trois mécanismes essentiels de déformations du matériau, la déformation élastique, la déformation plastique et l'évolution de l'endommagement ainsi que leurs couplages. Afin d'étudier la sensibilité de la réponse du modèle par rapport à la perturbation des paramètres, nous proposons ici de mener une étude paramétrique pour quelques paramètres représentatifs. Cette étude paramétrique est effectuée par rapport au grès de Vosges (Khazraei, 1995) pour un essai de compression simple.

1.6.1 Influence de ξ_0

La paramètre ξ_0 représente le seuil initial d'endommagement. Sur la Figure 1.22 on montre l'influence de ce paramètre sur le comportement du matériau. Logiquement, plus la valeur de ξ_0 est élevée, plus l'endommagement s'amorce tard ; en conséquence la résistance au pic augmente et par contre la réponse devient plus fragile dans la mesure où la réponse post-pic est plus brutale.

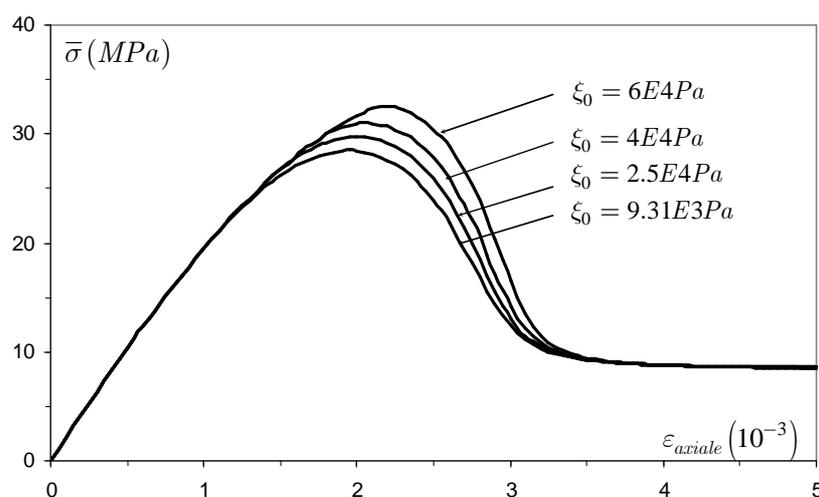


Figure 1.22: Influence de ξ_0 sur la réponse mécanique du matériau en compression uniaxiale.

1.6.2 Influence de B_d

Le paramètre B_d contrôle la cinétique de l'évolution d'endommagement. La Figure 1.23 montre que l'augmentation de B_d conduit à une augmentation plus rapide de l'endommagement, et par conséquent à une diminution de la contrainte à la rupture et à une augmentation progressive de la pente de la courbe contrainte –déformation pendant la phase de radoucissement. Ainsi, une valeur élevée de B_d peut créer une forte localisation de déformation.

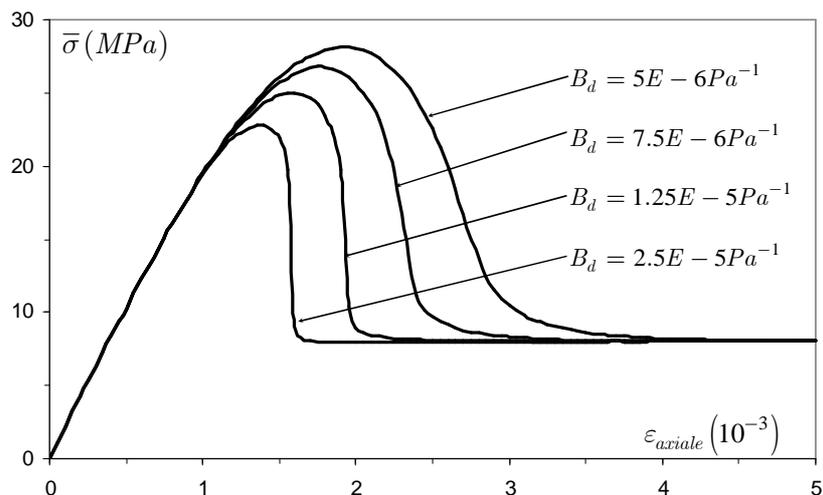


Figure 1.23: Influence de B_d sur la réponse mécanique du matériau en compression uniaxiale.

1.6.3 Influence de d_c

Le paramètre d_c définit la valeur critique de l'endommagement correspondant à la contrainte résiduelle du matériau. La Figure 1.24 montre l'évolution de l'endommagement en fonction de la déformation axiale lors d'un essai de compression uniaxiale. On peut constater que plus la valeur d'endommagement critique est grande, plus l'évolution d'endommagement devient rapide et importante. Sur la Figure 1.25, nous présentons les courbes de contraintes déformations axiales pour les différentes valeurs de l'endommagement critique. Il est clair que la valeur de d_c influence nettement la résistance résiduelle et le comportement post-pic du matériau. Ce paramètre doit également jouer un rôle important dans la localisation de déformation.

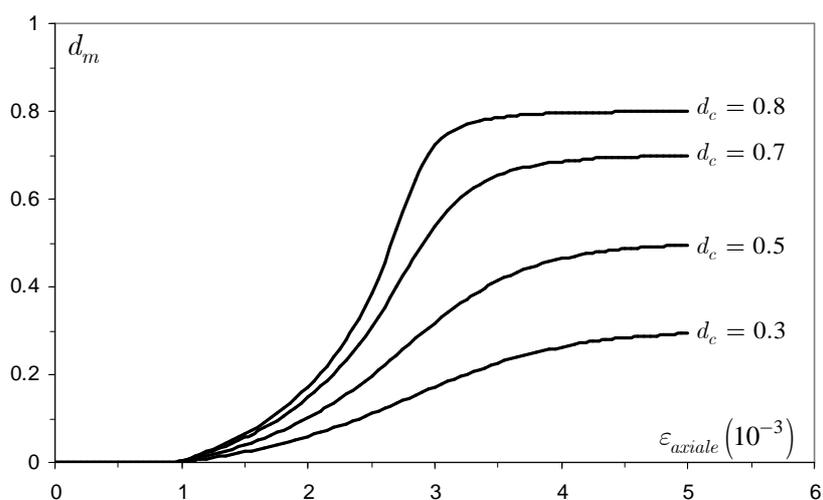


Figure 1.24: Influence de d_c sur l'évolution d'endommagement en compression uniaxiale.

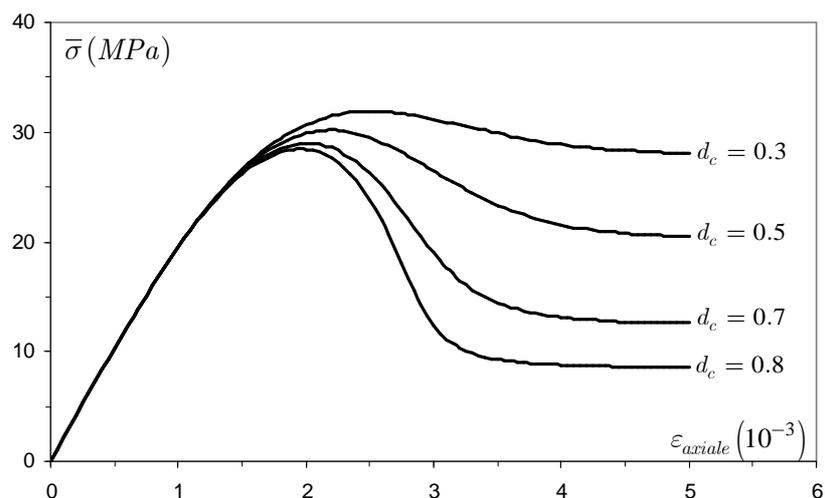


Figure 1.25: Influence de d_c sur la réponse mécanique du matériau en compression.

1.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un nouveau modèle élastoplastique couplé à l'endommagement pour des géomatériaux semi fragiles. Les principaux aspects du comportement mécanique ont été pris en compte, tels que le couplage entre la plasticité et l'endommagement, la dépendance de la pression de confinement, la transition du comportement fragile vers celui ductile, la transition de la compressibilité à la dilatance plastique et la dégradation des propriétés élastiques. Une procédure de détermination des paramètres à partir des essais en laboratoire standard a également été proposée. Le modèle a été utilisé pour la description du comportement mécanique des roches et des bétons. D'une manière générale, nous avons obtenu de très bonnes concordances entre les simulations à l'aide du modèle et les données expérimentales. Un point commun de ces matériaux est le fait que la réponse post rupture est une phase importante pour la modélisation du processus de rupture des structures. Ce processus de rupture est généralement lié à la formation des bandes de localisation. Le problème devient alors mal posé. Il convient de proposer une méthode adéquate de régularisation afin d'assurer des prédictions numériques objectives. Ceci fait l'objet du prochain chapitre.

Chapitre 2:

Modélisation du comportement post- localisation par approche non locale

Dans le chapitre précédent, nous avons proposé un modèle de comportement mécanique pour des géomatériaux semi fragiles. En accord avec les données expérimentales, le modèle prédit un comportement radoucissant en régime post-rupture. La prise en compte d'un tel comportement est nécessaire pour l'analyse du processus de rupture des structures. Cependant, ce processus de rupture est lié à la localisation de déformation. Le problème de conditions aux limites devient alors mal posé. Il convient d'adopter une méthode appropriée de régularisation. Dans ce chapitre, nous présentons d'abord une courte synthèse sur le phénomène de localisation et les méthodes de régularisations. Ensuite, nous proposons une extension du modèle de comportement proposé par une approche non-locale afin de modéliser la réponse de la structure en régime post-localisation.

2.1. Localisation de déformation et méthodes de régularisation

La rupture des géomatériaux se manifeste essentiellement en deux modes distincts : mode diffus et mode localisé. Dans le cas de la rupture en mode localisé, on peut généralement observer deux types de discontinuités, dites faible et forte. A la discontinuité faible, on associe la formation des bandes de cisaillement ou de compaction dans lesquelles la déformation se concentre ; il y a alors la discontinuité du gradient de déplacement. Le cas de la discontinuité forte est liée à la formation de fractures (macro fissures) issues à la coalescence de microfissures ; il y a alors une discontinuité de déplacement (ouverture et glissement le long des lèvres de fractures). Dans ce chapitre, nous n'allons aborder que le cas de la discontinuité faible en rapport avec la localisation de déformations en bandes de cisaillement.

Au point de vue de la réponse mécanique des matériaux, la localisation de déformation est souvent liée au comportement radoucissant. Sans aborder le cadre général de l'instabilité constitutive des matériaux, nous limitons notre discussion ici à la localisation de déformation dans le cadre spécifique de la théorie de bifurcation (Hadamard, 1903 ; Thomas, 1961 ; Hill, 1962 ; Mandel, 1964 ; Hill et Hutchinson, 1975 ; Rudnicki et Rice, 1975).

Les bandes de cisaillement forment une discontinuité macroscopique dans le gradient de vitesse du matériau déformé. Selon Rudnicki et Rice (1975), la formation d'une bande de cisaillement localisée peut être considérée comme non- stable ou comme un point de bifurcation. D'un point de vue analytique, le développement d'une bande de cisaillement dans un solide est déterminé par les conditions de comptabilité ainsi que les conditions d'équilibre. Soit un volume élémentaire représentatif homogène d'un matériau soumis à un champ uniforme de contrainte de Cauchy $\underline{\underline{\sigma}}$. Supposant qu'il existe une surface de discontinuité des vitesses de déformations (Σ). L'apparition de la localisation en bande de cisaillement s'accompagne d'une différence entre le champ de contrainte à l'intérieur de la bande et celui à l'extérieur de la bande. \vec{n} désigne la normale unitaire à la surface (Σ), comme indiquée sur la Figure 2.1.

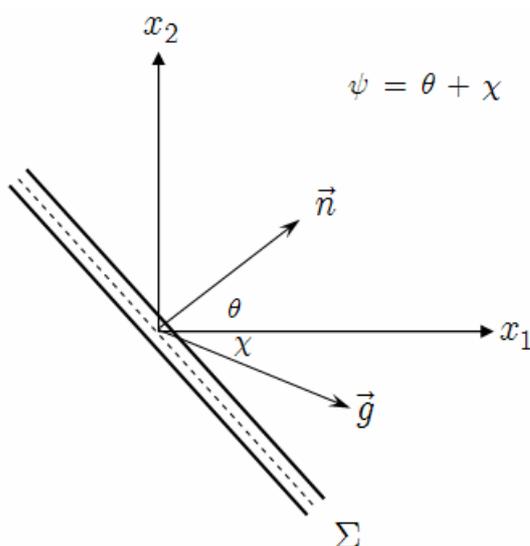


Figure 2.1 : Bande de cisaillement localisée.

On suppose que \vec{V} est le vecteur vitesse de déplacement du point courant. \vec{g} est un vecteur arbitraire quelconque fonction des coordonnées du point courant. Le vecteur \vec{g} est nul à l'extérieur de la surface de discontinuité. Les conditions de compatibilité statique garantissent la continuité de l'état des contraintes initiales et l'équilibre de l'incrément des contraintes à travers les frontières de la bande de cisaillement. La continuité de \vec{V} impose que la discontinuité de $\nabla\vec{V}$ soit purement normale comme il est expliqué par Hadamard (1903), il doit vérifier l'équation de comptabilité d'Hadamard:

$$\nabla\vec{V} = \vec{g} \otimes \vec{n} \tag{2.1}$$

L'écriture incrémentale générale d'une loi de comportement est:

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \mathbb{D} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} \quad (2.2)$$

Les condition d'équilibre à l'interface ou les conditions de saut à travers (Σ) sont :

$$\llbracket \underline{\underline{\dot{\sigma}}} \rrbracket \cdot \vec{n} = 0, \llbracket \mathbb{D} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} \rrbracket \cdot \vec{n} = 0 \quad (2.3)$$

Si les solutions à chaque côté de (Σ) sont identiques jusqu'au un temps t , on peut alors écrire $\llbracket \mathbb{D} \rrbracket = 0$. Mais, une des hypothèses du critère est que le tenseur de comportement \mathbb{D} est le même de part et d'autre de (Σ). Si les solutions à travers (Σ) ne sont pas identiques, on peut alors écrire l'équation (2.3) comme il suit:

$$\mathbb{D} : \llbracket \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} \rrbracket \cdot \vec{n} = 0 \quad (2.4)$$

En considérant les modes de comptabilité (2.1), on peut écrire la nouvelle forme de l'équation (2.4) :

$$\mathbb{D} : (\vec{g} \otimes \vec{n}) \cdot \vec{n} = 0 \quad (2.5)$$

La forme indicielle de l'équation (2.5) est la suivante :

$$D_{ijkl}g_k n_l n_j = n_j D_{jikl}n_l g_k = 0 \quad (2.6)$$

En supposant que $\mathbb{A} = \vec{n} \cdot \mathbb{D} \cdot \vec{n}$ désigne le tenseur acoustique, la forme finale de l'équation (2.6) est réduite comme :

$$\mathbb{A} \cdot \vec{g} = 0 \quad (2.7)$$

Le système d'équations (2.7) est un système homogène à trois inconnue g_1 , g_2 et g_3 . Une solution triviale du système correspond à $g_1 = g_2 = g_3 = 0$. Dans ce cas, il n'existe pas de bifurcation dans le matériau. Le seuil de la localisation existe au premier point dans l'histoire de déformation pour laquelle une solution non triviale existe. La solution nécessaire et suffisante pour qu'il y ait localisation (\vec{g} non nul) est que le déterminant du système (1.8) soit nul :

$$\det \mathbb{A}(\vec{n}) = 0 \quad (2.8)$$

Quelques hypothèses ont été utilisées dans la formulation du critère de localisation. Le gradient de vitesse est discontinu, l'équation d'équilibre est continue et le tenseur de comportement \mathbb{D} est le même de part et d'autre de (Σ). Quand le critère est atteint, les équations d'équilibre perdent leur caractère elliptique et le problème devient mal posé.

Un grand nombre d'études expérimentales et de modélisations numériques ont été effectuées pour la localisation de déformation dans des géomatériaux. Nous citons ici quelques travaux sur ce sujet (Hill et Hutchinson, 1975; Vardoulakis et al., 1978; Rice et Rudnicki, 1980; Rudnicki et Rice, 1975 ; Kolymbas, 1981; Raniecki et Bruhns, 1981; Pietruszczak et Mroz, 1981; Desrues, 1984; Chambon, 1986, 1989; Desrues et Chambon, 1986 ; Ortiz et al., 1987 ; Darve, 1987; Singh et Digby, 1989ab; Desrues et Chambon, 1989; Kolymbas, 1981; Chambon, Desrues et Hammad, 1994; Bésuelle, 1999).

Après l'apparition de bandes de localisation, le problème de conditions aux limites devient mal posé et on perd l'unicité de solution. Les principales conséquences liées à la localisation de déformation sont les suivantes :

- Une forte dépendance de la solution de la taille et de l'orientation du maillage ;
- Dissipation intrinsèque devient nulle quand l'épaisseur de la bande de localisation tend vers zéro.

Par conséquent, afin de pouvoir modéliser le processus de rupture des structures suite à la localisation de déformation, il convient de régulariser le problème posé pour lever des handicaps des modèles continus classiques. Différentes méthodes de régularisation ont été proposées, et on peut les classer dans les deux catégories : méthodes locales et non- locales. Parmi les méthodes locales, citons notamment les modèles basés sur le milieu Cosserat (Cosserat, 1909; Muhlhaus ,1986; Muhlhaus et Vardoulakis, 1987; Papanastasiou et Vardoulakis, 1992) ; les modèles utilisant la théorie de second gradient (Aifantis, 1984; de Borst et Muhlhaus, 1992; Chambon et al. 1998 ; 2001) et la régulation viscoplastique et dynamique (Needleman, 1988 ; Loret 1990). Les approches non- locales introduisent des variables dites non locales qui prennent en compte des interactions entre des points matériels voisins au cours du processus de dissipation irréversible. Cependant, malgré ces différences entre les différentes approches, le point principal commun est la définition d'une longueur caractéristique (limiteur) qui permet de contrôler l'épaisseur de la bande de localisation. Dans la présente étude, nous avons choisi l'approche non locale sous forme intégrale; ce choix est motivé par la relative simplicité de mise en œuvre dans un code de calcul classique. En effet, ce type d'approche permet de garder la structure originale des modèles de comportement continus locaux en introduisant une variable non locale sous forme intégrale ou de gradient.

2.1.1 Approche non locale par intégrale

L'introduction des quantités non locales dans les équations constitutives a été proposée par Kroner (1967), Kunin (1968), Krumhansl (1968) et Eringen et Edelen (1972) pour des modèles d'élasticité. Cette théorie considère que la réponse d'un point matériel dépend de la déformation en ce point ainsi que de la déformation des points voisins. L'idée de la non localité est d'écrire la contrainte dans un point en fonction de la déformation moyenne dans un volume représentatif du matériau autour de ce point. Bazant (1984) et Bazant et al. (1984) ont introduit quelques modifications essentielles à la théorie non locale classique; Ils ont développé un modèle non local qui peut décrire le phénomène de radoucissement et régulariser le problème de sensibilité au maillage. Mais il y a quelques inconvénients dans la formulation non locale présentée par Bazant et al. (1984). Un de ces inconvénients est que le comportement est non local pour toutes les phases de chargement (élastique ou écrouissage plastique). La théorie d'endommagement non locale proposée par Pijaudier-Cabot et Bazant (1987) a été ensuite développée pour éviter ces inconvénients. Ils ont utilisé le concept de non localité seulement pour les variables qui contrôlent le radoucissement de déformation, et de traiter la partie élastique de déformation de façon locale. Le concept de non localité est donc appliqué à la variable d'endommagement et non pas pour les déformations ou les contraintes dans les relations constitutives. Après ces travaux, d'autres formes de modèle d'endommagement isotrope non local ont été proposées. La principale différence entre ces différentes versions réside dans le choix de la variable non locale, par exemple, la valeur non locale est calculée soit pour la déformation, soit sur la variable d'endommagement elle-même, soit sur la force thermodynamique associée à l'endommagement, ou encore sur le tenseur d'élasticité endommagé (Pijaudier-Cabot et Bazant, 1987 ; Bazant et Lin, 1988 ; Bazant, 1994; Jirasek et Bazant, 1994 ; Bazant et al., 1996 ; Bazant et Jirasek, 2002). Nous présentons dans ce qui suit quelques éléments de base sur la formulation non locale.

2.1.2 Variable non locale

Généralement, l'approche non locale par intégrale consiste à remplacer une variable interne locale par sa valeur non locale définie par la moyenne de pondération dans un volume au voisinage au point considéré. On considère un champ local $h(\vec{x})$ défini dans un domaine Ω . Le champ non local $\bar{h}(\vec{x})$ représente la moyenne de $h(\vec{x})$ dans un volume élémentaire représentatif V_r du matériau centré autour de ce point:

$$\bar{h}(\vec{x}) = \frac{\int h(\vec{y})dV}{V_r} \quad (2.9)$$

Plus généralement, une fonction de pondération est introduite dans la forme d'intégration.

$$\bar{h}(\vec{x}) = \frac{\int \psi(\vec{y}, \vec{x}) h(\vec{y})dV}{\int \psi(\vec{y}, \vec{x})dV} \quad (2.10)$$

La fonction de pondération $\psi(\vec{y}, \vec{x})$ est supposée homogène et isotrope; elle dépend seulement de la distance $r = \|\vec{x} - \vec{y}\|$ entre le point source \vec{x} et le point de réception \vec{y} . Différentes fonctions de pondération ont été proposées et on en rappelle deux principales : la fonction de distribution de Gauss et la fonction de cloche (bell-shaped).

Fonction de distribution de Gauss

La forme générale de la fonction de Gauss (Bazant et Jirasek, 2002) peut être exprimée par:

$$\psi(\vec{y}, \vec{x}) = \left(\frac{1}{l\sqrt{2\pi}} \right)^{N_{\text{dim}}} \exp\left(-\frac{\|\vec{x} - \vec{y}\|^2}{2l^2} \right) \quad (2.11)$$

N_{dim} est le nombre des dimensions spatiales. Le paramètre l est la longueur caractéristique, (Bazant et Pijaudier-Cabot, 1989). Le facteur $\left(\frac{1}{l\sqrt{2\pi}} \right)^{N_{\text{dim}}}$ est utilisé pour normaliser la fonction de pondération sur $\mathbb{R}^{N_{\text{dim}}}$, soit:

$$\int_{\mathbb{R}^{N_{\text{dim}}}} \psi(\vec{y}, \vec{x}) d\Omega = 1, \quad \forall \vec{x} \in \Omega \quad (2.12)$$

Le support de cette fonction est infini. C'est à dire que l'interaction non locale existe entre deux points de distance quelconque. Mais l'influence d'interaction diminue et est presque négligeable à une distance de quelque fois la longueur caractéristique du point.

Fonction de cloche (bell-shaped)

Cette fonction a pour l'expression générale suivante (Bazant et Ozbolt, 1990):

$$\psi(\vec{y}, \vec{x}) = C \cdot \left\langle 1 - \frac{\|\vec{x} - \vec{y}\|^2}{R^2} \right\rangle \quad (2.13)$$

$\langle a \rangle$ désigne la partie positive de a , définie comme $\langle a \rangle = \text{Max}(0, a)$. Le paramètre R détermine le rayon de la zone d'interaction. La fonction de pondération est égale à zéro quand $r = \|\vec{x} - \vec{y}\|$ est supérieure ou égale à R . Le facteur d'échelle C est déterminé à partir de la condition (2.12). Sa valeur est:

$$C = \begin{cases} \frac{15}{16R} & 1D \\ \frac{3}{\pi R^2} & 2D \\ \frac{105}{32\pi R^3} & 3D \end{cases} \quad (2.14)$$

2.1.3 Longueur caractéristique

La détermination de la longueur caractéristique (ou interne) est une tâche souvent délicate. Il n'y a pas encore de méthodes quantitatives pour la détermination de ce paramètre. Cependant, il a été démontré que la valeur de la longueur caractéristique est liée à la microstructure du matériau et elle peut être évolutive au cours de sollicitation (ou par modification de microstructure) (Bazant et Pijaudier-Cabot, 1989 ; Ferrara et di Prisco, 2002).

2.1.4 Méthodes basées sur champ de déplacement non local

La plupart des modèles non locaux portent sur des variables calculées aux points d'intégration, qui ne sont pas des inconnues principales du problème à résoudre. Les conditions aux limites ne sont pas connues pour ces variables. Pour améliorer ce point, Rodriguez-Ferran et al. (2004 et 2005) ont proposé une approche non locale portant directement sur le champ de déplacement dont les conditions aux limites sont données. Cette approche a ensuite été poursuivie par Jirasek et Marfia (2005). L'idée principale consiste à calculer pour chaque nœud une valeur non locale de déplacement en utilisant une des formules présentées précédemment. Et ensuite, le champ de déformation à chaque point d'intégration peut être déduit du champ de déplacement non locaux par les relations cinématiques classiques, soit $\underline{\underline{\varepsilon}}_{NL} = \nabla^s \bar{\underline{u}}$. Cette méthode permet de prendre en compte les conditions aux limites dans le calcul des grandeurs non locales.

2.2. Exemple de localisation de déformation dans une barre en traction uniaxiale

Nous présentons ici un exemple de localisation de déformation dans une barre en traction uniaxiale dans le but de montrer quelques aspects fondamentaux relatifs à la localisation de déformation dans le cadre d'un modèle d'endommagement isotrope. Considérons une barre cylindrique encastrée à l'une de ses extrémités. On exerce un déplacement d'extension $U = U(t)$ à sa deuxième extrémité (Figure 2.2).

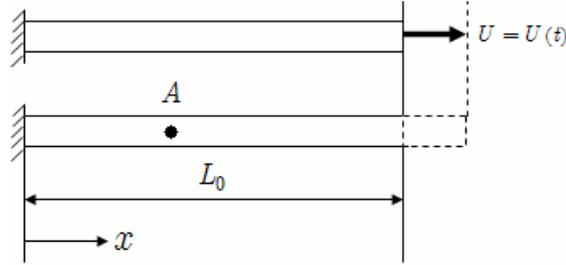


Figure 2.2: Une barre cylindrique en traction unidimensionnelle.

Le comportement du matériau est décrit par un modèle d'endommagement isotrope et la relation contrainte- déformation est donnée par:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \mathbb{C}(d_m) : \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (2.15)$$

Pour le problème unidimensionnel, et sous l'extension, la barre peut se déformer seulement dans la direction x . La déformation dans la barre est positive. La relation (2.15) peut être simplifiée comme suite:

$$\sigma = C(d_m)\varepsilon \quad (2.16)$$

$$C(d_m) = \frac{1}{3}(3 - \alpha_1 d_m - 2\alpha_2 d_m) E \quad (2.17)$$

En supposant que $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, On peut donc écrire:

$$C(d_m) = (1 - d_m) E \quad (2.18)$$

et la relation (2.16) devient:

$$\sigma = (1 - d_m) E \varepsilon \quad (2.19)$$

On obtient facilement la forme incrémentale de la relation contrainte- déformation:

$$\dot{\sigma} = C^{ed}(d_m, \varepsilon) \dot{\varepsilon} \quad (2.20)$$

Le module tangent C^{ed} est exprimé par:

$$C^{ed}(d_m, \varepsilon) = (1 - d_m)E - E \frac{\partial d_m}{\partial \varepsilon} \varepsilon \quad (2.21)$$

Pour $C^{ed} > 0$, la contrainte augmente avec l'augmentation de la déformation (écrouissage). Pour $C^{ed} = 0$, la contrainte est stationnaire (pic). Pour $C^{ed} < 0$, la contrainte décroît (radoucissement). Par ailleurs, l'équilibre statique impose:

$$\text{div}(\dot{\sigma}) = \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial x} = 0 \quad (2.22)$$

Notons l'elongation et la vitesse de déplacement axiale dans la barre sont respectivement $u(x, t)$ et $v(x, t)$. La vitesse de déformation axiale au point $A(x)$ est égale à $\dot{\varepsilon} = \frac{\partial v}{\partial x}$. En remplaçant la vitesse et la déformation axiale dans l'équation d'équilibre (2.22),

on obtient une équation différentielle du deuxième ordre:

$$C^{ed}(d_m, \varepsilon) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial C^{ed}(d_m, \varepsilon)}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.23)$$

On suppose un état homogène de l'endommagement et de la déformation (d_m^0, ε^0) . Le coefficient de la dérivée seconde $C^{ed} = C^{ed}(d_m^0, \varepsilon^0)$ est constant et le deuxième terme de l'équation (2.23) est nul. L'équation différentielle devient alors:

$$C^{ed}(d_m^0, \varepsilon^0) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0 \quad (2.24)$$

Une solution évidente de cette équation est un champ de vitesse linéaire $v(x) = V \frac{x}{L_0}$. Cette solution satisfait aux conditions aux limites; $v(x=0) = 0$ et $v(x=L_0) = V$, $V = \frac{dU(t)}{dt}$ étant la vitesse de déplacement imposée à l'extrémité de la barre. Cette solution, pour laquelle l'incrément de la déformation et l'incrément de l'endommagement restent homogènes, est unique tant que $C^{ed} > 0$.

Cependant, il est clair qu'à partir de l'équation (2.24) plusieurs solutions sont possibles quand $C^{ed} = 0$. Chaque champ de vitesse dérivable deux fois et satisfaisant les conditions aux limites est une solution du problème aux limites; le problème est alors mal-posé.

Considérons alors le cas d'une distribution non homogène pour la déformation et l'endommagement. Au cours de l'augmentation de la déformation, le module tangent C^{ed} devient zéro dans une section I_d située à $x = x_c$ et $C^{ed} > 0$ reste positif en dehors de ce

point pour $x \neq x_c$. Un champ de vitesse discontinue est la seule solution du problème. Il est clair que la contrainte ne reste pas uniforme pour une augmentation de la déformation dans la partie où $C^{ed} > 0$. Alors, le taux de déformation $\dot{\varepsilon} = \frac{\partial v}{\partial x}$ doit être égale à zéro pour $x \neq x_c$. Pour satisfaire aux conditions aux limites, le champ de vitesse doit avoir un saut à la section critique $x = x_c$. Le saut dans le champ de vitesse signifie que $\dot{\varepsilon}$ et \dot{d}_m sont singulières. La déformation et l'endommagement se localisent donc dans la section critique I_d .

2.3. Extension du modèle à une formulation non locale

Après avoir exposé les éléments de base sur la localisation de déformation et ses conséquences dans l'analyse de la structure, nous proposons maintenant une extension du modèle de comportement présenté au chapitre précédent afin de prendre en compte la localisation de déformation. Comme ce qui a été indiqué, dans notre modèle, le radoucissement du matériau est lié à la dégradation des propriétés mécaniques par l'évolution de l'endommagement. Par conséquent, l'extension à une formulation non-locale porte donc seulement sur l'évolution de l'endommagement. La description des déformations élastiques et plastiques reste dans une formulation locale.

2.3.1 Endommagement non-local

La formulation non-locale est appliquée à l'évolution de l'endommagement. La variable choisie ici est la force motrice contrôlant l'évolution de l'endommagement. Ainsi, la variable d'endommagement $d_m(\vec{x})$ sur un point matériel dépendra de la force motrice non-locale $\bar{\xi}_d(\vec{x})$ à la place de la force motrice locale $\xi_d(\vec{x})$ définie par (1.33). La force motrice d'endommagement non-locale est obtenue par une procédure de moyenne des valeurs locales sur un volume élémentaire représentatif V_r autour du point considéré. La force motrice non-locale $\bar{\xi}_d$ est ainsi définie par:

$$\bar{\xi}_d(\vec{x}) = \frac{\int_{V_r} \xi_d(\vec{y}) dV}{V_r} \quad (2.25)$$

Une fonction de pondération $\psi(\vec{y}, \vec{x})$ peut être introduite pour généraliser l'intégrale (2.25) sur tous le domaine Ω de la structure étudiée:

$$\bar{\xi}_d(\vec{x}) = \frac{1}{\Psi(\vec{x})} \int_{\Omega} \psi(\vec{y}, \vec{x}) \xi_d(\vec{y}) d\Omega \quad (2.26)$$

Le facteur de normalisation $\Psi(\vec{x})$ est donné par:

$$\Psi(\vec{x}) = \int_{\Omega} \psi(\vec{y}, \vec{x}) d\Omega \quad (2.27)$$

La fonction de pondération $\psi(\vec{y}, \vec{x})$ est supposée homogène et isotrope; elle dépend seulement de la distance $r = \|\vec{x} - \vec{y}\|$ entre le point source \vec{x} et le point de réception \vec{y} . Plusieurs fonctions de pondération sont disponibles. Dans notre étude, une distribution de type Gauss est utilisée pour calculer la valeur non locale de la force motrice d'endommagement. Cette fonction de distribution est exprimée par:

$$\psi(\vec{y}, \vec{x}) = \left(\frac{1}{l\sqrt{2\pi}} \right)^{N_{\text{dim}}} \exp\left(-\frac{\|\vec{x} - \vec{y}\|^2}{2l^2} \right) \quad (2.28)$$

Le coefficient N_{dim} est le nombre des dimensions spatiales. Le paramètre l est la longueur caractéristique du matériau. Le facteur $\left(\frac{1}{l\sqrt{2\pi}} \right)^{N_{\text{dim}}}$ est utilisé pour normaliser la fonction de pondération sur $\mathbb{R}^{N_{\text{dim}}}$ tel que:

$$\int_{\mathbb{R}^{N_{\text{dim}}}} \psi(\vec{y}, \vec{x}) d\Omega = 1, \quad \forall \vec{x} \in \Omega \quad (2.29)$$

Implantation de la variable non-locale:

La force motrice d'endommagement non-locale définie par (2.26) peut être calculée par une méthode d'intégration numérique, par exemple, la méthode de Gauss dans le cadre de la méthode des éléments finis. Dans ce cadre, la valeur $\bar{\xi}_d$ sur un point géométrique \vec{x}_i est calculée par :

$$\bar{\xi}_d(\vec{x}_i) = \frac{\sum_{N=1}^{N_e} \sum_{g=1}^{N_g} w_g \psi(\vec{y}_g, \vec{x}_i) \xi_d(\vec{y}_g) \det(J)_g}{\sum_{N=1}^{N_e} \sum_{g=1}^{N_g} w_g \psi(\vec{y}_g, \vec{x}_i) \det(J)_g} \quad (2.30)$$

Où N_e est le nombre total d'éléments, N_g est le nombre des points de Gauss dans un élément, \vec{y}_g est le vecteur de position du point d'intégration et w_g le coefficient de poids associé.

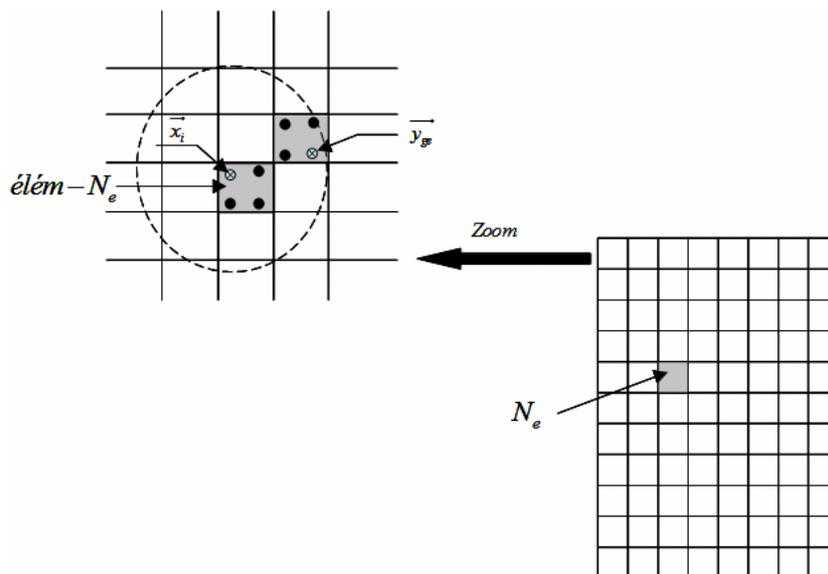


Figure 2.3: Illustration géométrique du calcul de la variable non-locale

La longueur caractéristique l détermine la dimension de la zone d'interaction qui influence la grandeur non-locale du point considéré \vec{x}_i . D'une manière générale, la fonction de Gauss ψ s'atténue assez rapidement au-delà d'une distance équivalente à quelques fois la longueur caractéristique l . On montre dans la Figure 2.4 un exemple de distribution de la fonction de Gauss avec la distance par rapport au point considéré. On constate que la région qui influence l'état physique du point considéré est d'environ 3 fois la longueur caractéristique ($r \leq 3l$).

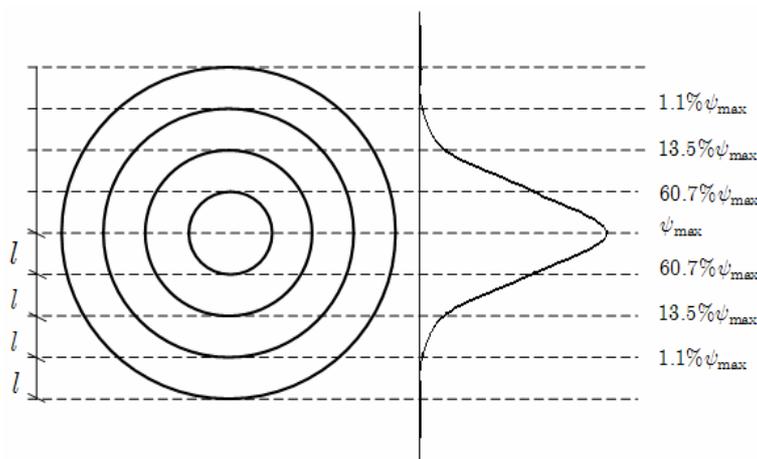


Figure 2.4: Exemple de distribution de la fonction de Gauss ψ .

2.4. Applications numériques

Comme ce qui a été précisé au chapitre précédent, le modèle élastoplastique couplé à l'endommagement a été implanté dans un code d'éléments finis. Maintenant, nous avons étendu cette implémentation en introduisant un module spécifique permettant de calculer la variable non-locale. Pour démontrer la pertinence de la formulation non-locale, on présente dans la suite quelques exemples d'application en comparant les résultats respectivement issus de la formulation locale et de la formulation non-locale. L'objectif est de modéliser le processus de rupture progressive après la localisation de déformation. On montrera que les analyses locales présentent une forte localisation de déformation qui dépend directement de la taille et de l'orientation du maillage utilisé. En revanche, cette sensibilité au maillage est régularisée en utilisant l'approche non-locale qui peut reproduire et contrôler correctement les bandes de localisation. Les applications numériques sont réalisées pour des ouvrages de génie civil et des structures en béton.

2.4.1 Extension d'une barre prismatique

Une barre prismatique d'une longueur de 10cm et d'une épaisseur de 1cm est soumise à une extension uniaxiale. L'essai d'extension est contrôlé par un déplacement axial. La barre est tendue en imposant des déplacements axiaux sur les deux extrémités d'une valeur de $U=0.08$ mm. Une zone de faiblesse de 1cm est située au centre de la barre (Figure 2.5). Pour mieux contrôler la position de la bande de localisation, on introduit une zone dite de faiblesse dans laquelle le module élastique et le coefficient de Poisson sont diminués de 10% par rapport aux valeurs au reste de la barre. La longueur caractéristique est choisie égale à 1cm. Les calculs numériques par éléments finis ont été réalisés pour trois maillages différents.

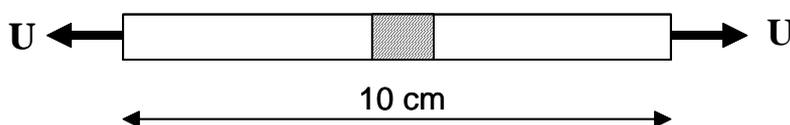


Figure 2.5 : Géométrie de la barre.

La distribution de l'endommagement dans la barre est illustrée sur les Figures 2.6 et 2.7 respectivement pour les analyses locale et non-locale. Il est clair que l'endommagement se localise dans une zone autour du point de faiblesse. Dans la formulation locale, la largeur de la zone localisée ainsi que la valeur maximale de l'endommagement dans cette zone sont

fortement influencées par la dimension du maillage utilisé. Cette bande de localisation diminue quand le maillage devient de plus en plus fin (Figure 2.6). En revanche, les résultats donnés par le modèle non-local sont quasiment indépendants du maillage (Figure 2.7), tant pour l'épaisseur de la bande de localisation que pour la valeur maximale de l'endommagement obtenu. Etant donné que la formation de la bande localisée est un précurseur de la rupture macroscopique de la barre. On peut constater que le modèle d'endommagement non-local proposé est capable de décrire le processus progressif de rupture de la barre. Il convient d'indiquer que l'épaisseur de la zone localisée est dépendante de la longueur caractéristique du matériau utilisée. Ceci revient à dire qu'une mesure expérimentale de l'épaisseur de la bande localisée pourra permettre l'identification de la longueur caractéristique par un processus inverse.

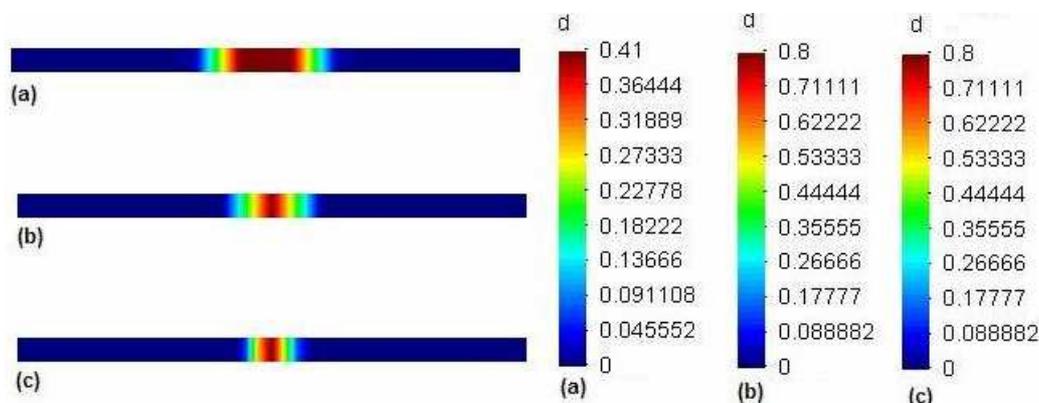


Figure 2.6: Distribution de l'endommagement dans la barre en utilisant le modèle local: (a)-11 éléments; (b)-20 éléments; (c)-40 éléments.

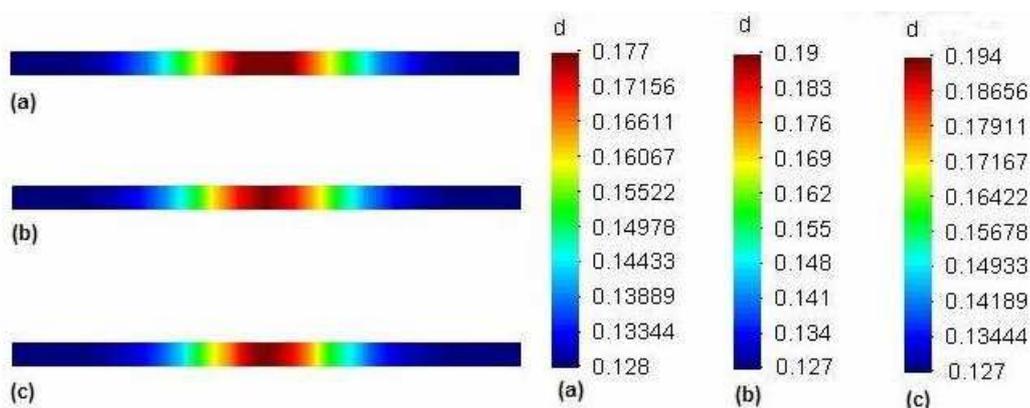


Figure 2.7: Distribution de l'endommagement dans la barre en utilisant le modèle non-local: (a)-11 éléments; (b)-20 éléments; (c)-40 éléments.

Les profils de l'endommagement sont également présentés selon l'axe de la barre pour le trois maillages. Les résultats confirment la forte influence du maillage dans le cas du modèle local (Figure 2.8). La formulation non-locale montre des profils d'endommagement, presque identiques pour les trois maillages différents (Figure 2.9). Les résultats obtenus dans cette étude sont en bonne concordance avec ceux de la littérature (Pijaudier-Cabot et Bazant, 1987; Jirasek, 1998; Comi, 2001).

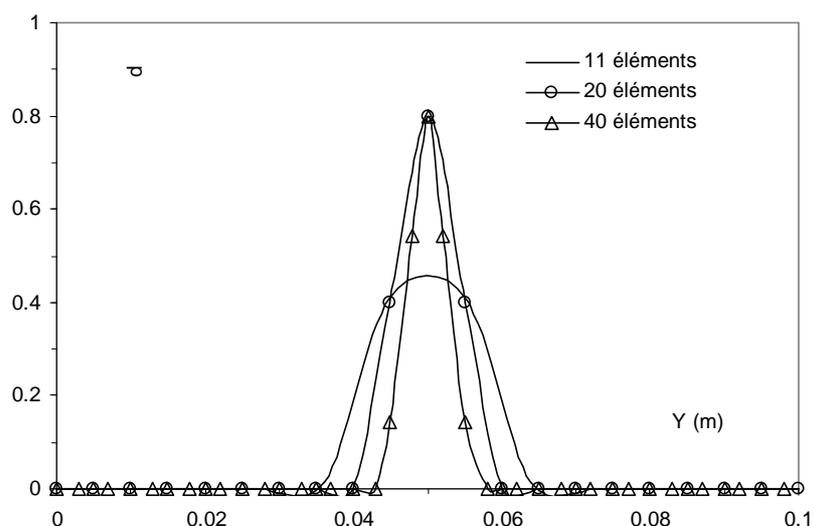


Figure 2.8: Profils de l'endommagement dans la barre pour les trois maillages en utilisant le model local.

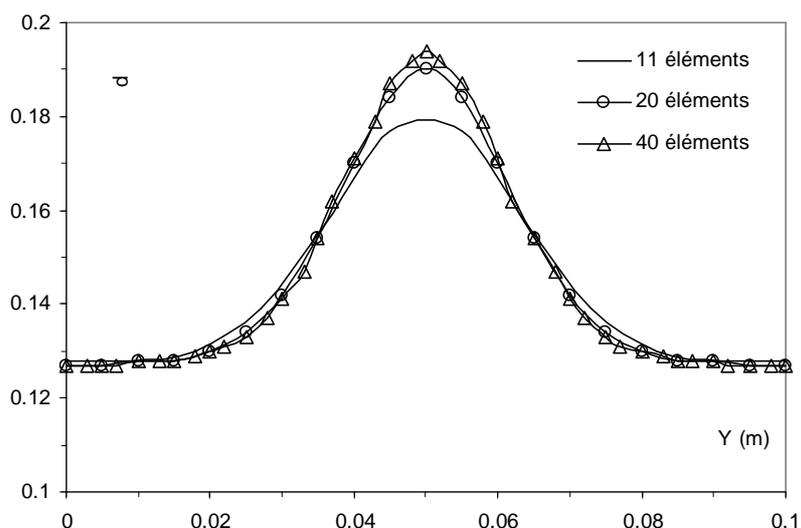


Figure 2.9: Profils de l'endommagement dans la barre pour les trois maillages en utilisant le model non-local.

2.4.2 Compression d'une plaque rectangulaire

Dans le domaine du génie civil, les géomatériaux sont souvent soumis à des contraintes de compression. Pour montrer la performance du modèle proposé pour ce type de chargement, on considère ici le cas d'une compression axiale d'une plaque rectangulaire. La plaque est comprimée en imposant un déplacement vertical uniforme sur la face supérieure et inférieure. La plaque a une largeur de 12cm et une hauteur de 15cm (Figure 2.10). Celle-ci contient une zone de faiblesse carrée de 3cm à son centre afin de fixer le point d'amorçage de la localisation. La valeur de l'endommagement critique est augmentée de 5 % dans cette zone de faiblesse. Pour des raisons de symétrie de la plaque, seulement un quart de la plaque est étudié. Les conditions aux limites sont présentées sur la Figure 2.11.

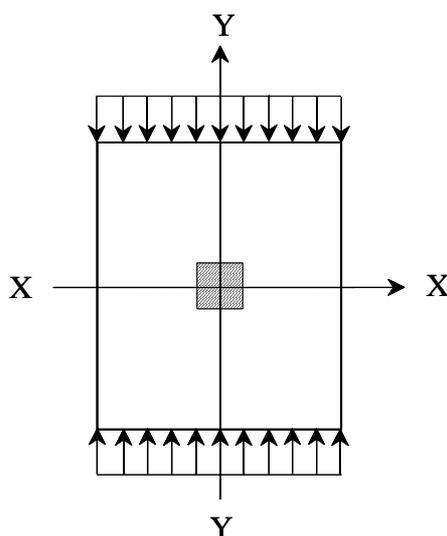


Figure 2.10: Géométrie de la plaque rectangulaire

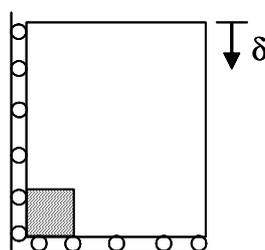


Figure 2.11: Conditions aux limites de la plaque.

Les calculs en utilisant les formulations locale et non-locale sont réalisés pour trois maillages différents respectivement composés de 20, 80 et 180 éléments. Les trois maillages étudiés sont illustrés sur la Figure 2.12. La longueur caractéristique pour les analyses non-locales est supposée égale 1cm.

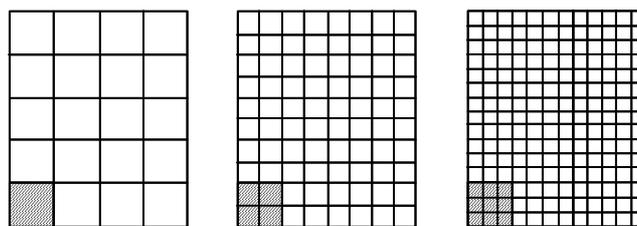


Figure 2.12: Les trois différents maillages utilisés dans les analyses des éléments finis.

La comparaison entre les approches locale et non-locale est d'abord présentée en considérant la distribution de la déformation verticale ϵ_{yy} pour les trois maillages. Sur les Figures 2.13 et 2.14, sont présentées les distributions de la déformation verticale dans la plaque, obtenues respectivement par le modèle local et non-local pour les trois maillages choisis. On peut constater que les résultats obtenus par le modèle local sont fortement sensibles au maillage et que la bande de localisation diminue quand le maillage devient de plus en plus fin. En revanche, les résultats donnés par le modèle non-local sont quasiment indépendants du maillage. L'épaisseur de la bande de localisation, dépendant de la longueur caractéristique du matériau, est presque constante. Notons que, quand la longueur caractéristique diminue, l'épaisseur de la bande de localisation diminue.

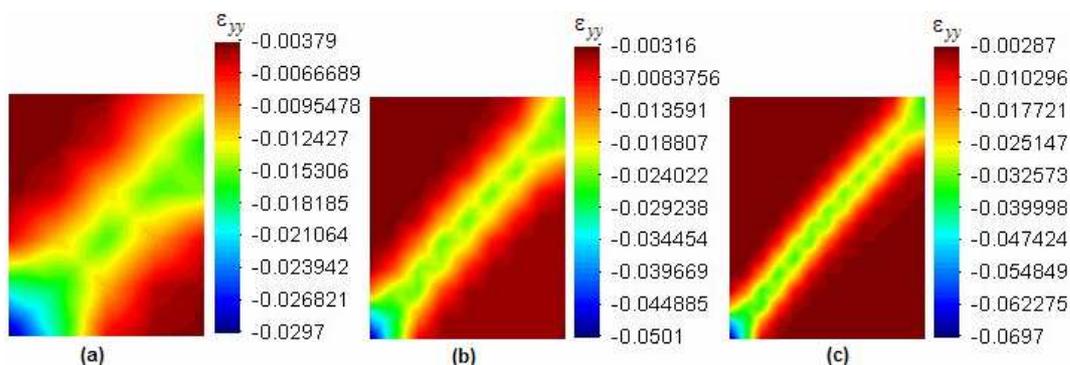


Figure 2.13: Les distributions de déformation axiale locale dans la plaque pour les trois maillages : (a)-20 éléments; (b)-80 éléments; (c)-180 éléments.

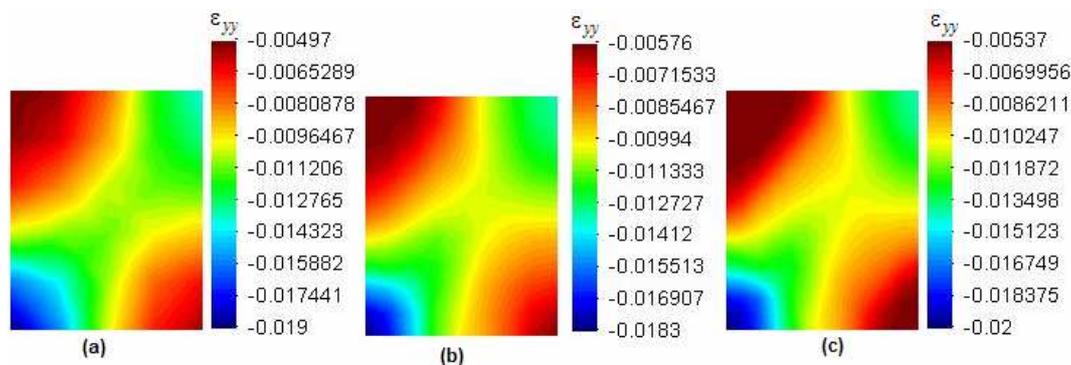


Figure 2.14: Les distributions de déformation axiale nonlocale dans la plaque pour les trois maillages : (a)-20 éléments; (b)-80 éléments; (c)-180 éléments.

Sur les Figures 2.15 et 2.16, nous avons présenté la courbe de contrainte- déformation axiale sur un point représentatif situé à la face supérieure de la plaque. Dans la formulation locale, les courbes contrainte- déformation axiales sont identiques jusqu’au pic de contrainte, mais la réponse devient instable et diverge après localisation de déformation. La réponse donnée par le modèle non-local reste, quant à elle, parfaitement stable pour toutes les phases de chargement.

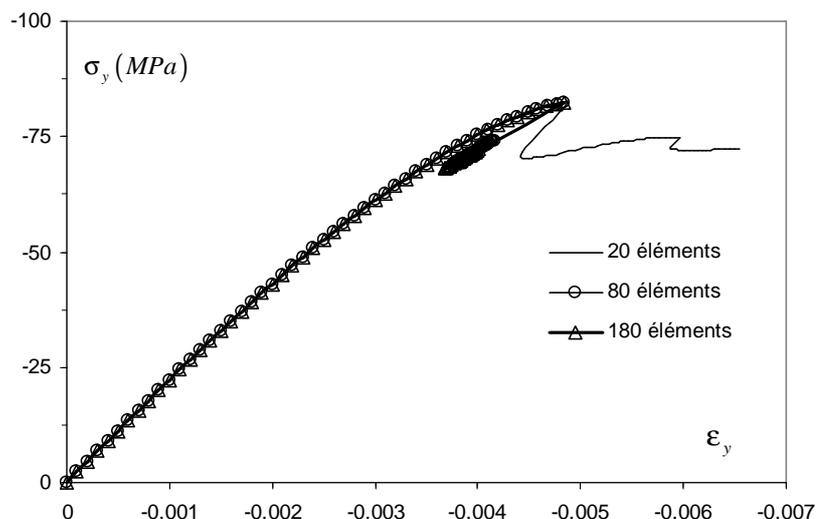


Figure 2.15: Courbes contrainte- déformation sur un point (3cm,0) en utilisant le modèle local.

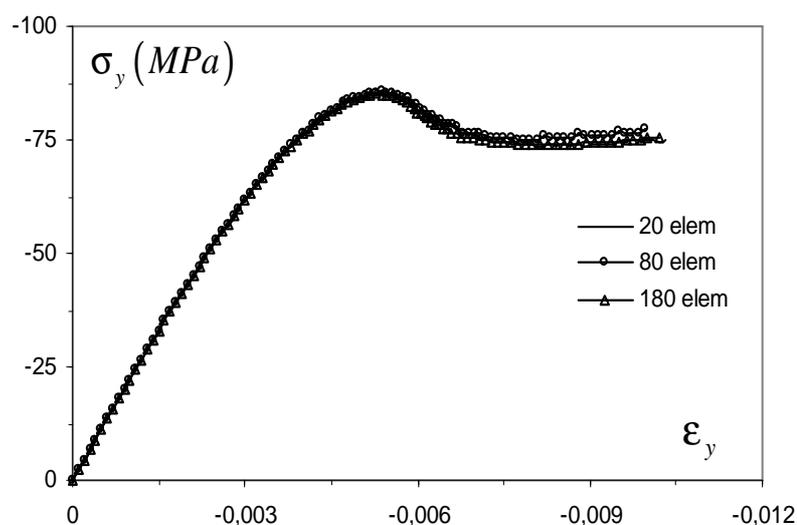


Figure 2.16: Les courbes contrainte- déformation sur un point (3cm, 0) en utilisant le modèle non-local.

Les profils de déformation axiales sont présentées selon l'axe Y-Y pour les trois maillages. Les Figures 2.17 et 2.18 montrent les profils de déformation axiale. Dans l'étude locale, la déformation verticale se localise dans une zone de plus en plus petite quand le maillage est raffiné. Par contre, les analyses non locales montrent que les profils de déformation sont quasiment inchangés pour les trois maillages et le problème est donc bien régularisé.

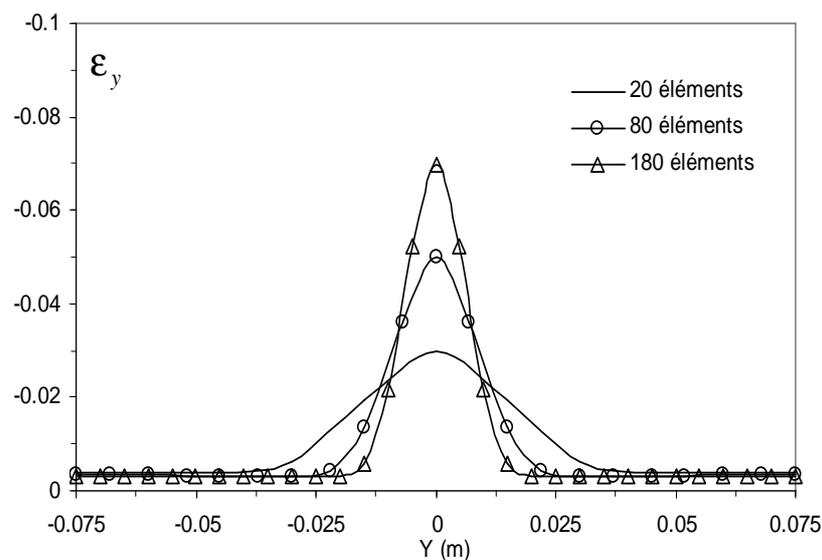


Figure 2.17: Profils de déformation axiale selon l'axe Y-Y en utilisant le modèle local.

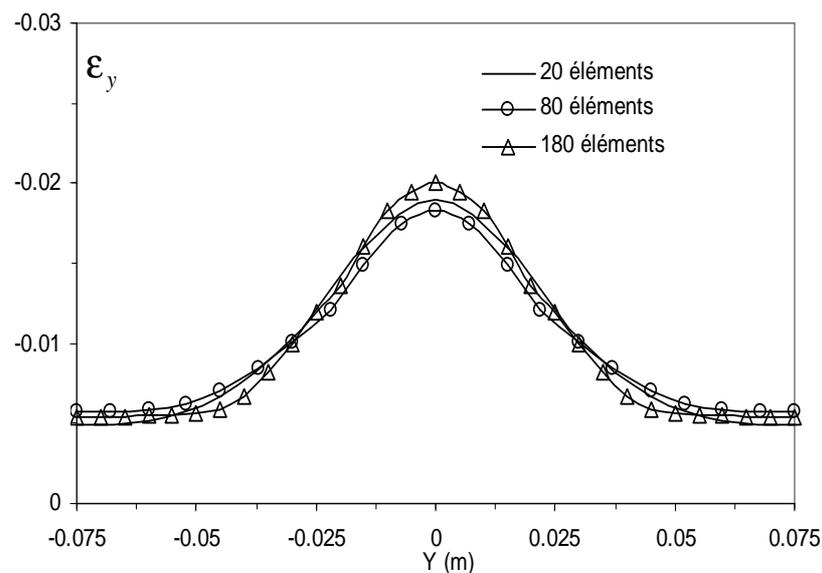


Figure 2.18: Profils de déformation axiale selon l'axe Y-Y en utilisant le modèle non-local.

2.4.3 Excavation d'un tunnel

L'excavation d'un tunnel est étudiée ici pour montrer l'application du modèle proposé pour des problèmes en géotechnique. Le but est d'étudier la zone d'endommagement induit par le processus d'excavation. La géométrie du tunnel avec le domaine étudié et les conditions aux limites sont illustrées sur la Figure 2.19. Le domaine est soumis aux contraintes initiales horizontale et verticale de 40MPa et 50MPa respectivement. Le problème est résolu en condition de déformations planes.

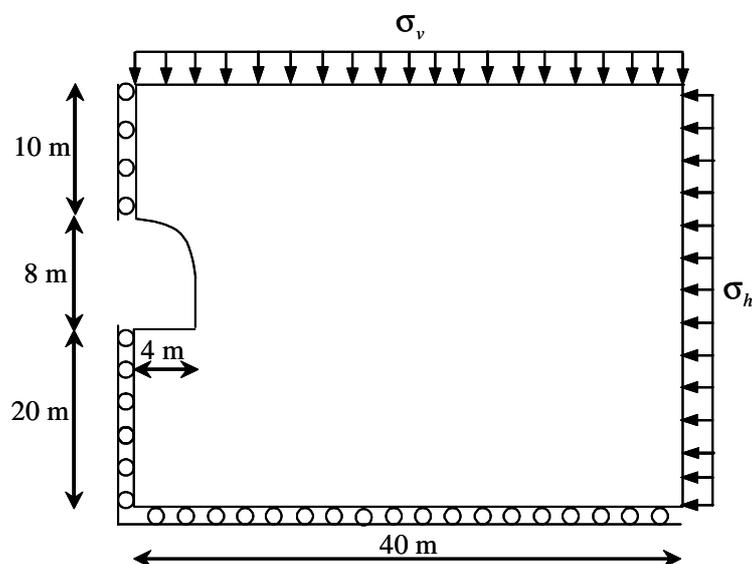


Figure 2.19: Le domaine Géométrique et les conditions aux limites du tunnel.

Les analyses locale et non-locale ont été réalisées pour étudier le problème de localisation de déformation. Trois différents maillages, composés de 475, 1150 et 4650 éléments respectivement, ont été utilisés pour chaque type d'analyse. L'idée générale est d'examiner si la zone d'endommagement autour la cavité excavée est affectée par la distribution des éléments dans le maillage. Les résultats obtenus par les deux approches montrent la formation d'une zone d'endommagement autour de la cavité d'excavation due aux contraintes appliquées. Le modèle local démontre, sur la Figure 2.20, clairement la dépendance de l'endommagement du nombre d'éléments dans le maillage. La dimension de la zone endommagée et l'amplitude de l'endommagement sont directement dépendantes du maillage choisi. La valeur maximale de l'endommagement augmente quand le maillage devient de plus en plus fin. Par comparaison, la Figure 2.21 montre que dans le cas du modèle non-local, les différences entre les trois maillages sont très petites concernant la zone

d'endommagement et la valeur maximum de l'endommagement. Cette comparaison confirme l'efficacité de l'approche non-locale dans la description de la rupture progressive des structures souterraines.

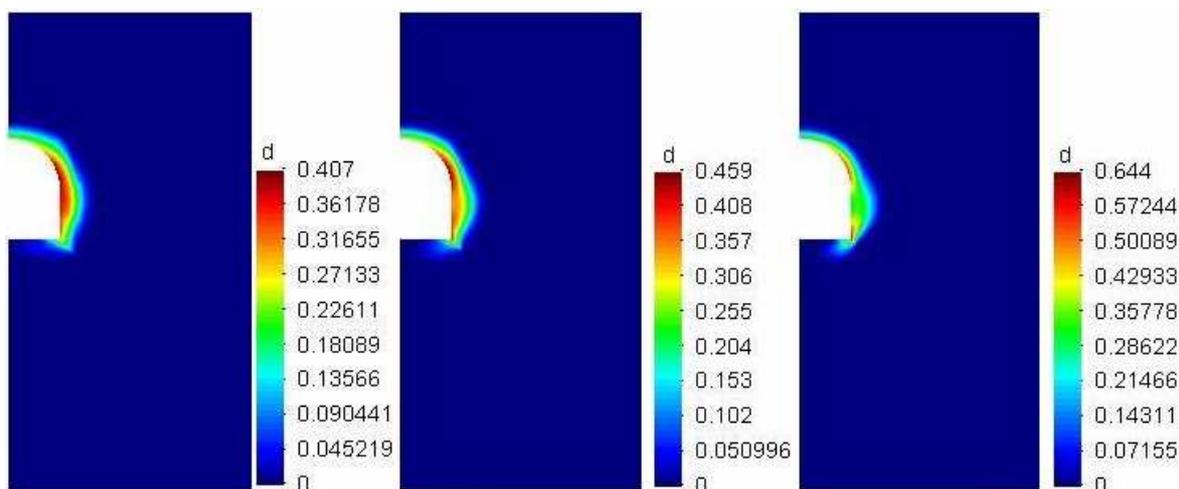


Figure 2.20: Distribution de l'endommagement autour la cavité d'excavation pour les trois maillages choisis, obtenue par le modèle local: (a)-475 éléments; (b)-1150 éléments; (c)-4650 éléments.

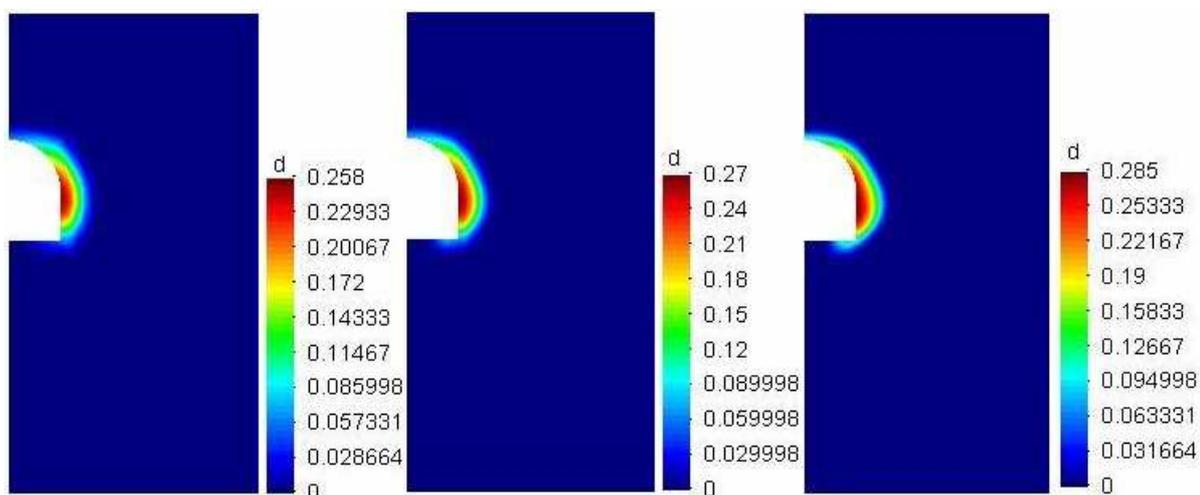


Figure 2.21: La distribution de l'endommagement autour la cavité d'excavation pour les trois maillages choisis, obtenue par le modèle non-local: (a)-475 éléments; (b)-1150 éléments; (c)-4650 éléments.

Les profils d'endommagement dans l'axe Y suivant la paroi de la cavité sont illustrés dans les Figures 2.22 et 2.23. Une fois encore, on peut remarquer que l'endommagement induit décrit par le modèle local montre une nette sensibilité au maillage d'éléments finis. Ces

résultats démontrent que les modèles classiques locaux ne sont pas capables de décrire correctement le processus de rupture progressive créée par la localisation de déformation. L'approche non-locale peut être considérée comme une méthode efficace pour corriger ces inconvénients.

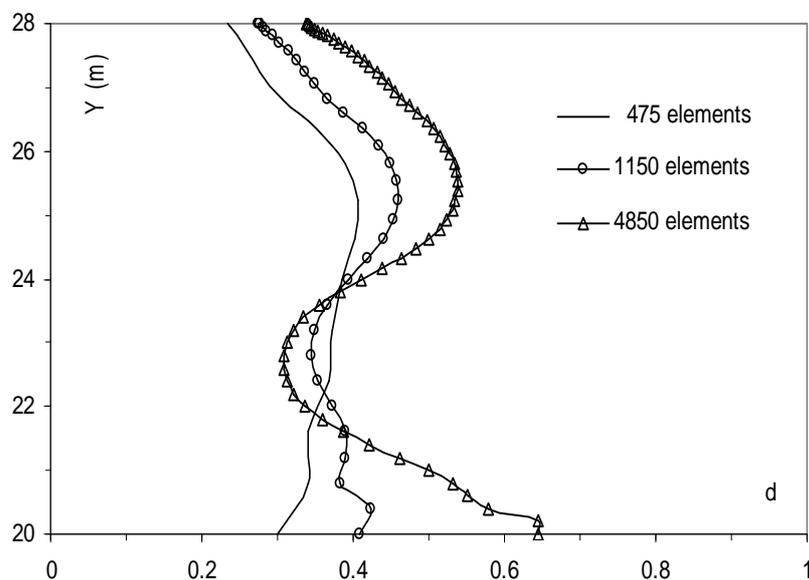


Figure 2.22: Profiles de la distribution de l'endommagement selon la paroi de la cavité donnés par le modèle local.

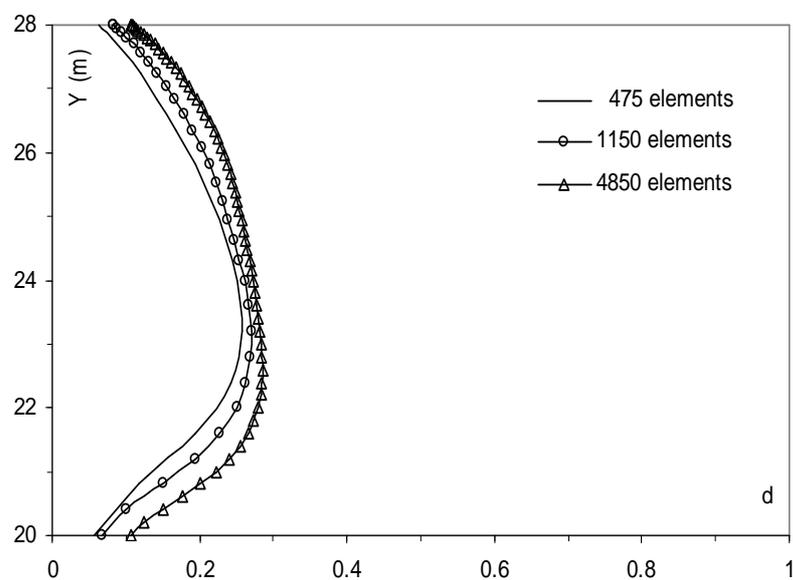


Figure 2.23: Profiles de la distribution de l'endommagement selon la paroi de la cavité donnés par le modèle non-local.

2.4.4 Analyse numérique des structures en béton

Nous présentons ici quelques exemples d'application du modèle proposé à l'analyse des structures de béton.

Compression d'une plaque rectangulaire percée d'un trou

Dans cet exemple, il s'agit d'étudier la compression d'une plaque rectangulaire contenant un trou au centre. La plaque est de 12cm de largeur et de 15cm d'hauteur et le diamètre du trou est de $D = 3\text{cm}$. La géométrie de la plaque est illustrée sur la Figure 2.24.

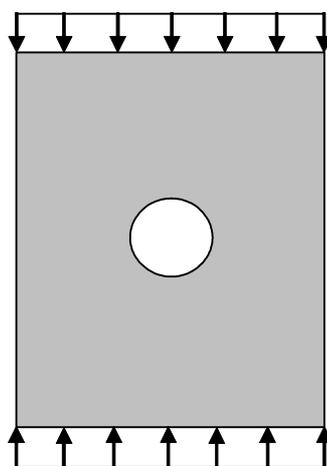


Figure 2.24: Géométrie de la plaque sous compression.

Cette plaque est comprimée en imposant des déplacements uniformes sur ses faces supérieure et inférieure. Trois maillages, de 288, 648 et 1152 éléments, sont utilisés (Figure 2.25). La longueur caractéristique est supposée égale à 4mm pour les analyses non locales.

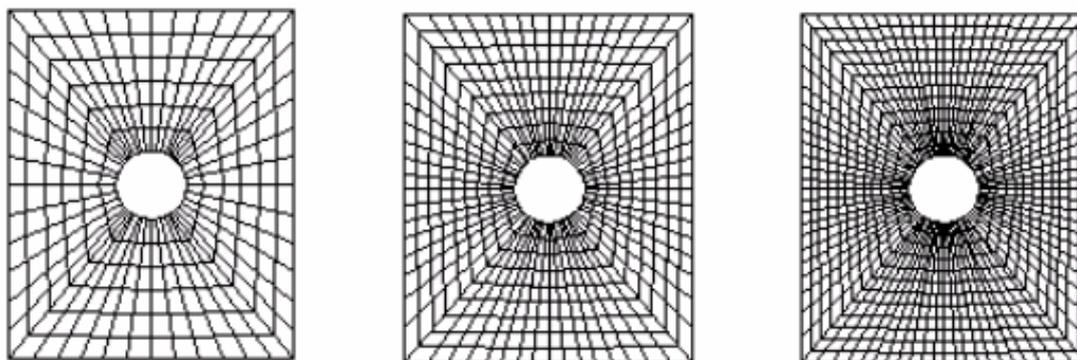


Figure 2.25: Les trois maillages choisis pour les analyses local et nonlocal: (a)-288 éléments; (b)-648 éléments; (c)-1152 éléments.

Dans un premier temps, la plaque est soumise seulement à une compression uniaxiale. Les distributions de l'endommagement dans la plaque, obtenues par les analyses locale et non locale, sont présentées sur la Figure 2.26. On obtient la formation d'une bande de localisation d'endommagement dans la plaque. L'épaisseur de cette bande d'endommagement est très sensible au maillage d'éléments finis pour le modèle local. L'endommagement se localise dans une bande de plus en plus petite quand le maillage est raffiné. En revanche, en utilisant le modèle non local, l'épaisseur de la bande d'endommagement est quasi constante et indépendante du maillage utilisé. Cette épaisseur est directement liée à longueur caractéristique choisie.

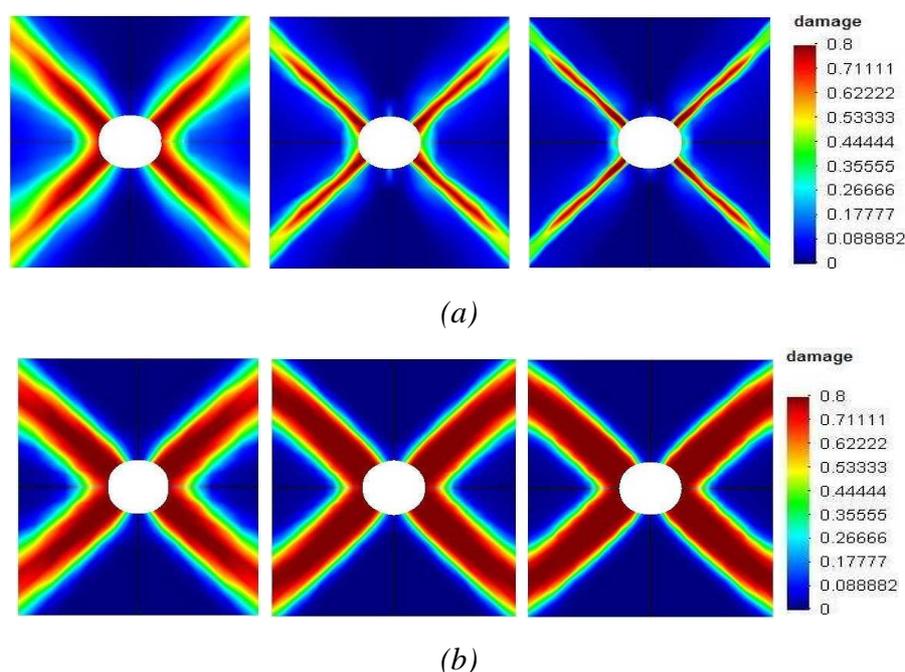


Figure 2.26: Distribution de l'endommagement sous compression uniaxiale: (a) résultats obtenus du modèle local et (b) résultats obtenus du modèle non local.

De plus, les profils de l'endommagement sont tracés selon la ligne S qui traverse la bande de l'endommagement localisée. La Figure 2.28(a) montre que le profil de l'endommagement, selon la formulation locale, est différent pour le trois maillages. L'endommagement se localise dans une bande qui diminue en épaisseur avec l'augmentation d'éléments finis dans le maillage. En revanche, la Figure 2.28(b) montre que les profils de l'endommagement, selon la formulation non locale, sont quasiment identiques. La différence entre les trois maillages est presque négligeable. L'épaisseur de la bande d'endommagement reste la même quand le maillage devient de plus en plus fin. On constate que le problème de localisation de l'endommagement est bien régularisé par l'approche non-locale.

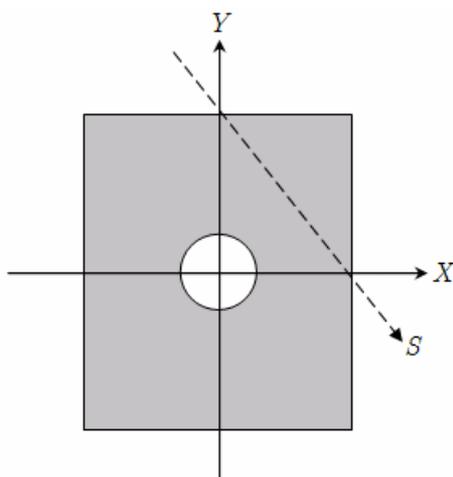
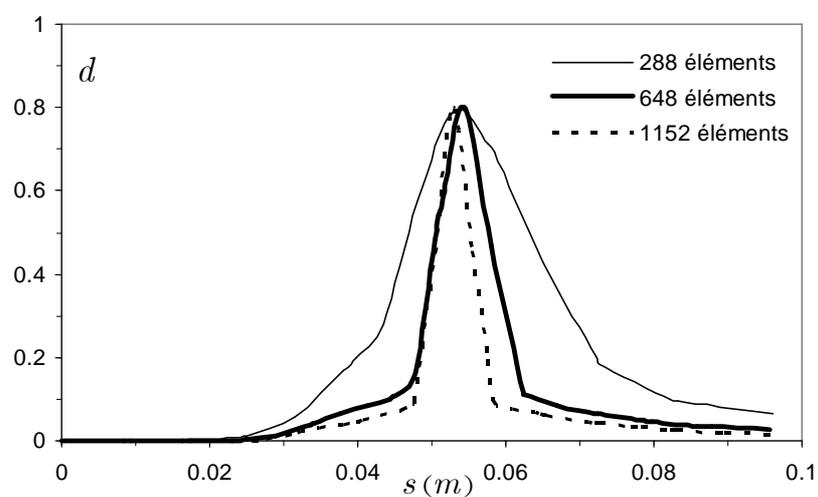
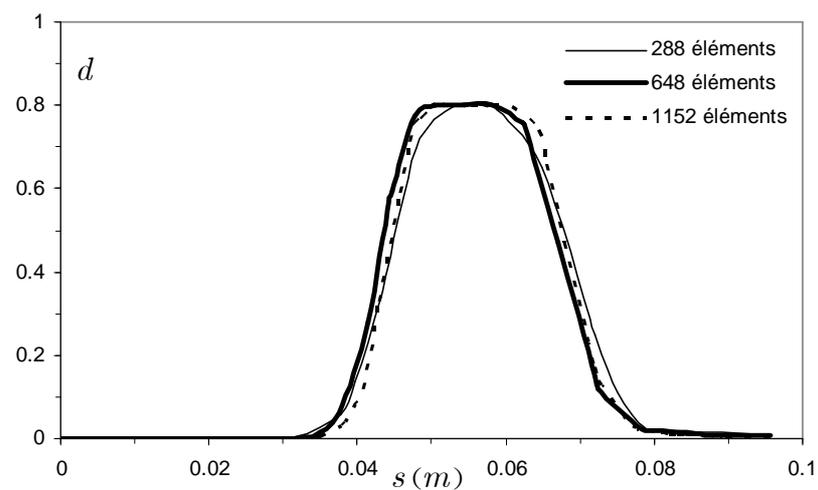


Figure 2.27: Le ligne S traversant la bande de localisation d'endommagement.



(a)



(b)

Figure 2.28: Profils de l'endommagement selon l'axe S: (a) résultats obtenus du modèle local et (b) résultats obtenus du modèle non local.

Pour montrer l'influence de la pression de confinement sur l'orientation de la bande de localisation, de nouvelles simulations ont été réalisées sur la même plaque avec une pression de confinement latérale de $2MPa$. L'idée est d'examiner l'orientation de la bande de localisation d'endommagement. Les résultats de la distribution de l'endommagement sont présentés sur la Figure 2.29. On constate que l'orientation de la bande de l'endommagement est variée avec la pression de confinement. L'augmentation de la pression du confinement conduit à une augmentation d'inclinaison de la bande de localisation par rapport à l'axe vertical.

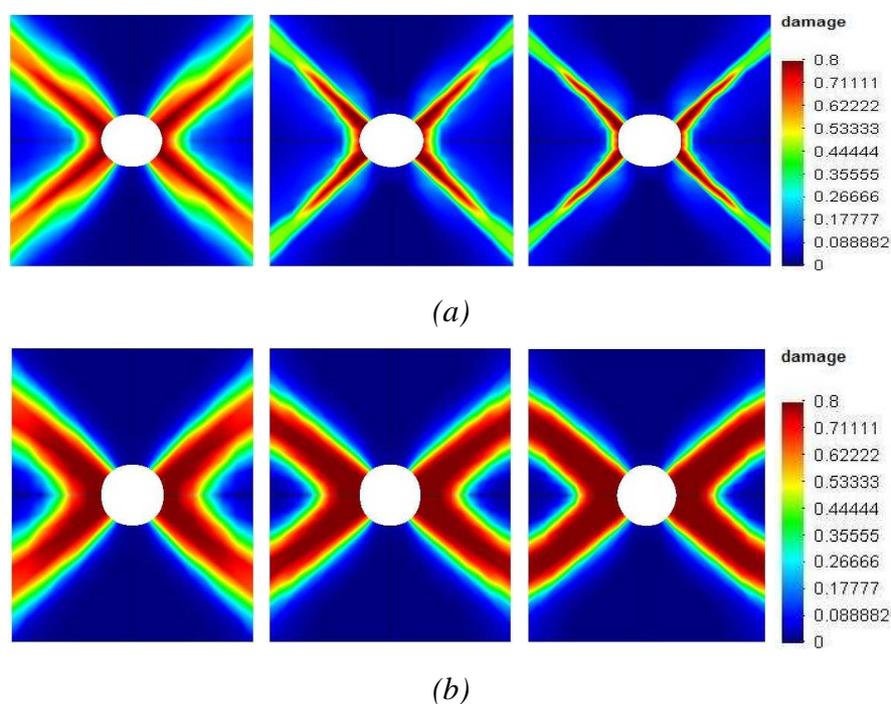


Figure 2.29: Distribution de l'endommagement sous compression avec une pression de confinement de $2MPa$: (a) résultats obtenus du modèle local et (b) résultats obtenus du modèle non local.

Poutre en flexion 3-point:

Cet exemple concerne l'analyse de la flexion à trois point d'une poutre en béton, simplement appuyée, soumise au chargement vertical au centre. La longueur de la poutre est de 3m et son hauteur est de 0.3m. Le chargement vertical est contrôlé en appliquant un déplacement vertical au centre de la poutre. Le déplacement varie de 0 à 2.0cm. La Figure 2.30 montre la géométrie de la poutre.

L'étude de la localisation de déformation a été effectuée pour trois maillages respectivement composés de 300, 800 et 1250 éléments. La longueur caractéristique est supposée égale à 15cm pour les analyses non locales.

Due à l'application d'un déplacement vertical, l'endommagement commence à se développer dans la partie inférieure centrale de la poutre. Au fur et à mesure du chargement, l'endommagement par microfissures se localise dans une bande. Cette bande de localisation se forme au centre de la poutre dans la partie inférieure et se propage progressivement vers la partie supérieure. L'épaisseur de la bande diminue quand le maillage devient de plus en plus fin. Les profils de l'endommagement sont tracés pour les trois maillages à la mi-hauteur de la poutre suivant l'axe x. Dans la formulation locale, l'endommagement se localise dans une zone dont l'épaisseur diminue quand le maillage devient plus fin (Figure 2.31).

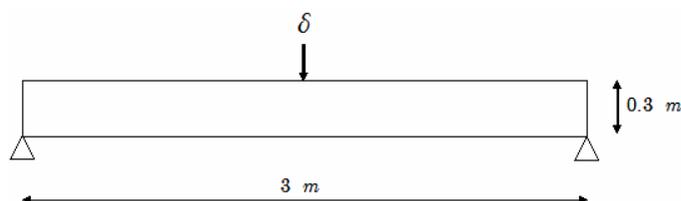


Figure 2.30: Géométrie de la poutre.

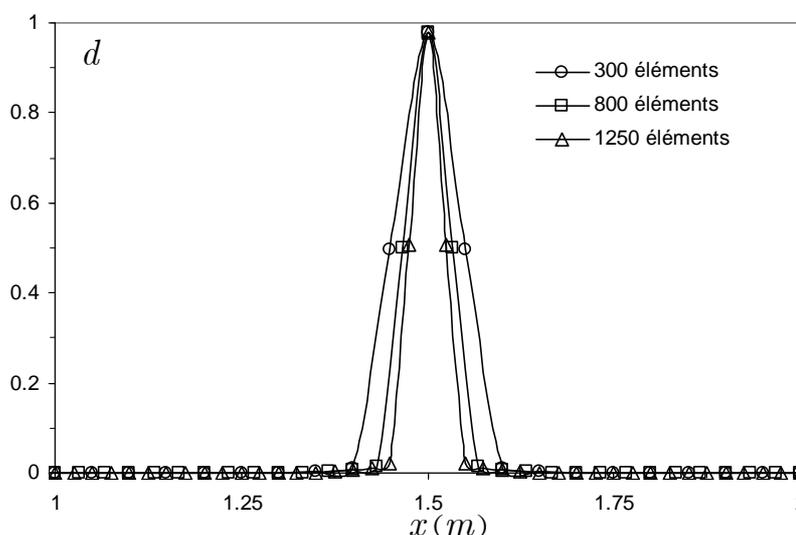


Figure 2.31: Profiles de l'endommagement au mi-hauteur selon l'axe X en utilisant le modèle local.

La Figure 2.32 montre les profils d'endommagement obtenus par le modèle non-local. On constate que les trois courbes sont quasiment identiques pour les trois maillages.

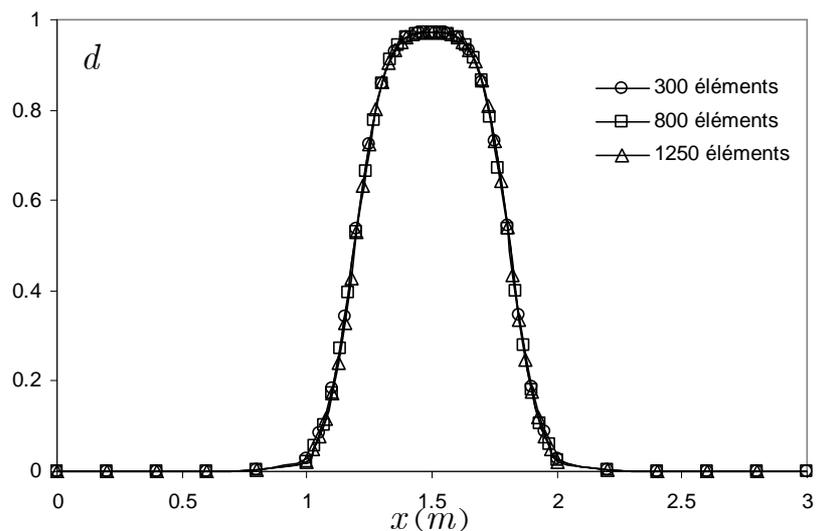


Figure 2.32: Profils de l'endommagement au mi-hauteur selon l'axe X en utilisant le modèle non-local.

De plus, on présente la réponse de la courbe déplacement-force de la poutre en utilisant le modèle local (Figure 2.33). La courbe montre une claire instabilité numérique après le pic. En revanche, la courbe déplacement-force décrite par le modèle non-local montre que les trois courbes sont identiques et présentent des différences négligeables. La réponse reste stable pour toutes les étapes des chargements (Figure 2.34).

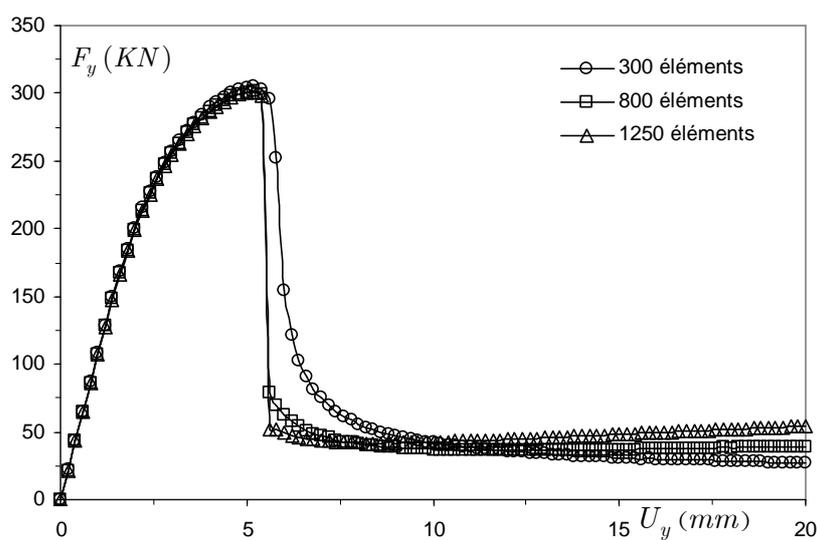


Figure 2.33: Les courbes déplacement-force en utilisant le modèle local.

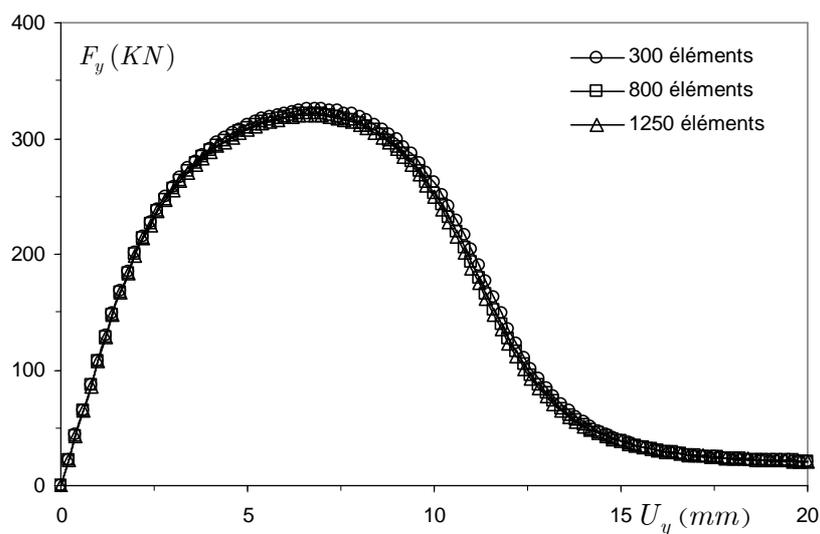


Figure 2.34: Les courbes déplacement-force en utilisant le modèle non-local.

2.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'extension du modèle élastoplastique couplé à l'endommagement à une formulation non-locale afin d'étudier la réponse mécanique post-localisation. Après un courte synthèse sur le phénomène de localisation et des méthodes de régularisation, la formulation non locale du modèle a été proposée. La variable non-locale a porté sur la force motrice responsable de l'évolution d'endommagement. La formulation non-locale est implémentée dans un code de calcul par éléments finis.

Une série d'exemples ont ensuite été présentés. Des comparaisons entre les analyses locales et non locales ont été montrées. D'une manière générale, il a été montré que la bande de localisation dépend fortement du maillage dans le cas du modèle local, en terme de déformation et de l'endommagement. En utilisant l'approche non-locale, le problème est correctement régularisé. La bande de localisation est quasi indépendante du maillage utilisé. L'épaisseur de la bande est contrôlée par la longueur caractéristique du matériau.

L'approche non-locale fournit ainsi une méthode efficace et simple à mettre en œuvre pour la régularisation des problèmes localisés.

Chapitre 3:

Modèle phénoménologique chimique pour lixiviation d'une pâte cimentaire

Dans les deux chapitres précédents, nous avons abordé la modélisation du comportement mécanique des géomatériaux semi- fragiles. Un modèle élastoplastique couplé à l'endommagement d'origine mécanique a été proposé. Nous avons proposé une formulation non-locale pour l'évolution de l'endommagement afin de prédire la réponse post- localisation des structures. En même temps, un cadre général de modélisation a été tracé afin d'inclure un endommagement d'origine chimique. Dans ce chapitre, nous allons présenter le modèle chimique qui permet de déterminer l'évolution de cet endommagement chimique. Cependant, pour des raisons de simplicité et la clarté de présentation, nous limitons notre discussion à un mécanisme chimique particulier : la lixiviation d'une pâte cimentaire par un fluide acide. Cette thématique a été développée en collaboration avec le centre scientifique et technique de TOTAL (PAU), dans le cadre général du projet de séquestration des gaz résiduels.

3.1. Description de l'endommagement chimique

La pâte de ciment est ici considéré comme un matériau poreux, composé essentiellement de la phase squelette et des pores (Adenot, 1992 ; Carde et al. , 1996 ; Torrenti et al., 1999; Mainguy, 1999 ; Ulm et al., 1999 ; Kuhl et al., 2004 ; Coussy, 2004) (Figure 3.1). Dans une pâte de ciment chimiquement saine, les phases solides réactives sont en équilibre chimique avec la solution remplissant les pores. Dans cet état d'équilibre chimique, on désigne par ϕ_r la porosité connectée de référence. Si les conditions environnementales changent, par exemple, en exposant la surface de la structure à de l'eau desionisée ou par l'injection d'un fluide acide à la surface, le gradient de concentration entre le fluide des pores et le fluide environnementale produit la migration des cations, anions et autres produits dissous vers la surface de la structure. Pour retrouver l'équilibre chimique, une quantité de matière solide est dissous et se diffuse dans le fluide interstitiel. Dans le cas d'une pâte de ciment, l'attaque chimique d'une petite quantité d'eau ionisée ou d'un fluide acide est essentiellement une lixiviation de l'hydrate de calcium et puis une décalcification progressive de C-S-H.

La cinétique de dissolution est directement liée à la nature du fluide d'attaque et aux conditions aux limites. Par exemple, dans le cas de lixiviation du ciment par de l'eau ionisée,

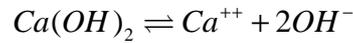
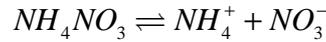
il s'agit d'un processus souvent très lent, nécessitant parfois plusieurs années d'expérience afin d'obtenir une quantification significative de la zone de lixiviation. En adoptant d'office une similitude entre différents fluides d'attaque quant à la conséquence de la dégradation chimique sur les propriétés mécaniques et chimiques du matériau. Nous avons souvent recours à des fluides d'attaque d'accélération afin de réduire la durée d'expérience pour la caractérisation de la dégradation chimique du matériau. Dans cette optique, la solution de nitrate d'ammonium NH_4NO_3 est largement utilisée dans le cas des pâtes cimentaires. La similarité du processus de lixiviation entre l'eau et la solution de nitrate d'ammonium a été étudiée et démontrée par Carde et al (1997a). Cette solution est de simple utilisation et peut accélérer la cinétique de dissolution de plusieurs ordre de grandeurs par rapport à l'eau, selon la concentration utilisée (Carde et al., 1999; 1997a-b; Carde et François, 1997; Heukamp et al., 2001a; Ulm et al., 2001).



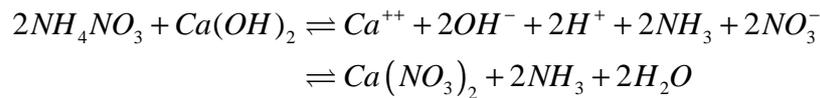
Figure 3.1: (gauche)- Volume élémentaire représentative de la pâte cimentaire avec la porosité de référence; (droite)- équilibre chimique entre le squelette solide et le fluide interstitiel dans un matériau sain.

On rappelle ici succinctement le processus chimique de lixiviation. Lorsqu'on immerge une éprouvette de ciment dans une solution de nitrate d'ammonium; l'ammonium diffuse dans les pores et l'équilibre chimique entre le fluide interstitiel et le squelette solide est détruit en raison de la diminution de la concentration d'ions dans le fluide interstitiel. Pour retrouver l'équilibre chimique, divers produits du squelette sont dissous quasi instantanément. Les travaux réalisés sur le processus de lixiviation montrent que la portlandite, l'ettringite et les C-S-H se dissolvent à différents stades du processus de dissolution (Adent, 1992 ; Adent et Buil, 1992 ; Berner, 1988 et Gérard, 1996). Cependant, selon ces mêmes études, il semble que concernant la conséquence de la dissolution chimique sur les propriétés mécaniques, la

dissociation de la portlandite constitue le principal mécanisme à prendre en considération. La réaction chimique entre la solution de nitrate d'ammonium et le calcium peuvent être résumée de la façon suivante:



Ainsi, la réaction générale devient:



Ainsi, la dissolution d'ions calcium du squelette solide et la diffusion des ions dissous dans le fluide interstitiel pendant le processus de lixiviation provoquent une augmentation du volume des pores. L'augmentation de la porosité est donc la conséquence directe de la dissolution du squelette solide. En négligeant le phénomène de précipitation, l'augmentation de la porosité est proportionnelle à la quantité du squelette dissous. On désigne ici l'augmentation de la porosité par la dissolution chimique par $\Delta\phi_c$, qui est gouvernée par l'équation de conservation en masse d'ion calcium. Par ailleurs, l'augmentation de la porosité due à la lixiviation chimique doit affecter non seulement les propriétés mécaniques du matériau mais également les propriétés de transport. L'augmentation chimique de la porosité peut être déterminée par:

$$\Delta\phi_c(t) = \phi_c(t) - \phi_r \quad (3.1)$$

$\phi_c(t)$ représente la porosité totale connectée à l'issue de la dissolution chimique. D'un point de vue mécanique, l'augmentation de la porosité due au processus de lixiviation peut être considérée comme un processus d'endommagement en terme de création et de croissance des vides, introduisant des discontinuités de déplacements locales. Pour des raisons de simplicité, on désigne la variation chimique de porosité comme la variable scalaire de l'endommagement chimique, soit :

$$d_c(t) = \Delta\phi_c(t) = \phi_c(t) - \phi_r \quad (3.2)$$

Dans le cas de chargement couplé avec des sollicitations mécaniques, la dégradation chimique peut être un facteur favorisant l'amorçage de microfissures ou de pores au sein de la matrice de ciment. Ces pores et microfissures vont affecter le comportement mécanique du matériau. Cependant, ces pores et microfissures ne sont pas généralement connectés à la (macro) porosité, leur impact sur les propriétés de transport peut être négligeable devant celui dû à la

lixiviation du squelette. Ainsi, d'une manière générale, la porosité totale peut être exprimée par :

$$\phi = \phi_r + \Delta\phi_c + \Delta\phi_m \quad (3.3)$$

$\Delta\phi_m$ est la variation de porosité au sein de la matrice. La Figure 3.2 illustre les variations de porosité. Il faut noter que dans le cas général, nous avons $\Delta\phi_m \ll \Delta\phi_c$. Dans ce qui suit, on négligera l'effet de $\Delta\phi_m$ sur les processus de transport.

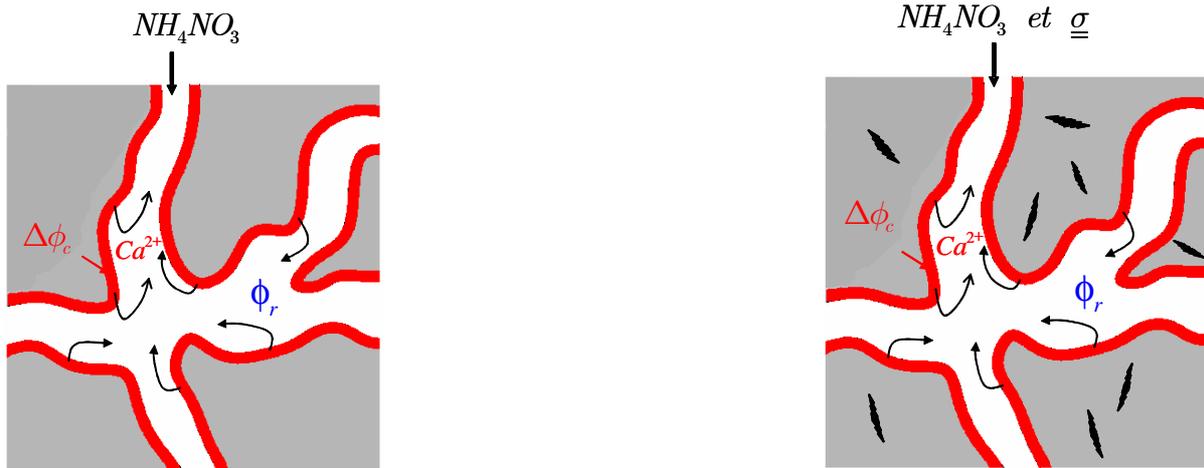


Figure 3.2: Augmentation de la porosité due au processus de lixiviation de calcium (gauche) et au couplage mécanique- chimique (droite).

3.2. Cinétique de la dégradation chimique

Nous choisissons la concentration de calcium dans la solution interstitielle comme variable d'état décrivant le processus de lixiviation. La cinétique de la dégradation chimique est alors déterminée en fonction de la concentration en calcium en solution à partir de la loi de conservation du calcium et de la loi de Fick, ce qui s'exprime par:

$$\frac{\partial(\phi Ca^{++})}{\partial t} = -div(\vec{\Phi}_{Ca^{++}}) + M_{Ca^{solide} \rightarrow Ca^{++}}^0 \quad (3.4)$$

où ϕ est la porosité total connecté, $\vec{\Phi}_{Ca^{++}}$ est le vecteur de flux d'ions calcium dans le fluide interstitiel et Ca^{++} en est la concentration. Le terme $M_{Ca^{solide} \rightarrow Ca^{++}}^0$ correspond au taux d'apport de calcium par unité de volume à la suite de dissolution du squelette solide ($Kg/s/m^3$). La concentration en calcium solide est reliée à la concentration en calcium dans le fluide par la relation suivante:

$$M_{Ca^{solide} \rightarrow Ca^{++}}^0 = -\frac{\partial Ca^{solide}}{\partial t} = -\frac{\partial f(Ca^{++})}{\partial t} \quad (3.5)$$

La fonction $f(Ca^{++})$ doit être déterminée à partir de données expérimentales en établissant la condition d'équilibre chimique entre les ions de calcium dans le solide et dans le fluide interstitiel. L'équation de conservation de la masse (3-4) doit être complétée par la loi de Fick qui relie le vecteur de flux au gradient de la concentration en calcium, soit :

$$\vec{\Phi}_{Ca^{++}} = -D(Ca^{++}) \vec{\nabla}(Ca^{++}) \quad (3.6)$$

Le terme $D(Ca^{++})$ représente le coefficient de diffusion (m^2/s), qui est en général une fonction de la concentration elle-même. La combinaison des lois de de la conservation de la masse et de Fick, conduit à l'équation de diffusion généralisée:

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial Ca^{++}} Ca^{++} + \phi(Ca^{++}) + \frac{\partial Ca^{solide}}{\partial Ca^{++}} \right] \cdot \frac{\partial Ca^{++}}{\partial t} = div [D(Ca^{++}) \cdot \vec{\nabla}(Ca^{++})] \quad (3.7)$$

Dans le premier membre, on peut constater que la cinétique de variation de la concentration en calcium dépend de trois termes différents ; la porosité, la variation de celle-ci par rapport à la variation de la concentration en calcium et le processus de dissolution proprement dit (passage de calcium de phase solide en phase liquide). Des études précédentes ont montré que la phase de changement de calcium, $\frac{\partial Ca^{solide}}{\partial Ca^{++}}$, joue un rôle dominant par rapport aux deux autres termes. L'effet de dilution peut être donc négligé par rapport à l'apport en calcium Ca^{++} dans la phase liquide lors de la dissolution des hydrates. On peut alors simplifier l'équation différentielle en décrivant la cinétique de lixiviation de calcium par l'équation suivante:

$$\frac{\partial Ca^{solide}}{\partial Ca^{++}} \cdot \frac{\partial Ca^{++}}{\partial t} = div [D(Ca^{++}) \cdot \vec{\nabla}(Ca^{++})] \quad (3.8)$$

3.3. Modèle chimique phénoménologique

Dans ce paragraphe, nous présentons un modèle chimique phénoménologique permettant de décrire le processus de lixiviation. Berner (Berner, 1988) a effectué une série d'études expérimentales afin de montrer l'influence de la dégradation chimique sur le comportement des matériaux cimentaires à long terme. Les données expérimentales ont démontré que la décalcification des constituants de ciment dépend de la concentration d'ions

calcium dans le fluide des pores. Le processus de la lixiviation de calcium est caractérisé par une relation entre la concentration en calcium présentée dans le squelette cimentaire Ca^{solide} et la concentration d'ions calcium dans le fluide Ca^{++} . Ce processus de dissolution est essentiellement composé de deux étapes: la première est associée à la dissolution de portlandite et la deuxième est liée à la dissolution totale des phases C-S-H. En se basant sur ses données expérimentales, Berner (1988) a établi une relation (empirique) entre les concentrations en calcium en phase solide et liquide en condition d'équilibre chimique. Cette relation est illustrée par la Figure 3.3. Cette relation joue un rôle fondamental dans la description du processus de lixiviation. En effet, la traduction mathématique de cette relation nous permet d'établir un critère sur le seuil de dissolution similaire au seuil de plasticité en mécanique. En effet, peut écrire :

$$C_a^{++} \geq \bar{C}_a^{++}(C_a^{solide}), \text{ pas de dissolution ;}$$

$$C_a^{++} < \bar{C}_a^{++}(C_a^{solide}), \text{ processus de dissolution ;}$$

$\bar{C}_a^{++}(C_a^{solide})$ est donc le seuil de concentration en calcium pour le processus de dissolution, qui est lié à la concentration en calcium en phase solide par la relation donnée par Berner (1988).

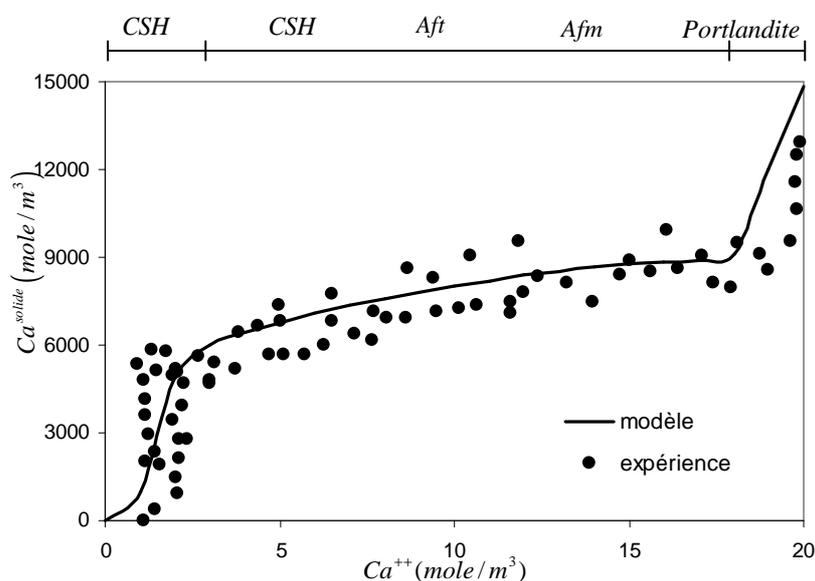


Figure 3.3: Relation entre Ca^{solide} et Ca^{++} : comparaison entre les données expérimentales de Berner (1988) et la relation proposée par Gérard (1996)

En se basant sur les données expérimentales de Berner (1988), Gérard (1996) a proposé un modèle empirique afin de décrire mathématiquement la relation entre les concentrations en calcium en phase liquide et solide. Ce modèle est exprimé par la relation suivante :

$$Ca^{solide} = f(Ca^{++}) = a - b(Ca^{++})^2 + cCa^{++} - \left[\frac{e}{1 + \left(\frac{Ca^{++}}{x_2}\right)^n} + \frac{h}{1 + \left(\frac{Ca^{++}}{x_1}\right)^m} \right] \quad (3.9)$$

m et n sont deux paramètres du modèle variant entre 1 et 100. x_1 est la position moyenne du front de dissolution totale des C-S-H et x_2 est la position moyenne du front de dissolution de la portlandite. a , b , c , e , h sont des paramètres du modèle qui varient avec la proportion de calcium totale contenue dans les hydrates de la pâte de ciment hydraté (S_{tot}) et celle contenue dans la portlandite (S_{por}). En s'appuyant sur les données expérimentales présentées par Berner (1988), les paramètres du modèle peuvent être reliés à S_{tot} par les relations suivantes:

$$\begin{aligned} e &= S_{por} \\ h &= 0,565(S_{tot} - S_{por}) \\ a &= S_{por} + h \\ b &= (S_{tot} - S_{por} - h) / 400 \\ c &= ((S_{tot} - S_{por} - h) / 20) + 20b \end{aligned} \quad (3.10)$$

Notons que S_{tot} peut être calculé en utilisant la méthode proposée par Adenot (1992), en considérant la teneur en CaO du ciment et le rapport E/C de la pâte de ciment. Les différentes valeurs des paramètres sont présentées dans le tableau 3.1. La Figure 3.3 montre quant à elle, l'évolution du calcium solide en fonction de la concentration Ca^{++} en le fluide. On y observe une bonne concordance entre le modèle chimique (3.9) et les données expérimentales.

Le premier terme de l'équation de diffusion (3.8) peut être déterminé par la dérivation de la variation de Ca^{solide} par rapport à Ca^{++} . Cette dérivée, désignée par $g(Ca^{++})$, représente la source de changement de phase de l'équation de conservation de la masse ; elle est exprimée par :

$$g(Ca^{++}) = \frac{\partial Ca^{solide}}{\partial Ca^{++}} = -2bCa^{++} + c + \left[\frac{1}{x_2^n} \frac{e \cdot n \cdot (Ca^{++})^{(n-1)}}{\left(1 + \left(\frac{Ca^{++}}{x_2}\right)^n\right)^2} + \frac{1}{x_1^m} \frac{h \cdot m \cdot (Ca^{++})^{(m-1)}}{\left(1 + \left(\frac{Ca^{++}}{x_1}\right)^m\right)^2} \right] \quad (3.11)$$

Les deux fonctions du modèle chimique, $f(Ca^{++})$ et $g(Ca^{++})$ sont ainsi illustrées dans la Figure 3.4. Ces deux fonctions déterminent la cinétique de la dégradation chimique.

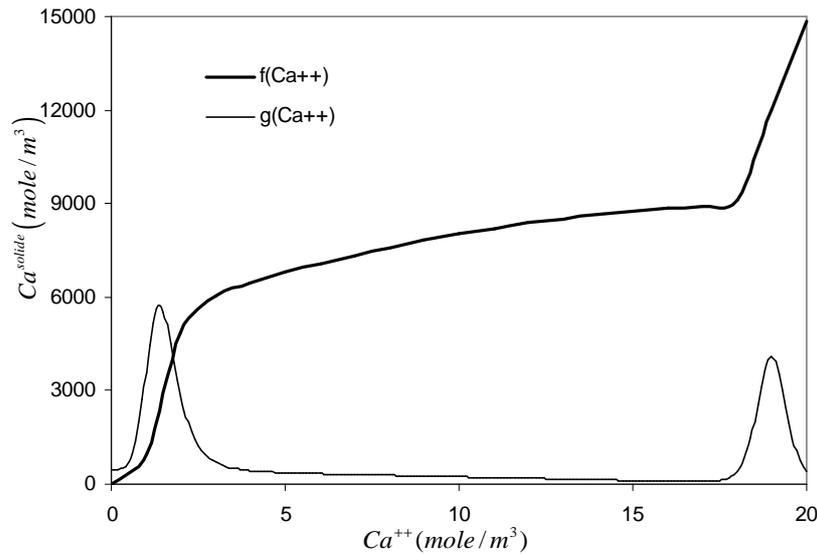


Figure 3.4: Evolution du calcium solide et du terme source en fonction de la concentration de Ca^{++} en fluide.

3.4. Coefficient de diffusion

Comme ce qui a été précédemment évoqué, le coefficient de diffusion du matériau D, est une fonction de plusieurs facteurs. Tout d'abord, ce coefficient dépend de la microstructure et de la morphologie du réseau poreux, telle que la porosité et la tortuosité. La lixiviation de la phase solide entraîne une modification de la structure et donc affecte le coefficient de diffusion. Par ailleurs le coefficient de diffusion dépend également de la concentration en calcium dans le fluide interstitiel. En restant dans une approche phénoménologique, on suppose ici que le coefficient de diffusion dépend uniquement de la concentration en calcium en phase fluide, soit la variable interne choisie dans le modèle phénoménologique chimique, Ca^{++} . En se basant sur des données expérimentales, Gérard (1996) a proposé la relation suivante pour la variation du coefficient de diffusion:

$$D = D_0 \left(\frac{D_s}{D_0} \right)^{\frac{\beta V_{por}^d + \alpha V_a^d}{V_{por}^i + V_a^i}}, \quad \alpha = (1 - \beta) \frac{V_{por}^i}{V_a^i} + 1, \quad 0 < \beta < \frac{V_a^i + V_{por}^i}{V_{por}^i} \quad (3.12)$$

où D_0 est le coefficient de diffusion en absence d'attaque chimique, D_s est le coefficient de diffusion du matériau totalement décalcifié, V_{por} est la fraction volumique de portlandite restant, V_a est la fraction volumique des autres hydrates, et les indices d et i désignent respectivement l'échantillon dégradé ou initial. Etant donné que, la dissociation de portlandite est responsable de l'augmentation de la porosité, cette dernière influence la diffusivité dans le milieu poreux. Les paramètres α et β permettent de traduire l'effet de la dissolution de la portlandite qui crée une macroporosité et qui augmente la diffusivité du milieu. Le paramètre β n'a jamais été identifié expérimentalement et le coefficient de diffusion ultime pour le matériau totalement dégradé chimiquement D_s est aussi difficile à déterminer. Ainsi, un exemple de la variation du coefficient de diffusion avec la concentration d'ions calcium Ca^{++} est présenté dans la Figure 3.5:

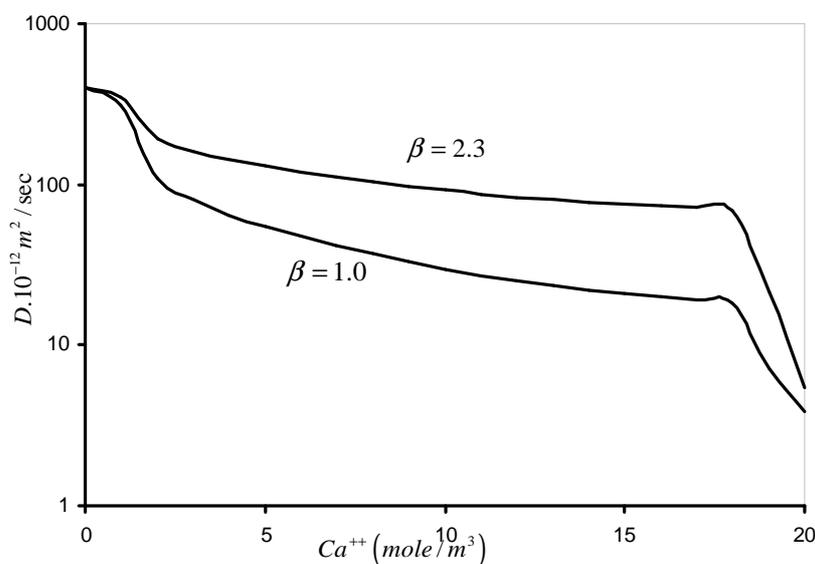


Figure 3.5: Variation du coefficient de diffusion en fonction Ca^{++} pour deux valeurs du coefficient β .

Notons que le coefficient de diffusion peut être sensible à d'autres facteurs tels que la nature du fluide d'attaque, la pression et la température. Cependant, en absence de données expérimentales permettant de déterminer des relations explicites pour ces dépendances, une méthode empirique simplifiée est souvent utilisée. On introduit un multiplicateur λ_f , appelé

le coefficient d'augmentation ou de réduction. Ainsi, on détermine le coefficient de diffusion effectif par $\lambda_t D$. La valeur du coefficient d'augmentation λ_t est déterminée à partir des essais réalisés dans de différentes conditions.

3.5. Variation de porosité par lixiviation chimique

Le processus de lixiviation et le transfert de calcium du squelette solide dans le fluide de pore induisent une augmentation du volume de pores qui provoque à leur tour une augmentation de la porosité connectée du matériau. Cette variation de porosité obtenue par le processus de lixiviation peut être déterminée à partir de la quantité de calcium dissoute du squelette, en utilisant le volume molaire moyen M/ρ basé sur l'hypothèse d'un volume molaire homogène dans le squelette. Ainsi, en faisant le bilan de masse de la quantité de calcium dissoute, on obtient la variation de porosité d'origine chimique:

$$\Delta\phi_c = \phi_c - \phi_r = \frac{M}{\rho} \left[S_{tot} - f(Ca^{++}) \right] \quad (3.13)$$

où M (kg/mol) est la masse molaire moyenne, ρ (kg/m³) est la masse volumique et S_{tot} (mol/m³) est la teneur en calcium total dans le squelette. Sur la Figure 3.6, on a montré un exemple de l'évolution de la porosité en fonction de la concentration de calcium dans le fluide de pore. Quand la concentration de calcium en fluide est faible, le déséquilibre chimique est important. La quantité de calcium dissoute est ainsi importante entraînant une forte augmentation de la porosité connectée à l'issue de la dissolution de calcium de la phase solide.

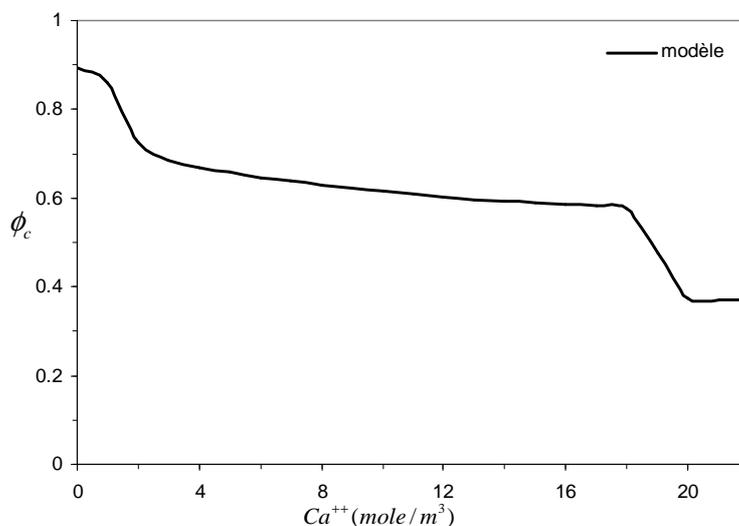


Figure 3.6: Evolution de la porosité en fonction de Ca^{++}

Les paramètres représentatifs de modèle chimique phénoménologique pour la lixiviation d'une pâte de ciment sont présentés dans le Tableau 3.1.

Tableau 3.1. Paramètres du modèle chimique phénoménologique

Paramètres de $f(Ca^{++})$	Paramètres de la diffusion	Paramètres de la porosité
$S_{tot} = 15278 \text{ mole} / \text{m}^3$	$D_0 = 3.10^{-12} \text{ m}^2 / \text{s}$	$\frac{M}{\rho} = 3.5.10^{-5} \text{ m}^3 / \text{mole}$
$S_{por} = 4427 \text{ mole} / \text{m}^3$	$D_s = 400.10^{-12} \text{ m}^2 / \text{s}$	
$x_1 = 1.5$	$V_{por} = 0.18$	
$x_2 = 19$	$\beta = 2.3$	
$n = 70$		
$m = 5$		

3.6. Résolution numérique du problème de diffusion

Le problème de diffusion des ions de calcium dans le fluide interstitiel est gouverné par l'équation de diffusion généralisée (3.8) dont l'inconnue principale est la concentration en calcium dans le fluide Ca^{++} . Rappelons qu'un code de calcul par éléments finis, THMPASA, a été développé au laboratoire de mécanique de Lille pour la résolution des problèmes de couplage thermo-hydrromécanique en milieux poreux saturés et partiellement saturés. Nous avons choisi d'étendre ce code de calcul par le développement d'un module de résolution du problème de diffusion chimique couplé au problème THM. Ainsi la méthode des éléments finis est utilisée pour le problème de diffusion. En adoptant la description macroscopique du milieu poreux dans le cadre de la théorie de Biot (1944, 1955, 1957), le milieu poreux est considéré comme la superposition de deux milieux continus. A chaque point géométrique se trouvent deux particules distinctes, respectivement de fluide et de squelette, animées de deux cinématiques différentes. Par conséquent, on cherche à déterminer à chaque point géométrique et pour chaque instant, la concentration de calcium dans le fluide interstitiel, soit $Ca^{++}(\vec{x}, t)$. On rappelle ici l'équation de diffusion généralisée:

$$g(Ca^{++}) \cdot \frac{\partial Ca^{++}}{\partial t} = \text{div} \left[D(Ca^{++}) \cdot \vec{\nabla}(Ca^{++}) \right] \quad (3.14)$$

Dans le cas tridimensionnel, cette équation différentielle s'écrit sous la forme suivante:

$$g(Ca^{++}) \frac{\partial Ca^{++}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(Ca^{++}) \frac{\partial Ca^{++}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D(Ca^{++}) \frac{\partial Ca^{++}}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[D(Ca^{++}) \frac{\partial Ca^{++}}{\partial z} \right] \quad (3.15)$$

On considère maintenant un milieu poreux continu occupant un domaine géométrique Ω de frontière $\partial\Omega$. Ce milieu poreux est soumis à des conditions aux limites qui doivent être précisées pour la résolution du problème de diffusion. On peut généralement distinguer trois types de conditions aux limites:

- Une concentration connue sur la frontière $\partial\Omega_1$
- Un flux de concentration nul sur la frontière $\partial\Omega_2$
- Un flux de concentration en calcium imposé sur la frontière $\partial\Omega_3$

Avec les conditions de compatibilité suivantes :

$$\partial\Omega = \partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2 \cup \partial\Omega_3 \text{ et } \partial\Omega_1 \cap \partial\Omega_2 = \partial\Omega_1 \cap \partial\Omega_3 = \partial\Omega_2 \cap \partial\Omega_3 = \emptyset$$

En notant $C = Ca^{++}$ pour simplifier l'écriture, les conditions aux limites précédentes sont réécrites sous la forme suivante:

$$\begin{cases} C = C_1(x, y, z, t) & \text{sur } \partial\Omega_1 \\ \frac{\partial C}{\partial n} = 0 & \text{sur } \partial\Omega_2 \\ D \frac{\partial C}{\partial n} + \alpha(C - C_a) = 0 & \text{sur } \partial\Omega_3 \end{cases} \quad (3.16)$$

où C_a est la concentration à la frontière et α est un coefficient d'échange de flux.

Dans le cadre de la méthode des éléments finis, le domaine géométrique Ω est discrétisé en un nombre fini d'éléments caractérisé par un nombre fini de nœuds. En choisissant des fonctions d'interpolation adéquates et en adoptant la méthode des résidus de Galerkin, on obtient un système d'équations discrétisé dont les inconnues principales sont les valeurs de la concentration de calcium aux nœuds. Par la suite, en utilisant les fonctions d'interpolation, il est possible de déterminer la concentration de calcium et son gradient dans tout le domaine. Le détail de la mise en oeuvre de la méthode des éléments finis est résumé dans l'Annexe 1.

3.7. Conclusion

Dans ce chapitre, on a précisé la définition de l'endommagement chimique dans le processus de lixiviation de la pâte de ciment par un fluide d'attaque. L'endommagement chimique est directement relié à la variation de porosité totale connectée. Un modèle chimique phénoménologique est proposé pour la description du processus de lixiviation. Quelques relations de base ont été précisées. On a montré que la cinétique de la dégradation chimique est contrôlée par le processus de diffusion des ions de calcium dans le fluide interstitiel. Un module spécifique a été développé pour la résolution numérique du problème de diffusion par la méthode des éléments finis. Dans le chapitre suivant, nous allons présenter un modèle spécifique pour la description du couplage hydromécanique et dégradation chimique pour une pâte de ciment particulière.

Chapitre 4:

Modélisation du couplage hydromécanique et chimique pour une pâte de ciment

Dans ce chapitre, nous allons présenter l'application du modèle élastoplastique couplé à l'endommagement et du modèle de lixiviation chimique à une pâte de ciment pétrolière. Certaines fonctions spécifiques seront précisées en tenant compte des particularités du comportement mécanique et de la dégradation chimique du matériau étudié. On précisera d'abord les effets de la dégradation chimique sur le comportement mécanique du ciment. La simulation de quelques essais en laboratoire sera présentée sur des échantillons sains et dégradés. Ensuite, on abordera la modélisation du couplage hydromécanique et chimique avec comme exemple la simulation de quelques essais couplés en laboratoire.

Les essais de compression triaxiale effectués sur la pâte de ciment ont montré que le comportement mécanique de base de ce matériau est de type élastoplastique ductile. L'endommagement mécanique par microfissuration sous chargement mécanique est négligeable, notamment quand le matériau est confiné. Par conséquent, dans ce chapitre, on supposera que l'endommagement mécanique de la pâte de ciment est négligeable. Nous nous intéressons au couplage entre l'endommagement chimique et le comportement élastoplastique. Il faut souligner que la prise en considération simultanée de l'endommagement mécanique et chimique pourra être traitée dans le cadre général de modélisation mentionné au chapitre 1.

4.1. Comportement élastique du matériau dégradé

La dégradation chimique affecte les propriétés élastiques de la pâte de ciment. Faisant l'hypothèse d'un matériau élastique, le comportement élastique est caractérisé par les modules de compressibilité et de cisaillement. Dans le matériau endommagé, ces deux modules sont fonctions des variables d'endommagement mécanique et chimique, soit $k(d_m, d_c)$ et $\mu(d_m, d_c)$. En absence de l'endommagement mécanique ($d_m = 0$), ces modules dépendent seulement de l'endommagement chimique d_c . Comme ce qui a été indiqué, les analyses micromécaniques permettent d'estimer les propriétés élastiques des matériaux dégradés en

fonction de la densité de microfissures ou de la porosité (Nemat-Nasser et Horri, 1993). Concernant l'impact de la lixiviation chimique, il s'agit d'estimer les propriétés élastiques du matériau dégradé en fonction de l'endommagement chimique exprimé ici en terme de l'augmentation de la porosité par lixiviation de calcium solide. Nous avons adopté ici les relations suivantes, basées sur un schéma de type Mori-Tanaka:

$$k(d_m, d_c) = \frac{k_0}{1 + \alpha_1 d_c}, \quad \mu(d_m, d_c) = \frac{\mu_0}{1 + \alpha_2 d_c} \quad (4.1)$$

Les paramètres k_0 et μ_0 sont respectivement les modules d'incompressibilité et de cisaillement du matériau sain. Les paramètres α_1 et α_2 définissent la détérioration progressive des propriétés élastiques due au processus de lixiviation chimique. Dans une approche macroscopique telle adoptée ici, les valeurs de ces deux paramètres peuvent être identifiées grâce à des données expérimentales. Par exemple, en connaissant les valeurs initiales des modules du matériau sain ($d_c = 0$) et celles du matériau complètement dégradé ($d_c = \phi_c - \phi_r$), il est aisé de déterminer les valeurs des paramètres α_1 et α_2 . Sur la Figure 4.1, nous avons montré un exemple de variations des modules élastiques en fonction de la variable d'endommagement chimique d_c pour une pâte de ciment pétrolier.

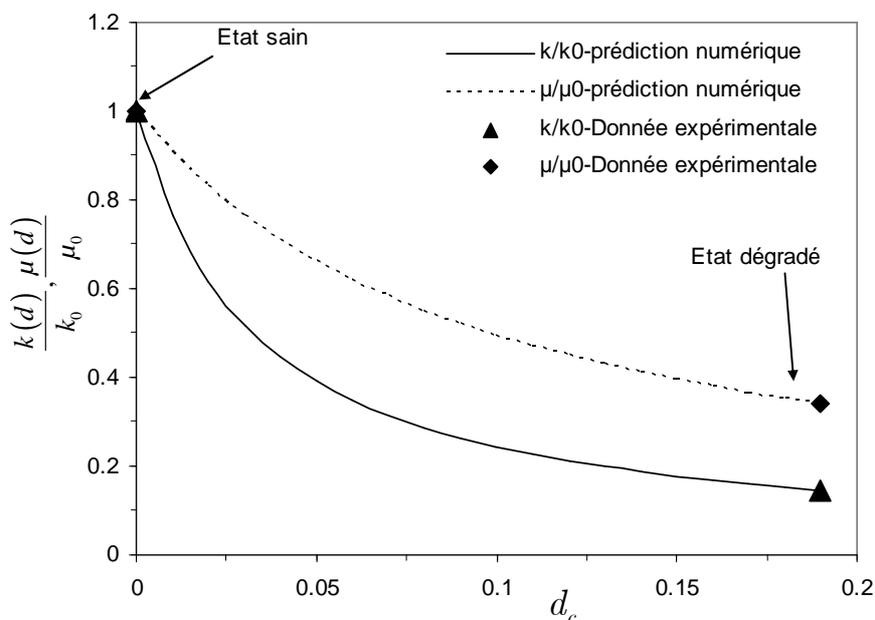


Figure 4.1: Variations relatives des modules de compressibilités et de cisaillement en fonction de l'endommagement chimique

4.2. Comportement plastique

Dans le chapitre 1, nous avons proposé un modèle de comportement plastique pour des géomatériaux semi fragiles sous contraintes déviatoriques. Ce modèle est maintenant appliqué à la description du comportement plastique de la pâte de ciment. Pour cela, on précisera l'impact de la lixiviation chimique sur le comportement plastique du ciment.

Par ailleurs, en raison de la dissolution de calcium solide, la porosité de la pâte de ciment augmente considérablement. Les données expérimentales ont montré une compaction volumique plastique sous contrainte hydrostatique. Cette déformation plastique est due à l'effondrement des pores quand la contrainte hydrostatique atteint une certaine limite. Afin de prendre en compte de ce mécanisme, la déformation plastique est décomposée en deux composantes ; une liée au mécanisme déviatorique et l'autre liée à celui de l'effondrement des pores « pore collapse ». Ainsi, on écrit :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^P = d\underline{\underline{\varepsilon}}^{pc} + d\underline{\underline{\varepsilon}}^{ps} \quad (4.2)$$

4.2.1 Mécanisme de plasticité déviatorique

Le mécanisme de plasticité déviatorique est un mécanisme commun pour la plupart des géomatériaux. Ce mécanisme dépend des trois invariants de contrainte. Il convient de définir une fonction de charge, un potentiel plastique et une loi d'écrouissage plastique. Le modèle proposé au chapitre 1 est appliqué ici à la pâte de ciment. Rappelons seulement les expressions des fonctions utilisées (index s désignera le mécanisme déviatorique).

Fonction de charge et de la rupture:

$$F_s = \bar{\sigma} - g(\theta)\bar{\sigma}_c = 0 ; f_s = \bar{\sigma} - \beta(\gamma_p)g(\theta)\bar{\sigma}_c = 0 ; \bar{\sigma}_c = \left[\frac{1}{c_{20}} \left(c_{30} + \frac{I}{f_c} \right) \right]^{\frac{1}{n}} f_c \quad (4.3)$$

Potentiel plastique:

$$Q_s(\underline{\underline{\sigma}}) = \bar{\sigma} + \mu_c g(\theta) \bar{I} \ln \left(\frac{\bar{I}}{I_0} \right) = 0, \quad \bar{I} = c_{30} f_c + I \quad (4.4)$$

Loi d'écrouissage :

$$\beta(\gamma_p) = \beta_0 + (1 - \beta_0) \frac{\gamma_p}{A_0 + \gamma_p} \quad (4.5)$$

Par rapport à la formulation générale donnée au chapitre 1, nous avons légèrement modifié l'expression de la fonction de charge afin de mieux décrire le comportement plastique de la pâte de ciment. En particulier, il a été constaté que la courbure de la surface de charge doit dépendre de l'état de dégradation chimique. Ainsi, un paramètre d'exposant n est introduit dans la fonction de charge (4.3) en négligeant le terme linéaire en I (en imposant $c_{10} = 0$).

Influence de lixiviation chimique sur le comportement plastique

Comme l'endommagement mécanique, l'endommagement chimique affecte le comportement plastique du matériau. Notamment, il a été constaté que l'endommagement chimique affecte significativement la résistance mécanique du matériau. Plus précisément, la cohésion et le frottement interne du matériau dépendent clairement de l'endommagement chimique. Dans notre modèle, les deux paramètres contrôlant la cohésion et le frottement sont la résistance en compression simple f_c et le coefficient n . En suivant la même démarche que celle utilisée pour le couplage plasticité – endommagement mécanique, on suppose que ces deux paramètres varient en fonction de la variable d'endommagement chimique d_c :

$$f_c = f_{c0}R(d_c) \quad (4.6)$$

$$n = n_0 + n_1d_c \quad (4.7)$$

f_{c0} représente la résistance en compression simple du matériau sain. n_0 et n_1 définissent la non linéarité de la surface de rupture des matériaux sain et dégradé. On a proposé une fonction hyperbolique pour $R(d_c)$:

$$R(d_c) = \frac{1}{1 + \alpha_3 d_c} \quad (4.8)$$

Le paramètre α_3 définit ainsi la diminution de la résistance en compression simple due à la lixiviation chimique. Sur la Figure 4.2, nous avons montré un exemple de variation de la résistance en compression simple en fonction de l'endommagement chimique pour une pâte de ciment pétrolière. La Figure 4.3 présente une illustration de la surface de rupture pour différents états de dégradation chimique dans l'espace $(d_c, I, \bar{\sigma})$. On peut constater que le domaine élastique diminue progressivement avec la dégradation chimique.

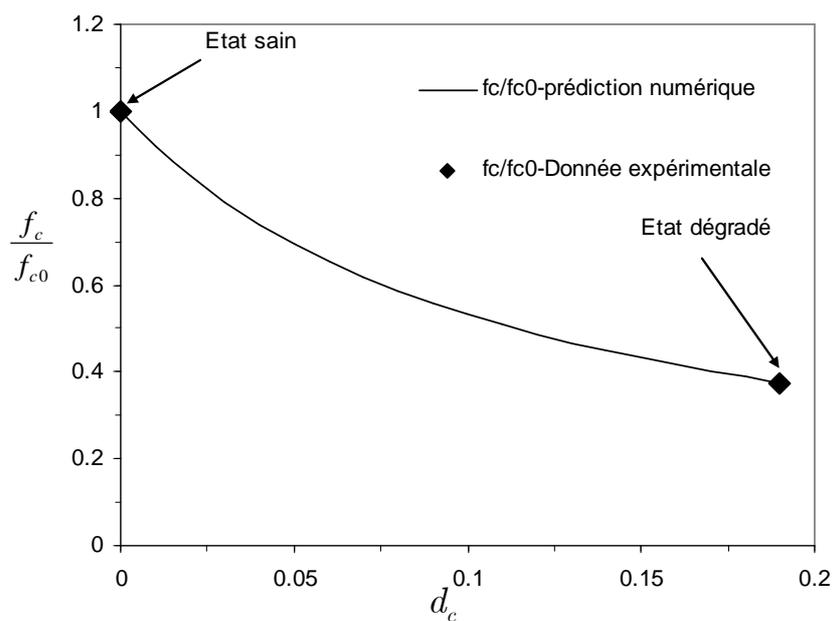


Figure 4.2: Variation relative de la résistance en compression simple avec l'endommagement chimique

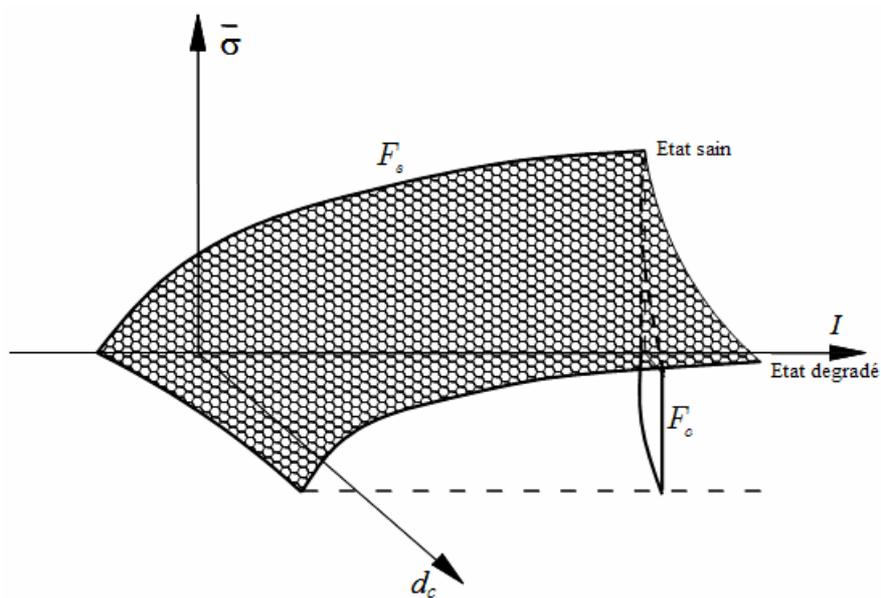


Figure 4.3: Evolution de la surface de rupture en fonction de l'endommagement chimique

En tenant de l'impact de l'endommagement chimique sur le comportement plastique, la règle plastique pour le mécanisme déviatorique peut s'écrire :

$$d\varepsilon_{ij}^{ps} = d\lambda_p^s(d_c) \frac{\partial Q_s(\underline{\sigma}, d_c)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.9)$$

Le multiplicateur plastique correspondant est déterminé à partir de la condition de cohérence plastique:

$$\frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f_s}{\partial \gamma_p} d\gamma_p + \frac{\partial f_s}{\partial d_c} d(d_c) = 0 \quad (4.10)$$

En y introduisant la loi de comportement on obtient :

$$d\lambda_p^s = \frac{\frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^b d\varepsilon_{kl} + \frac{\partial f_s}{\partial d_c} d(d_c)}{\frac{\partial f_s}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : C^b : \frac{\partial Q_s}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} - H_s} \quad (4.11)$$

$$H_s = \frac{\partial f_s}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \gamma_p} \frac{1}{A_1(I)} \sqrt{\frac{2}{3} \left(\mathbb{K} : \frac{\partial Q_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) : \left(\mathbb{K} : \frac{\partial Q_p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)} \quad (4.12)$$

Dans (4.12), le premier thème du numérateur représente le taux de déformation plastique provoqué par un chargement mécanique tandis que le second définit le taux de déformation plastique induit par la dégradation chimique du matériau.

4.2.2 Mécanisme de compaction volumique

En raison de la forte porosité de la pâte de ciment, on observe une compaction volumique plastique par l'effondrement des pores sous contrainte hydrostatique. D'une manière générale, la courbe contrainte – déformation d'un matériau poreux en compression hydrostatique peut se diviser en trois phases : une phase élastique linéaire, une phase de l'effondrement des pores accompagné d'une forte compaction volumique et enfin une phase durcissement lié à l'augmentation de contact entre grains. Dans notre étude, on s'intéresse à la réponse plastique du ciment sous pression de confinement élevée. Le mécanisme déviatorique seul ne permet pas de bien reproduire la déformation volumique du matériau, notamment le chemin de contrainte est proche de celui de la compression hydrostatique. Il convient alors de compléter la modélisation plastique d'un mécanisme d'effondrement des pores. Cependant, ce mécanisme n'est pas le mécanisme essentiel pour la plupart des chemins de chargement et étant donné que l'accent est mis sur le couplage mécanique et chimique, on adopte une description simplifiée de ce mécanisme plastique. On suppose que ce mécanisme est purement sphérique dépendant uniquement de la contrainte moyenne, soit la fonction de charge :

$$F_c = \frac{I}{3} - P_c(\varepsilon_v^{pc}, d_c) \leq 0 \quad ; \quad I = -tr(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (4.13)$$

La fonction d'écrouissage P_c définit le seuil actuel pour l'effondrement plastique des pores. En s'inspirant du modèle de Cam-Clay pour la consolidation plastique des sols, le seuil de plasticité est exprimé en fonction de la déformation plastique volumique par une fonction exponentielle :

$$P_c = P_{c0} \exp(-\alpha \varepsilon_v^{pc}) \quad (4.14)$$

La variable ε_v^{pc} est la déformation volumique plastique liée au mécanisme de pore collapse ; α est un paramètre du modèle qui caractérise la cinétique de l'écrouissage plastique. Le paramètre P_{c0} définit le seuil initial de l'effondrement plastique des pores. Il est clair que ce seuil dépend de la porosité actuelle, et donc de l'endommagement chimique du matériau. La relation suivante est proposée pour décrire une telle dépendance:

$$P_{c0} = \frac{P_{c0}^s}{1 + \alpha_4 d_c} \quad (4.15)$$

α_4 est un paramètre du modèle définissant la réduction du seuil de plasticité par la lixiviation chimique. P_{c0}^s est le seuil de plasticité du matériau chimiquement non dégradé ($d_c = 0$). L'analyse micromécanique sur le comportement plastique des matériaux poreux ont démontré que le seuil de plasticité hydrostatique macroscopique dépend de la porosité initiale du matériau (Gurson, 1977 ; Leblond et Perrin, 1996):

$$P_{c0}^s = -\frac{2}{3} \bar{\sigma}_0 \text{Ln}\phi \quad (4.16)$$

$\bar{\sigma}_0$ représente le seuil plastique de la matrice solide. La fonction de charge dépend de l'évolution de la porosité du matériau. Sur la Figure 4.4, nous avons montré un exemple de variation de P_{c0} en fonction de l'endommagement chimique.

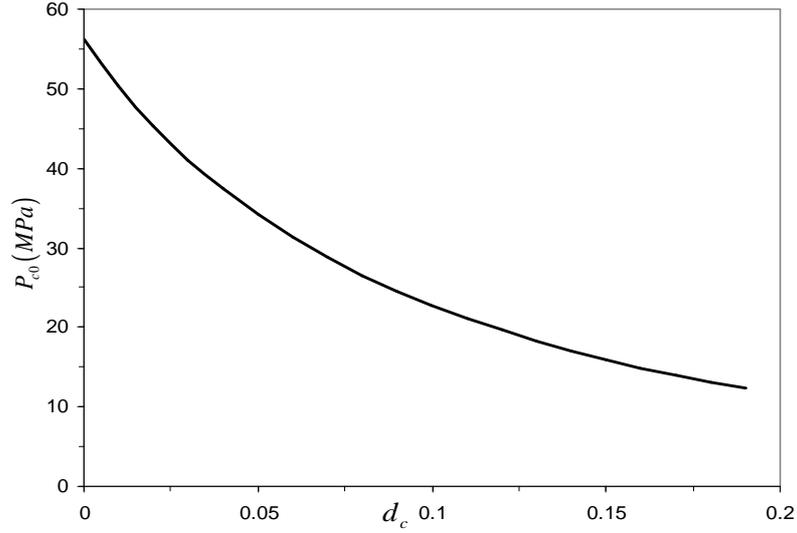


Figure 4.4: Variation de du seuil de plasticité hydrostatique (P_{c0}) en fonction de l'endommagement chimique

La Figure 4.5 montre que l'évolution de la surface de charge hydrostatatique en fonction de l'endommagement chimique dans le plan (I, d_c).

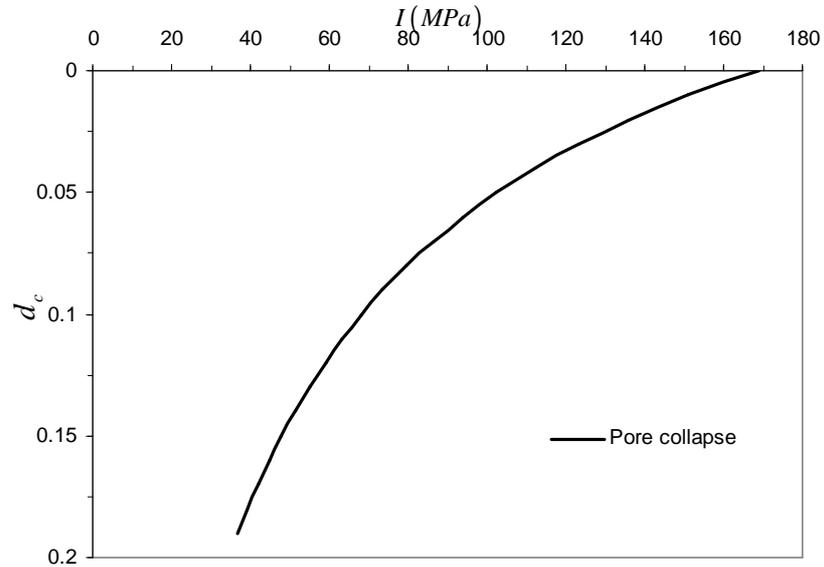


Figure 4.5: Evolution de la surface de charge hydrostatatique dans le plan (I, d_c).

Pour le mécanisme de l'effondrement plastique des pores dépendant uniquement de la contrainte hydrostatique, une règle d'écoulement plastique associée est utilisée, soit :

$$d\varepsilon_{ij}^{pc} = d\lambda_p^c \frac{\partial Q_c(I, \varepsilon_v^{pc}, d_c, \phi_r)}{\partial \sigma_{ij}} = -\frac{1}{3} d\lambda_p^c \delta_{ij} \quad (4.17)$$

Le multiplicateur plastique correspondant à ce mécanisme plastique est déterminé à partir de la condition de cohérence plastique:

$$\frac{\partial F_c}{\partial I} dI + \frac{\partial F_c}{\partial \varepsilon_v^{pc}} d\varepsilon_v^{pc} + \frac{\partial F_c}{\partial d_c} d(d_c) + \frac{\partial F_c}{\partial \phi} d\phi = 0 \quad (4.18)$$

L'expression du multiplicateur plastique obtenue est donc:

$$d\lambda_p^c = \frac{-k(d_c)d\varepsilon_v + \frac{\partial F_c}{\partial d_c} d(d_c) + \frac{\partial F_c}{\partial \phi} d\phi_c}{k(d_c) - H_c} \quad (4.19)$$

$$H_c = -\frac{\partial F_c}{\partial \varepsilon_v^{pc}} - \frac{\partial F_c}{\partial \phi} (1 - \phi) \quad (4.20)$$

$k(d_c)$ est le module de compressibilité du matériau endommagé.

4.2.3 Couplage entre les deux mécanismes de plasticité

Sur un chemin de chargement complexe, les deux mécanismes de plasticité peuvent être activés en même temps. Il convient alors de résoudre un système couplé vérifiant les conditions de cohérence plastique afin de déterminer les multiplicateurs plastiques des deux mécanismes. Des méthodes générales ont été proposées par Simo et Hughes (1997). On donne ici les grandes lignes de l'algorithme utilisé.

1. Si $F_c < 0$ et $f_s < 0$, les contraintes appliquées se trouvent dans le domaine élastique. L'écoulement plastique n'est pas activé et on a: $d\lambda_p^c = 0$ et $d\lambda_p^s = 0$.
2. Si $F_c \geq 0$ et $f_s < 0$, le mécanisme de l'effondrement plastique est activé tandis que celui de la plasticité déviatorique ne l'est pas. Le multiplicateur plastique $d\lambda_p^c > 0$ est donc calculé par l'équation (4.19) et on a $d\lambda_p^s = 0$.
3. Si $F_c < 0$ et $f_s \geq 0$, le mécanisme déviatorique est activé tandis que celui de l'effondrement des pores ne l'est pas. Le multiplicateur plastique $d\lambda_p^s > 0$ est donc calculé par l'équation (4.11) et on a $d\lambda_p^c = 0$.

4. Si $F_c \geq 0$ et $f_s \geq 0$, les deux mécanismes plastiques sont activés. Les multiplicateurs plastiques $d\lambda_p^c$ et $d\lambda_p^s$ sont déterminés par les conditions de cohérence plastique conjointes, qui conduisent à résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \left[\frac{\partial F_c}{\partial \underline{\underline{\sigma'}}} : C^b : \frac{\partial Q_c}{\partial \underline{\underline{\sigma'}}} - H_c \right] d\lambda_p^c + \left[\frac{\partial F_c}{\partial \underline{\underline{\sigma'}}} : C^b : \frac{\partial Q_s}{\partial \underline{\underline{\sigma'}}} \right] d\lambda_p^s = F_c \left[\underline{\underline{\sigma'}}, \varepsilon_v^{pc}, d_c, \phi \right] + \frac{\partial F_c}{\partial d_c} d(d_c) + \frac{\partial F_c}{\partial \phi} d\phi \\ \left[\frac{\partial f_s}{\partial \underline{\underline{\sigma'}}} : C^b : \frac{\partial Q_c}{\partial \underline{\underline{\sigma'}}} \right] d\lambda_p^c + \left[\frac{\partial f_s}{\partial \underline{\underline{\sigma'}}} : C^b : \frac{\partial Q_s}{\partial \underline{\underline{\sigma'}}} - H_s \right] d\lambda_p^s = f_s \left[\underline{\underline{\sigma'}}, \gamma_p, d_c \right] + \frac{\partial f_s}{\partial d_c} d(d_c) \end{cases} \quad (4.21)$$

4.3. Exemples de simulation

Dans ce paragraphe, nous allons présenter les simulations des essais en laboratoire sur une pâte de ciment pétrolière à l'aide du modèle de comportement élastoplastique couplé à l'endommagement chimique. Il s'agit des essais de compression triaxiale effectués respectivement sur des échantillons sains et dégradés (Burlion et al. 2006). Les échantillons dégradés ont été obtenus par le trempage dans un fluide acide (solution de nitrate d'ammonium). Une série d'essais de compression triaxiale sous différentes pressions de confinement ont été effectués.

La porosité de référence correspond à l'état sain est de ($\phi_r = 0.37$), et la porosité du matériau totalement dégradé est de $\phi_d = 0.56$. Ceci nous permet de calculer la valeur de l'endommagement chimique qui est de $d_c = \phi_d - \phi_r = 0.19$.

En utilisant les données expérimentales obtenues et la procédure d'identification des paramètres présentée au chapitre 1, nous avons obtenu un jeu de paramètres représentatif pour ce matériau étudié, donnés sur le Tableau 4.1.

Tableau 4.1. Paramètres représentatifs pour une pâte de ciment pétrolière

Paramètres d'élasticité	Paramètres pour la plasticité hydrostatique	Paramètres pour la plasticité déviatorique
$E_0 = 10 \text{ GPa}$	$\alpha_4 = 8.78, \bar{\sigma}_0 = 84.9 \text{ MPa}$	$\alpha_3 = 8.78, f_{co} = 29 \text{ MPa}$
$\nu_0 = 0.35$		$c_{10} = 0, c_{20} = 1.19, c_{30} = 0.18,$
$\alpha_1 = 31, \alpha_2 = 10.2$	$\alpha = 24, \phi_r = 0.37$	$n_0 = 1.5, n_1 = 4.5, A_0 = 5.35 \text{ E-4}$
		$b = 0.0535, \mu_c = 0.575$

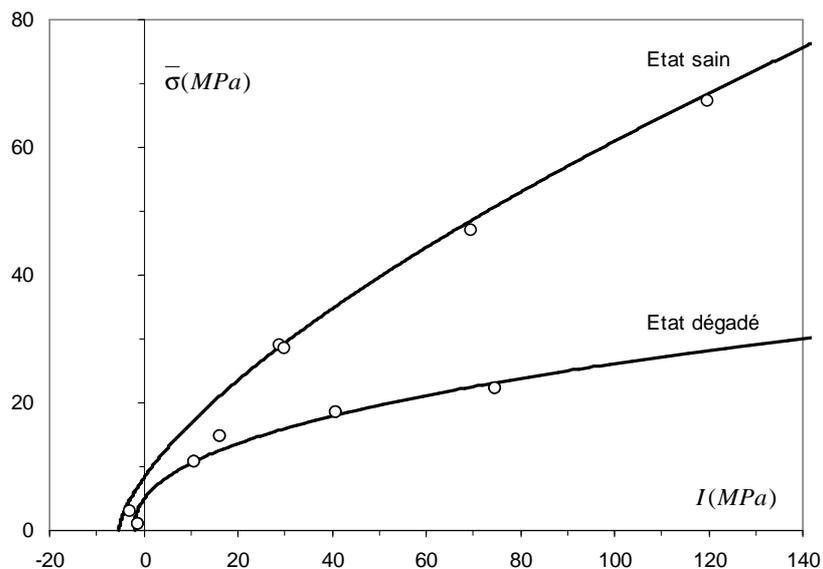


Figure 4.6: Surfaces de rupture pour les matériaux sain et dégradé - Comparaison entre les prédictions analytiques (lignes continues) et les données expérimentales (cercles).

Sur la Figure 4.6, nous avons montré les surfaces de rupture respectivement pour le matériau sain et le matériau dégradé. On peut constater une forte réduction de la résistance mécanique par la lixiviation chimique. La Figure 4.7 montre l'identification de la loi d'érouissage plastique déviatorique lors d'un essai de compression triaxiale à $P_c = 20MPa$. On obtient une bonne concordance entre la courbe théorique et les données expérimentales.

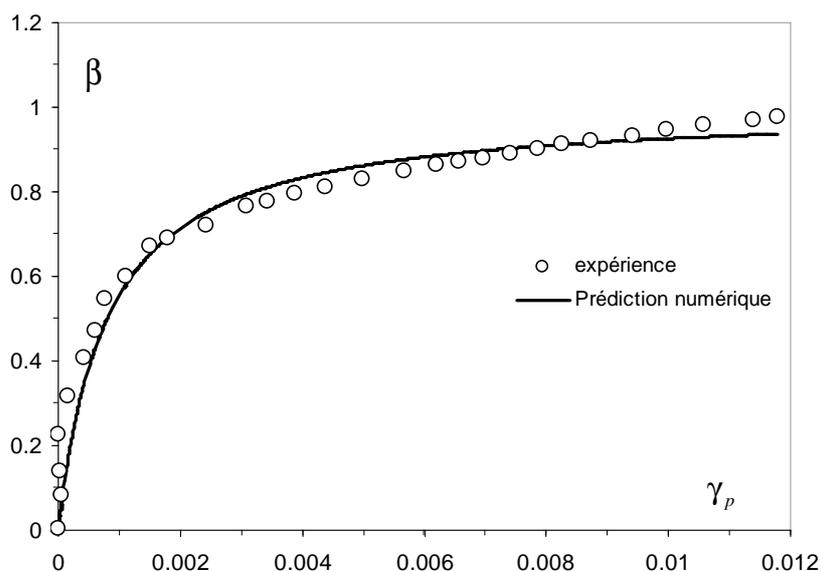


Figure 4.7: Courbe d'évolution de la loi d'érouissage plastique déviatorique pour un essai de compression triaxiale à $P_c = 20MPa$.

Essai de compression hydrostatique à l'état dégradé:

La Figure 4.8 montre la simulation d'un essai de compression hydrostatique sur un échantillon totalement dégradé. On distingue deux phases de réponse dans l'intervalle de la contrainte appliquée: une phase élastique et une autre de compaction plastique. On constate que le modèle plastique hydrostatique proposé décrit bien la déformation plastique par l'effondrement des pores. Notons que la phase de l'écroutissage plastique par l'augmentation de contact entre grains n'est pas mise en évidence dans cet intervalle de contrainte.

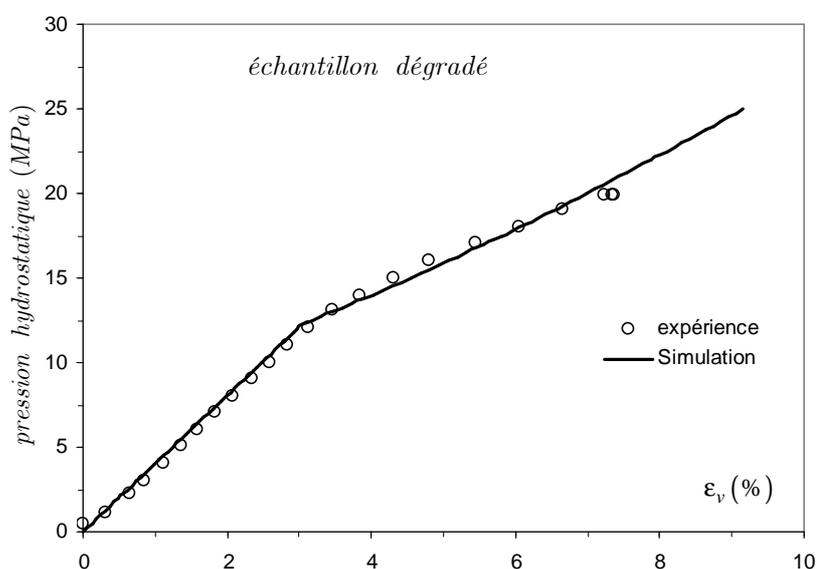


Figure 4.8: Comparaison entre les données expérimentales et la prédiction du modèle pour un essai de compression hydrostatique d'un matériau totalement dégradé

Essais de compression uniaxiale et triaxiale à l'état sain:

Les Figures 4.9 à 4.12 présentent les simulations des essais de compression triaxiale sur les éprouvettes de référence (matériau sain) avec différentes pressions de confinement. De façon générale, il y a une bonne concordance pour l'ensemble des essais. Notons que pour les essais de compression simple et à de très faibles confinements, on obtient un comportement radoucissant post-localisation par l'endommagement mécanique. Mais, ce type de comportement disparaît pour des pressions de confinement élevées. Comme ce qui a été souligné, l'endommagement mécanique est négligé pour la pâte de ciment étudié et par conséquent le comportement radoucissant n'est pas pris en considération dans cette étude.

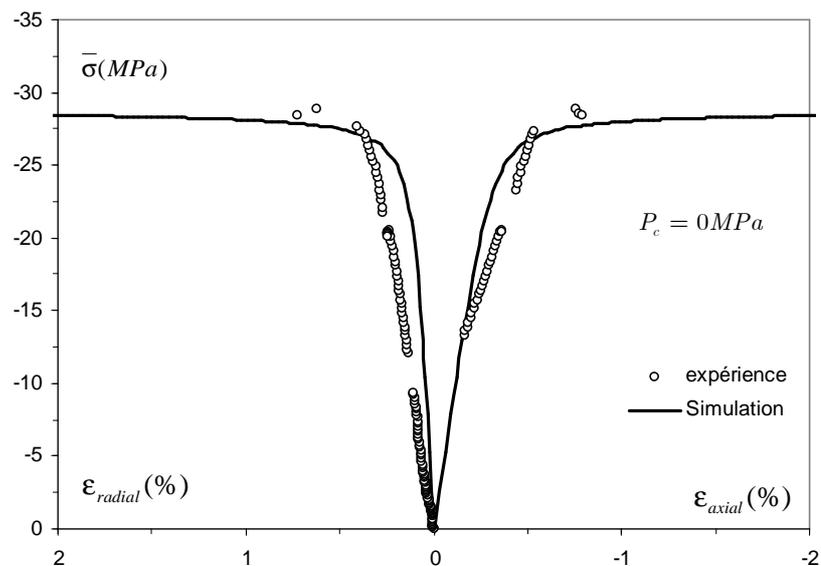


Figure 4.9: Comparaison entre l'expérience et la simulation pour un essai de compression simple sur le matériau sain.

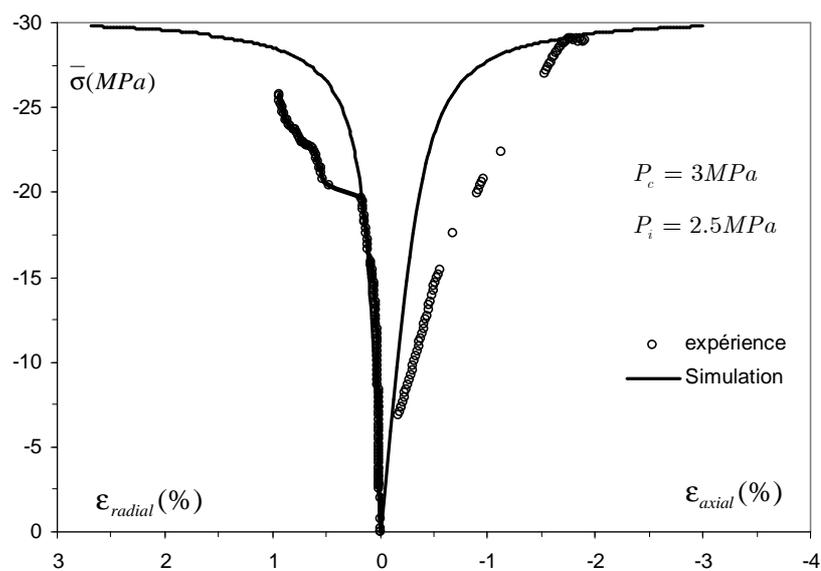


Figure 4.10: Comparaison entre l'expérience et la simulation d'un essai de compression triaxiale avec une pression de confinement de 3MPa et une pression de pore de 2.5MPa sur un échantillon sain

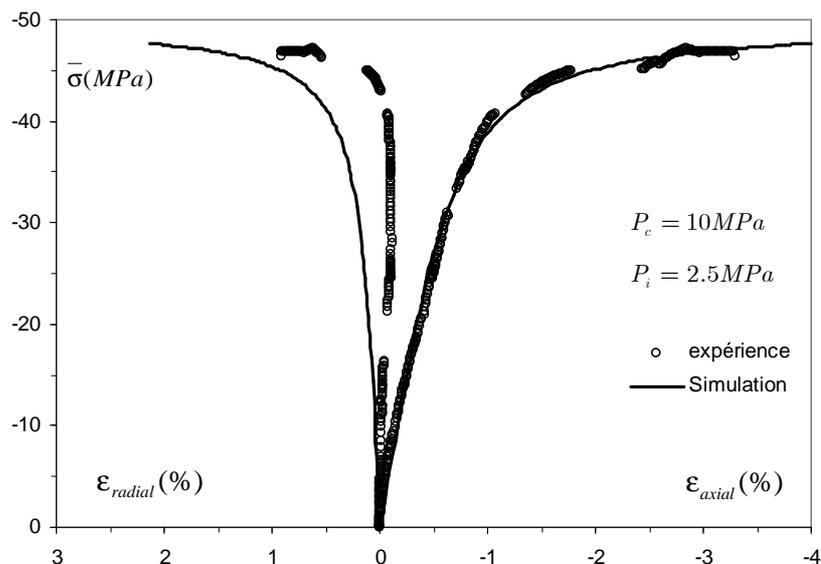


Figure 4.11: Comparaison entre l’expérience et la simulation d’un essai de compression triaxiale avec une pression de confinement de 10MPa et une pression de pore de 2.5MPa sur un échantillon sain

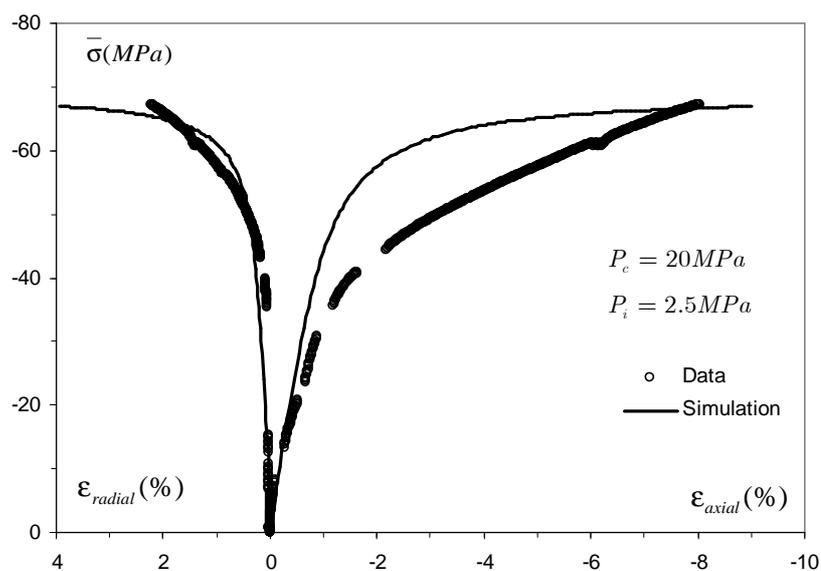


Figure 4.12: Comparaison entre l’expérience et la simulation d’un essai de compression triaxiale avec une pression de confinement de 20MPa et une pression de pore de 2.5MPa sur un échantillon sain

Essais de compression uniaxiale et triaxiale sur échantillons dégradés:

Des essais de compression triaxiale à différentes pressions de confinement ont été effectués et simulés à l’aide du modèle. Les comparaisons les données expérimentales et les simulations sont présentées dans les Figures 4.13 à 4.15. D’un point de vue qualitatif, on

constate une très bonne concordance entre les expériences et les simulations numériques. Notamment, l'influence de la lixiviation sur la résistance mécanique a été prise en compte. Notons les réponses mécaniques du matériau dégradé semblent être plus ductile ; on n'observe pas de comportement radoucissant même à de faibles pressions de confinement.

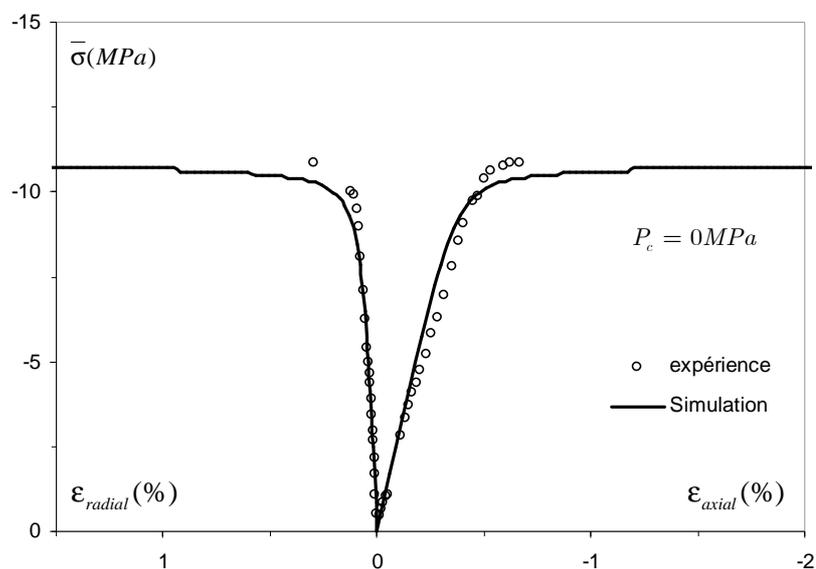


Figure 4.13: Comparaison entre l'expérience et la simulation pour un essai de compression triaxiale uniaxiale sur un échantillon dégradé

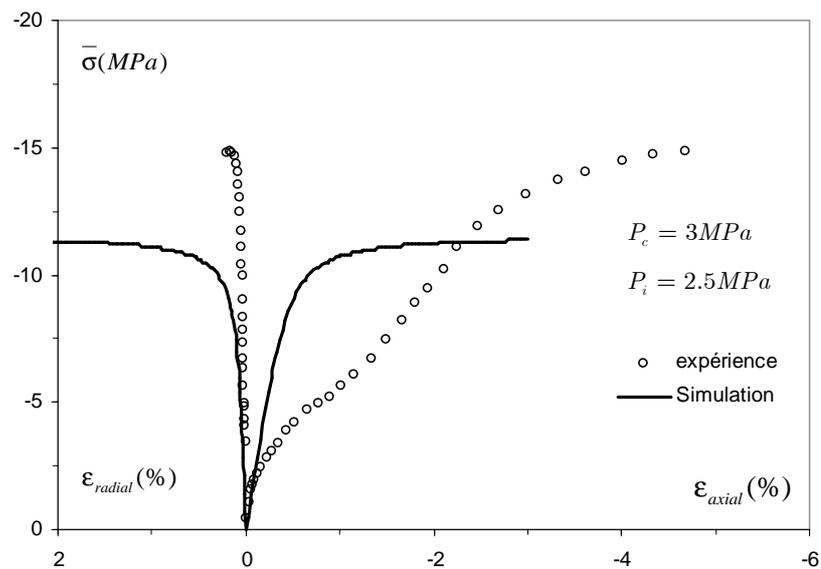


Figure 4.14: Comparaison entre l'expérience et la simulation numérique pour un essai de compression triaxiale avec une pression de confinement de 3MPa et une pression de pore de 2.5MPa sur un échantillon totalement dégradé

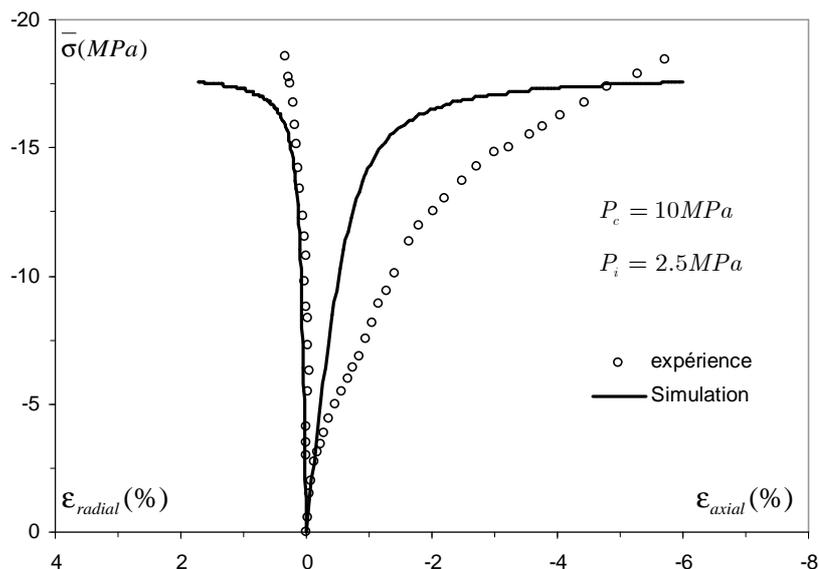


Figure 4.15: Comparaison entre l’expérience et la simulation numérique pour un essai de compression triaxiale avec une pression de confinement de 10MPa et une pression de pore de 2.5MPa sur un échantillon totalement dégradé

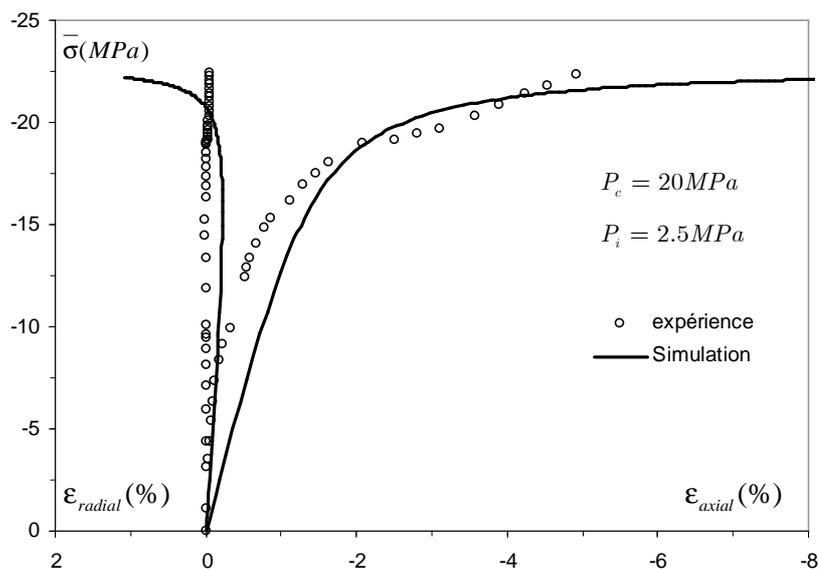


Figure 4.16: Comparaison entre l’expérience et la simulation numérique pour un essai de compression triaxiale avec une pression de confinement de 20MPa et une pression de pore de 2.5MPa sur un échantillon totalement dégradé

4.4. Déformation de fluage

Un grand nombre d’études expérimentales ont montré que la plupart des matériaux cimentaire présentent des déformations de fluage, qui dépendent des conditions de

chargement, de l'état de maturation et de la dégradation chimique. Classiquement, les déformations de fluage sont modélisées par la théorie de viscoplasticité. Des formulations différentes sont nécessaires pour décrire la réponse mécanique du matériau à différentes échelles de temps. Par exemple, un modèle plastique pour le comportement instantané et un modèle viscoplastique pour le comportement différé. De plus, les paramètres du modèle viscoplastique peuvent dépendre de l'échelle de temps considérée. Dans cette étude, nous proposons d'utiliser une formulation unifiée pour décrire le comportement des matériaux cimentaires à différentes échelles de temps. Il est supposé que les déformations plastiques du matériau sont développées progressivement dans le temps en rapport avec différents mécanismes de déformations activés (glissement, compaction, viscosité de la matrice, microfissuration et microfissuration sub-critique etc.). Ainsi l'ensemble de déformation plastique évoluant dans le temps peut être décrite par une série de surfaces de charge animées par des lois d'érouissage différentes. La déformation de fluage à différentes échelles de temps est donc obtenue par l'activation successive des ces surfaces de charge. Dans le cas le plus simple, si considère une échelle de temps assez courte, il suffit de considérer deux cinétiques de déformations plastiques ; la plasticité instantanée et une plasticité différée. Ainsi la déformation totale est exprimée par :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}} = d\underline{\underline{\varepsilon}}^e + d\underline{\underline{\varepsilon}}^{\sigma p} + d\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} \quad (4.22)$$

$d\varepsilon_{ij}^{\sigma p}$ sont les déformations plastiques instantanées dues à la variation de contraintes. La description de ces déformations est présentée aux chapitres précédents. $d\varepsilon_{ij}^{vp}$ représentent les déformations plastiques différées (ou viscoplastiques) qui évoluent dans le temps.

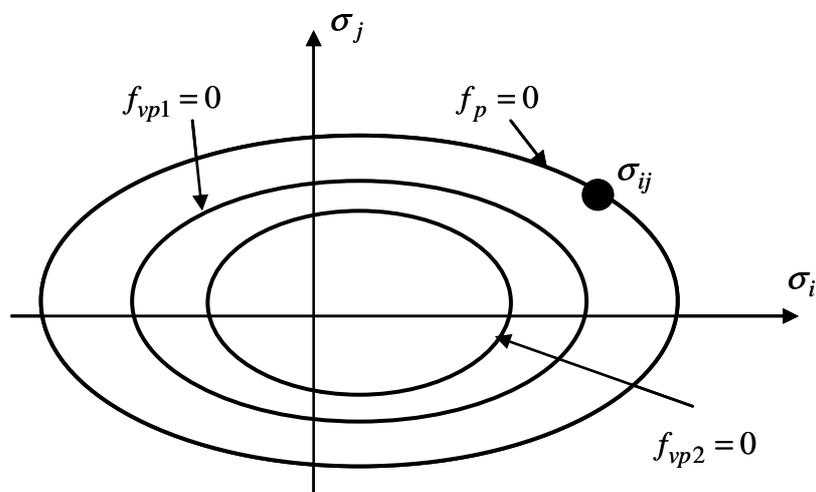


Figure 4.17: Illustration des surfaces de charge pour la plasticité instantanée et différée

En adoptant le concept de déformation plastique différée, la fonction de charge viscoplastique est de la même forme que celle de la plasticité instantanée. Cependant, l'évolution de la surface de charge viscoplastique est retardée par la viscosité du matériau. Ainsi, il convient de définir une loi d'écrouissage ralentie pour l'évolution de la surface de charge viscoplastique. Nous avons donc :

$$f_{vp} = \bar{\sigma} - \beta_{vp} g(\theta) \bar{\sigma}_c \geq 0 \quad ; \quad \bar{\sigma}_c = \left[\frac{1}{c_{20}} \left(c_{30} + \frac{I}{f_c} \right) \right]^{\frac{1}{n}} f_c \quad (4.23)$$

$$\beta_{vp} = \frac{\gamma_p}{A_0^{vp} + \gamma_p} \quad (4.24)$$

La fonction $\beta_{vp} \leq \beta_p$ définit la loi d'écrouissage viscoplastique et le paramètre A_0^{vp} contrôle sa cinétique d'évolution. Notons que la valeur de A_0^{vp} est généralement supérieure que celle de A_0 qui contrôle l'évolution de la surface de charge de la plasticité instantanée. La surface de charge viscoplastique $f_{vp} > 0$ s'approche progressivement de la surface de charge $f_s = 0$ au cours de l'évolution de la déformation plastique différée. La forme du potentiel viscoplastique reste identique à celle de la plasticité instantanée:

$$Q_{vp}(\underline{\underline{\sigma}}) = \bar{\sigma} + \mu_c g(\theta) \bar{I} \ln \left(\frac{\bar{I}}{I_0} \right) = 0 \quad ; \quad \bar{I} = c_{30} f_c + I \quad (4.25)$$

La règle d'écoulement précise la façon dont évoluent les déformations viscoplastiques. Pour un point de charge donné, la vitesse de déformation viscoplastique ne dépend pas de la vitesse de contrainte. Elle dépend des valeurs actuelles des contraintes et des variables internes. La condition de cohérence plastique n'existe plus. On adopte ici le concept assez général de « sur-contrainte » proposé par Perzyna (1966) ; la vitesse de déformations viscoplastiques dépend de la distance entre le point de contrainte actuel et la surface de charge viscoplastique. On écrit :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^{vp} = A(T) \left\langle \frac{f_{vp}}{f_c} \right\rangle^m \frac{\partial Q_{vp}}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (4.26)$$

Le paramètre m est un exposant qui contrôle l'évolution de la vitesse de fluage. Le coefficient $A(T)$ définit la fluidité du matériau et donc détermine l'amplitude de la vitesse de déformation viscoplastique. En général, ce coefficient dépend de la température:

$$A(T) = A_0 \exp \left(-\frac{\zeta}{RT} \right) \quad (4.27)$$

où R est la constante des gaz parfaits ($R = 8.32 \text{ kg.m}^2 / \text{s}^2 / \text{mol} / \text{K}$), T est la température absolue en Kelvin et ζ est un paramètre qui décrit l'influence de la température sur la viscosité du matériau.

En utilisant des essais de fluage sur échantillons sains et dégradés, nous avons identifié les paramètres introduits dans le modèle de plasticité différée. Pour la pâte de ciment étudiée, les valeurs représentatives des paramètres sont présentées dans le Tableau 4.2.

Tableau 4.2. Paramètres représentatifs du modèle viscoplastique pour la pâte de ciment

Paramètres	Valeur
A_0 (/s)	500
ζ (N.m/mol)	40000
m	10
A_0^{vp}	0.04

Les paramètres A_0 et ζ contrôlent la valeur maximale des déformations de fluage. Plus la valeur de A_0 ou la valeur de ζ est grande ; plus les déformations plastiques différées sont importantes. Le paramètre m contrôle la cinétique des déformations de fluage avec l'évolution de la fonction de charge viscoplastique. Plus la valeur de m est petite, plus les déformations viscoplastiques évoluent rapidement. Le dernier paramètre A_0^{vp} contrôle l'évolution de la surface de charge viscoplastique. Plus la valeur de A_0^{vp} est grande, plus la surface de charge viscoplastique évolue lentement.

Quelques essais de fluage ont été effectués sur une pâte de ciment pour différents états de contraintes. Ces essais sont simulés en utilisant le modèle proposé. Les Figures 4.18 et 4.19 présentent des comparaisons entre les données expérimentales et les simulations pour les échantillons sains avec une pression de confinement de 3MPa et 10MPa respectivement. Chaque figure présente l'évolution de la déformation axiale totale en fonction du temps. Chaque essai est composé de deux paliers de chargement du déviateur de contrainte. Dans le premier palier, un déviateur de contrainte égal à 50% de la résistance à la rupture est imposé. Ensuite, le déviateur est augmenté à 80% de la résistance à la rupture au deuxième palier. On

obtient d'une manière générale de bonnes concordances entre les simulations et l'expérience même si quelques écarts quantitatifs sont observés pour l'essai de fluage avec une pression de confinement de 3MPa (Figure 4.18). On constate que la vitesse de fluage augmente avec le déviateur de contrainte appliqué. Le modèle proposé semble donc correctement décrire les réponses à la fois instantanée et différée de la pâte de ciment.

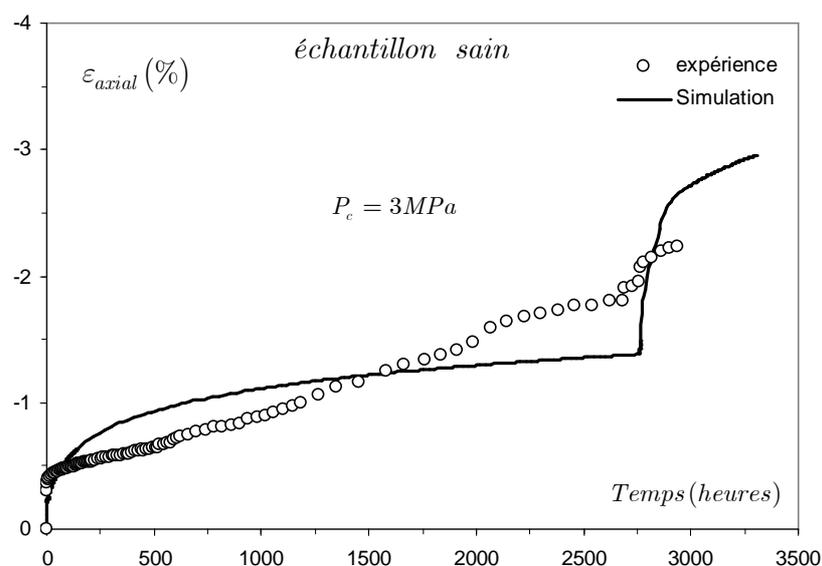


Figure 4.18: Simulation d'un essai de fluage sur un échantillon sain de pâte de ciment avec une pression de confinement de 3MPa.

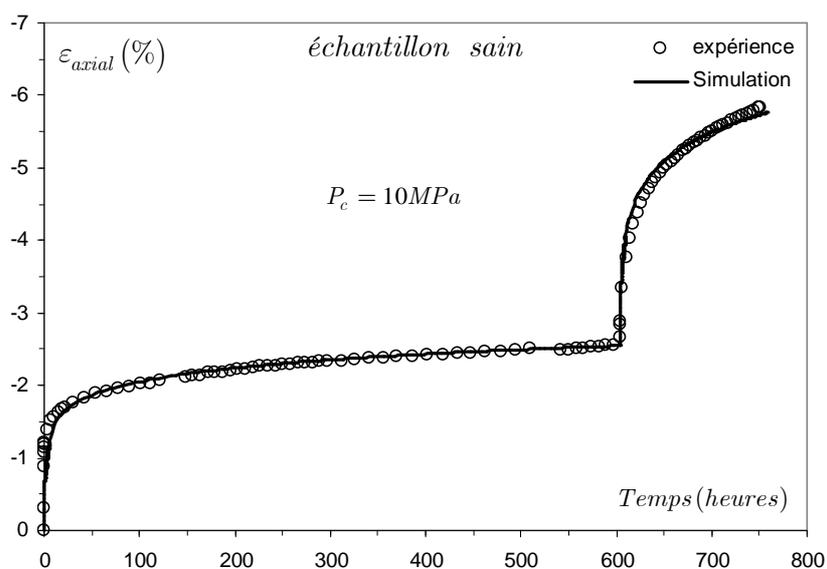


Figure 4.19: Simulation d'un essai de fluage sur un échantillon sain de pâte de ciment avec une pression de confinement de 10MPa.

Un essai de fluage a été également effectué sur la pâte de ciment dégradée avec une pression de confinement de 3MPa. Sur la Figure 4.20, nous avons montré la comparaison entre les simulations et les données expérimentales. De nouveau, on obtient une bonne concordance. La réponse différée du matériau dégradé est bien décrite par le modèle proposé.

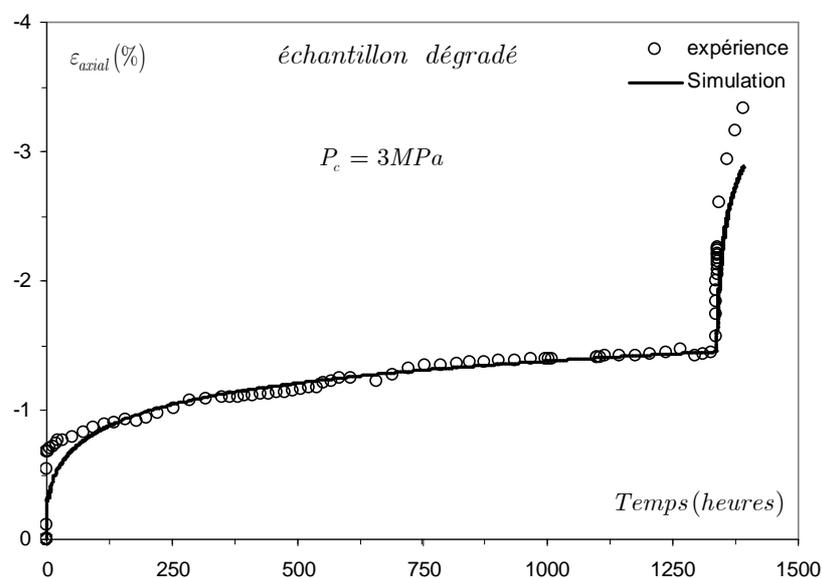


Figure 4.20: Simulation d'un essai de fluage sur un échantillon dégradé de pâte de ciment avec une pression de confinement de 3MPa.

4.5. Modélisation THMC des essais couplés

Dans cette section, nous présentons la modélisation thermo-hydromécanique et chimique des essais dits couplés. Dans ces essais, les échantillons de ciment ont d'abord été soumis à un état de contrainte déviatorique comme dans un essai de compression triaxiale, ce jusqu'à une valeur préalablement choisie du déviateur de contrainte. Ensuite, en gardant cet état de contraintes fixé, un fluide acide (solution de nitrate d'ammonium) est injecté dans l'échantillon suivant l'axe du cylindre. On mesure les évolutions des déformations dans le temps au cours de l'injection.

Il s'agit donc d'un problème hydromécanique couplé à la dégradation chimique du milieu poreux saturé en condition isotherme. On adopte ici le cadre général de la mécanique des milieux poreux saturés initialement défini par Biot (Biot 1941, 1955, 1973) et étendu par Coussy (Coussy 1991, 1995, 2004) et d'autres chercheurs. Pour un matériau isotrope, la loi de comportement thermo-poroélastique s'écrit :

$$d\sigma_{ij} = \left(K_b - \frac{2}{3}G \right) (d\varepsilon_{kk}^e) \delta_{ij} + 2G d\varepsilon_{ij}^e - b dp_{lq} \delta_{ij} - 3K_b \alpha_b dT \delta_{ij} \quad (4.1)$$

$$dp_{lq} = M \left[-b(d\varepsilon_{kk}^e) + \left(\frac{dm}{\rho_{lq}} - d\phi_p \right) \right] + 3\alpha_m M dT \quad (4.2)$$

$$ds_b = dm s_m^0 + \alpha_b (d\sigma_{kk}) - (3\alpha_m - 3\alpha_b b) dp_{lq} + \frac{C_\sigma^b}{T_0} dT \quad (4.3)$$

Dans ces équations, p_{lq} est la pression du fluide interstitiel; dT la variation de température. α_b désigne le coefficient de dilatation thermique du milieu poreux en condition drainée. dm représente l'apport de masse fluide par rapport au volume initial du milieu poreux et ϕ_p est appelé porosité plastique correspondent à la variation irréversible de masse fluide pendant la déformation plastique. s_m^0 est l'entropie massique du fluide et s_b l'entropie volumique du milieu poreux saturé. C_σ^b est la capacité calorifique à contrainte constante du milieu poreux et T_0 la température de référence. Le couplage poroélastique est défini par le coefficient de Biot b le module de Biot M . Ces deux paramètres peuvent être reliés aux propriétés des constituants du milieu poreux par:

$$b = 1 - \frac{K_b}{K_m}, \quad \frac{1}{M} = \frac{b - \phi}{K_m} + \frac{\phi}{K_{fl}} \quad (4.31)$$

K_m est le module de compressibilité de la matrice solide et K_{fl} celui du fluide. ϕ est la porosité totale. L'effet thermique sur la variation de la pression interstitielle est défini par le coefficient de dilatation thermique différentiel α_m . En faisant l'hypothèse que le coefficient de dilatation thermique drainé du milieu poreux est très proche de celui de la matrice solide, on obtient la relation suivante:

$$\alpha_m = (b - \phi)\alpha_b + \phi\alpha_{fl} \quad (4.32)$$

α_{fl} est le coefficient de dilatation thermique du fluide.

L'effet de la pression interstitielle sur l'écoulement plastique est pris en compte en utilisant le concept de contraintes effectives. Cependant, il faut souligner que l'existence et la validité des contraintes effectives dans le domaine de la plasticité n'ont pas été démontrées, théoriquement et expérimentalement. Seulement une validation partiellement a été obtenue pour des cas particuliers à l'aide des analyses micromécaniques (Lydzba et Shao, 2002, par

exemple). Néanmoins, pour des raisons de simplicité, nous avons utilisé la contrainte effective de Terzaghi pour le couplage poroplastique.

L'écoulement du fluide et la conduction thermique sont décrits respectivement par les Lois de Darcy et de Fourier. Par ailleurs, les équations de champ qui gouvernent les problèmes d'évolutions quasi-statiques comprennent les équations d'équilibre statique, les lois de conservations de masse et de l'énergie. On y ajoute les conditions initiales et aux limites. La méthode des éléments finis est utilisée pour la résolution des problèmes THM-C couplés. Nous avons utilisé le code THMPASA du Laboratoire de Mécanique de Lille.

4.5.1 Simulations des essais couplés

Comme ce qui a été précédemment précisé, ces essais couplés comportent trois phases de chargement mécanique et chimique ; à savoir :

- Application de la pression de confinement ;
- Application de déviateur de contrainte ;
- Injection du nitrate d'ammonium de la surface inférieure de l'éprouvette.

Les réponses mécaniques au cours du chargement triaxial ont été étudiées dans le paragraphe précédent. Dans cette section, nous nous intéressons donc à la réponse de l'échantillon pendant l'injection du fluide d'attaque. La Figure 4.21 présente l'évolution de la déformation axiale globale (variation relative de longueur de l'échantillon mesuré par un LVDT axial) en fonction du temps au cours d'un essai couplé avec une pression de confinement de 3MPa. La contrainte déviatorique appliquée est égale à 50% de la résistance à la rupture du matériau sain à $P_c = 3\text{MPa}$. On constate une nette accélération de la déformation axiale conduisant à la rupture de l'échantillon au bout d'une certaine durée. Cette durée dépend évidemment de l'état de contrainte appliqué pendant la dégradation chimique. La comparaison entre la simulation numérique et la mesure expérimentale a montré une très bonne concordance qualitative et quantitative. Le modèle chemo-mécanique proposé semble correctement décrire la déformation et la rupture induite par la lixiviation chimique.

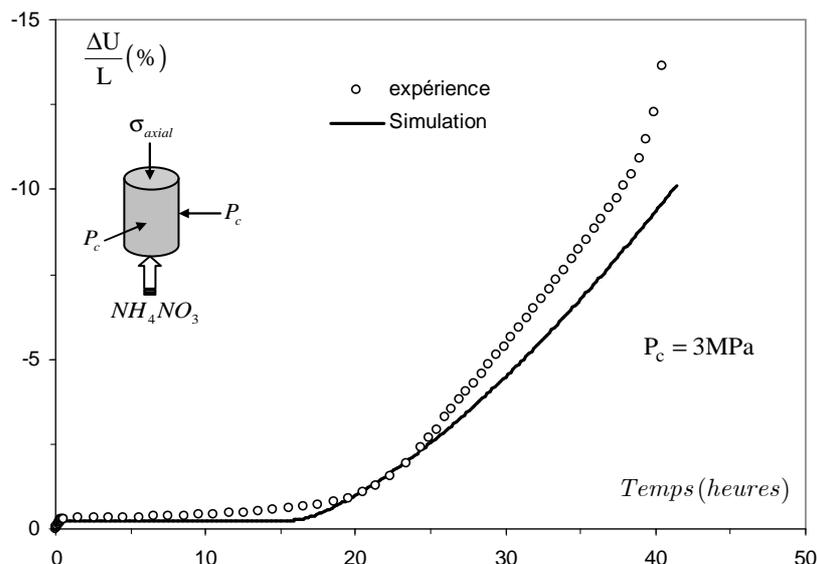


Figure 4.21: Evolution de la déformation axiale globale en fonction du temps au cours d'un essai couplé à $P_c = 3MPa$ - comparaison entre la simulation numérique et l'expérience

L'injection du nitrate d'ammonium dans l'échantillon détruit l'équilibre chimique entre le squelette de ciment et le fluide interstitiel, entraînant ainsi une dissolution des ions calcium du squelette. Les ions calcium dans le fluide se déplacent vers l'extérieur de l'éprouvette. Ce départ des ions calcium conduit à une diminution de la concentration de calcium dans le squelette cimentaire. La Figure 4.22 montre la distribution de la concentration en calcium dans la solution interstitielle après 40 heures d'injection. Les profils d'évolution de la concentration en calcium suivant la hauteur de l'échantillon sont montrés dans la Figure 4.23, pour différents instants. On y observe la progression du front de dissolution au sein de l'échantillon. La cinétique de progression dépend essentiellement du coefficient de diffusion, qui est une propriété associée à la nature chimique du fluide d'attaque.

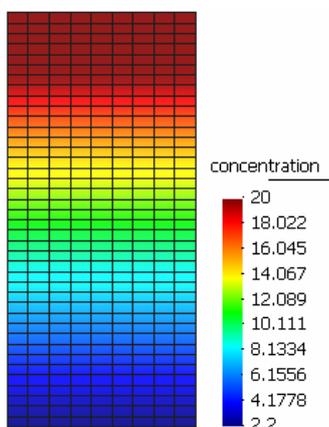


Figure 4.22: Distribution de concentration en calcium dans la solution interstitielle après 40 heures d'injection

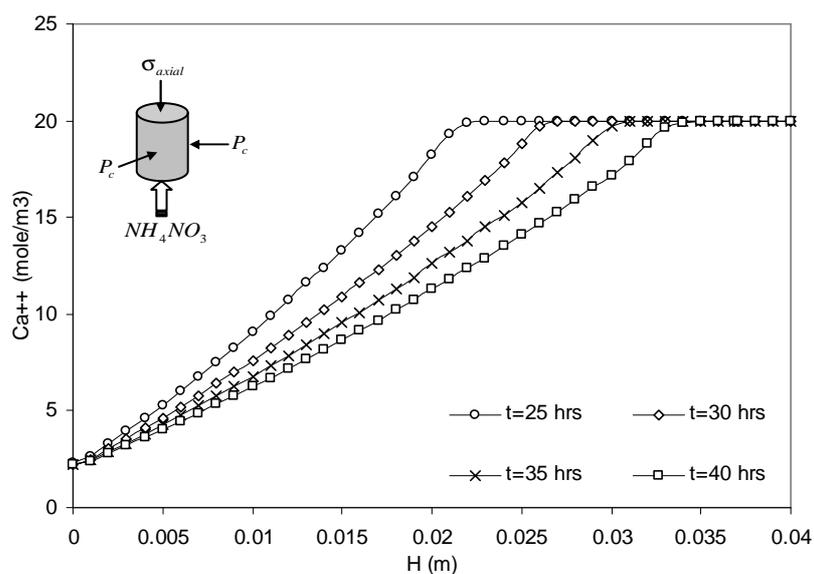


Figure 4.23: Profils de concentration en calcium suivant la hauteur de l'échantillon à différents instants d'injection.

Sur la Figure 4.24, nous avons montré la simulation d'un autre essai couplé avec une pression de confinement de $P_c = 10\text{MPa}$. La contrainte déviatorique appliquée était égale à 50% de la résistance à la rupture de l'échantillon sain pour le même confinement. On peut constater une différence notable quant à l'allure de la variation de la déformation axiale par rapport à l'essai à $P_c = 3\text{MPa}$. La déformation axiale augmente au cours de l'attaque chimique mais tend vers une valeur asymptotique stabilisée. On n'aboutit pas à la rupture de l'échantillon par la formation de bande de cisaillement. On assiste à une rupture diffuse par l'effondrement progressive de la structure du squelette. Le mécanisme de l'effondrement des pores est activé dans cet essai conduisant à une forte compaction volumique de l'échantillon. La comparaison entre la simulation numérique et la mesure expérimentale montre encore une fois une bonne concordance.

La cinétique de dégradation chimique dépend de la nature du fluide d'attaque. Dans le modèle chimique utilisé dans cette étude, la cinétique de dégradation chimique est décrite par le coefficient de diffusion. Par conséquent, le coefficient de diffusion est relié à la nature chimique du fluide d'attaque. Afin d'étudier l'influence de la nature du fluide, nous avons utilisé un autre fluide d'attaque qui le H_2S . Un essai couplé a été réalisé avec une pression de confinement de 5MPa . Sur la Figure 4.25, nous avons montré la variation de la déformation

axiale globale en fonction du temps pendant l'injection du fluide H₂S. Nous avons encore une fois une bonne concordance entre les simulations et la mesure expérimentale. Par conséquent, le modèle proposé permet de prendre en compte l'influence de la nature du fluide via le coefficient de diffusion.

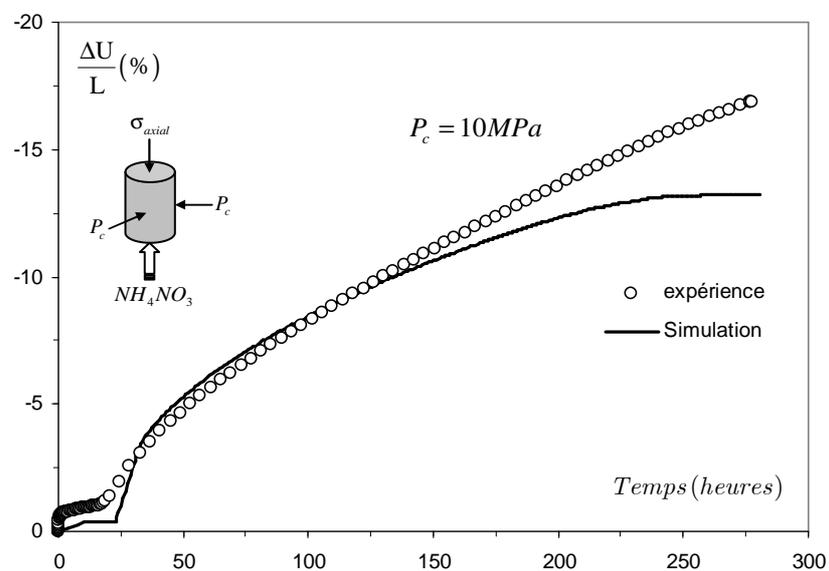


Figure 4.24: Evolution de la déformation axiale globale en fonction du temps au cours d'un essai couplé à $P_c = 10 \text{ MPa}$ - comparaison entre la simulation numérique et l'expérience.

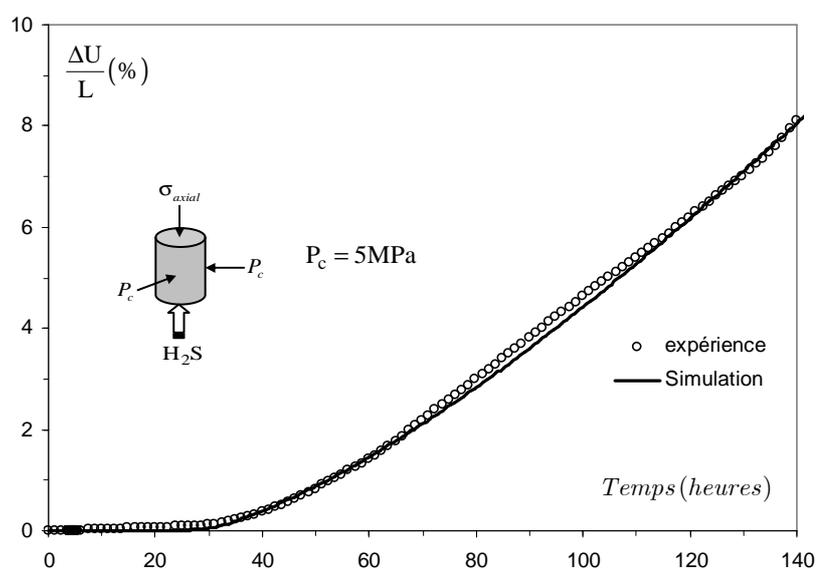


Figure 4.25: Evolution de la déformation axiale globale en fonction du temps au cours d'un essai couplé à $P_c = 5 \text{ MPa}$ - comparaison entre la simulation numérique et l'expérience.

4.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'application du modèle élastoplastique couplé à l'endommagement chimique pour les essais découplés et couplés sur une pâte de ciment pétrolière. En tenant compte des particularités des propriétés mécaniques de ce matériau, quelques extensions ont été proposées, comprenant notamment la prise en compte de l'effondrement des pores sous contraintes hydrostatiques élevées et de la déformation de fluage à l'aide d'une formulation unifiée. Les comparaisons entre les simulations numériques et les données expérimentales ont été présentées. Il a été montré que le modèle proposé décrit correctement les principaux phénomènes observés dans le couplage hydromécanique et chimique.

Conclusions générales et perspectives

Dans cette étude, nous avons abordé la modélisation du comportement mécanique et hydromécanique des géomatériaux semi fragiles soumis à des sollicitations mécaniques et à la dégradation chimique. Un cadre général rigoureux est d'abord proposé pour la modélisation du comportement élastoplastique couplé à l'endommagement mécanique et chimique. Ce cadre général est ensuite utilisé pour la modélisation de deux matériaux représentatifs ; le grès et le béton ordinaire. En se basant sur des données expérimentales sur ces matériaux, un modèle spécifique est ensuite formulé. Certaines hypothèses simplificatrices ont été retenues, notamment un endommagement isotrope est considéré en mettant l'accent sur le couplage entre la plasticité et l'endommagement. Cependant les principaux aspects du comportement sont pris en compte. Une surface de rupture non linéaire dépendant de trois invariants de contrainte est proposée afin de mieux décrire l'influence de la pression de confinement. Une loi d'écoulement plastique est utilisée pour prendre en compte la transition entre la compressibilité et dilatance volumique durant la déformation plastique. Les effets de l'endommagement sur les propriétés élastiques et plastiques sont pris en considération en se basant sur des considérations micromécaniques et physiques. Une procédure d'identification de paramètres est clairement proposée. Le modèle proposé est ensuite utilisé pour la simulation des essais en laboratoire sous différents chemins de sollicitations. D'une manière générale, nous avons obtenu de bonnes concordances entre les simulations numériques et les données expérimentales. Il semble que le modèle proposé est capable de décrire correctement les principales réponses mécaniques des géomatériaux semi- fragiles.

L'endommagement induit conduit à un comportement radoucissant lié à la localisation de déformation. Afin de décrire le comportement post-localisation des matériaux en vue de l'application du modèle à l'analyse du processus de rupture dans des structures, nous avons proposé une extension du modèle on y introduisant une formulation non locale pour l'évolution de l'endommagement. L'approche non locale est implémentée dans un code de calcul par les éléments finis. La pertinence de cette approche est testée à travers différents cas de configurations représentatives en géotechnique et génie civil. Il a été clairement montré que l'approche non locale utilisée permet de corriger la dépendance des résultats du maillage et de maîtriser le processus de rupture par formation des bandes de localisation.

La deuxième partie du travail porte sur la modélisation de l'endommagement chimique par lixiviation des matériaux cimentaires. Cette partie d'étude a été menée dans le cadre des études de faisabilité pour la séquestration des gaz acides en réservoirs profonds. En se basant

sur des études antérieures, un modèle phénoménologique chimique est d'abord précisé permettant de décrire le processus de l'endommagement chimique dépendant de la dissolution du squelette solide et de la diffusion des ions calcium dans le fluide interstitiel. L'endommagement chimique est relié à l'augmentation de la porosité due à la dissolution de calcium solide. La cinétique de dégradation chimique est contrôlée par le processus de diffusion. Un module spécifique est développé pour la résolution numérique du problème de diffusion par la méthode des éléments finis. Ce module est couplé à la résolution des problèmes THM couplés dans le cadre d'un code de calcul par éléments finis. Ainsi, un modèle élastoplastique couplé à l'endommagement chimique est mis en place et appliqué à la dégradation chimique d'une pâte de ciment sur des chemins découplés et couplés. Par ailleurs, une extension du modèle mécanique est effectuée afin de prendre en compte des comportements spécifiques de la pâte de ciment. Notamment, nous avons proposé une formulation unifiée pour la modélisation des déformations plastiques différées. Le mécanisme de l'effondrement de pores sous contraintes hydrostatiques est également pris en considérations. Les réponses mécaniques de la pâte de ciment sous différents chemins de sollicitations mécaniques et chimiques ont été étudiées à l'aide du modèle proposé. D'une manière générale, une bonne concordance entre les simulations numériques et les données expérimentales a été obtenue. Le modèle proposé décrit correctement les réponses mécaniques résiduelles des matériaux dégradés, la déformation de fluage et les réponses mécaniques du matériau dans des essais couplés.

Cependant, la modélisation mécanique et chimique couplée est limitée à quelques essais en laboratoire. D'autres validations sont encore nécessaires pour mieux apprécier la capacité prédictive du modèle sur d'autres chemins en vue d'application à des problèmes d'ingénieur. Dans les perspectives, il faudra également prendre en compte l'effet mécanique sur la dégradation chimique ; par exemple la variation du coefficient de diffusion et de la perméabilité en fonction des contraintes appliquées et des déformations du milieu poreux. Faute de temps et de données expérimentales, le problème de localisation pendant la dégradation chimique n'est pas encore abordé ; ceci fera également partie de la poursuite du présent travail.

Annexe A

Eléments de base pour la résolution numérique du problème de diffusion par les éléments finis

On considère un milieu poreux occupant un domaine Ω de frontière $\partial\Omega$. Dans le cas tridimensionnel, l'équation de diffusion généralisée s'écrit :

$$g(Ca^{++}) \frac{\partial Ca^{++}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(Ca^{++}) \frac{\partial Ca^{++}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[D(Ca^{++}) \frac{\partial Ca^{++}}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[D(Ca^{++}) \frac{\partial Ca^{++}}{\partial z} \right] \quad (A.1)$$

On peut généralement distinguer trois types de conditions aux limites:

- Une concentration connue sur la frontière $\partial\Omega_1$
- Un flux de concentration nul sur la frontière $\partial\Omega_2$
- Un flux de concentration en calcium donné est appliqué sur la frontière $\partial\Omega_3$

Soit, en notant $C = Ca^{++}$ pour alléger l'écriture, nous avons:

$$\begin{cases} C = C_1(x, y, z, t) & \text{sur } \partial\Omega_1 \\ \frac{\partial C}{\partial n} = 0 & \text{sur } \partial\Omega_2 \\ D \frac{\partial C}{\partial n} + \alpha(C - C_a) = 0 & \text{sur } \partial\Omega_3 \end{cases} \quad (A.2)$$

Avec les conditions de compatibilité :

$$\partial\Omega = \partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2 \cup \partial\Omega_3 \text{ et } \partial\Omega_1 \cap \partial\Omega_2 = \partial\Omega_1 \cap \partial\Omega_3 = \partial\Omega_2 \cap \partial\Omega_3 = \emptyset$$

C_a est la concentration à la frontière et α est un coefficient d'échange de flux.

Sur chaque élément Ω_e , la variation de C est exprimée en fonction de ses valeurs aux nœuds par l'intermédiaire des fonctions d'interpolation:

$$C^e(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^{n_e} N_i C_i^e = [N] \{C\}^e \quad (A.3)$$

$$[N] = [N_1 \ N_2 \ \dots \ N_{n_e}] \quad (A.4)$$

$$\{C\}^e = [C_1^e \ C_2^e \ \dots \ C_{n_e}^e]^t \quad (A.5)$$

$\{C\}^e$ est les valeurs de C aux nœuds de Ω_e , N_i étant les fonctions d'interpolation, $[N]$ est la matrice des fonctions d'interpolations et n_e le nombre des nœuds par élément.

En appliquant la méthode résiduelle de Galerkin, on écrit la forme intégrale (faible) suivante pour chaque élément :

$$\int_{\Omega_e} N_i \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial C^e}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial C^e}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial C^e}{\partial z} \right) - g(C) \frac{\partial C^e}{\partial t} \right] d\Omega = 0 \quad (\text{A.6})$$

En effectuant une intégration par parties de l'équation (A.6), on obtient:

$$\int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \left(D \frac{\partial C^e}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(D \frac{\partial C^e}{\partial y} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial z} \left(D \frac{\partial C^e}{\partial z} \right) + g(C) N_i \frac{\partial C^e}{\partial t} \right] d\Omega - \int_{\partial\Omega_e} D N_i \frac{\partial C^e}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$i = 1, 2, \dots, n_e$$

En considérant les conditions aux limites (A.2) sur les frontières $\partial\Omega_1$, $\partial\Omega_2$ et $\partial\Omega_3$, on obtient:

$$\int_{\Omega_e} D \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial [N]}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial [N]}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial [N]}{\partial z} \right] \{C\}^e d\Omega \quad (\text{A.8})$$

$$+ \int_{\Omega_e} g(C) N_i [N] \left\{ \frac{\partial C}{\partial t} \right\}^e d\Omega - \int_{\partial\Omega_3} \alpha N_i [C_a - [N] \{C\}^e] d\Gamma \quad i = 1, 2, \dots, n_e$$

Soit encore:

$$\int_{\Omega_e} D \left[\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \cdot \frac{\partial [N]}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \cdot \frac{\partial [N]}{\partial y} + \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \cdot \frac{\partial [N]}{\partial z} \right] \{C\}^e d\Omega \quad (\text{A.9})$$

$$+ \int_{\Omega_e} g(C) [N]^T [N] \left\{ \dot{C} \right\}^e d\Omega - \int_{\partial\Omega_3} \alpha [N]^T [C_a - [N] \{C\}^e] d\Gamma \quad i = 1, 2, \dots, n_e$$

Avec :

$$\left\{ \dot{C} \right\}^e = \left\{ \frac{\partial C}{\partial t} \right\}^e \quad (\text{A.10})$$

En effectuant l'intégration volumique sur le domaine entier (assemblage des éléments), on obtient le système d'équations à résoudre:

$$[R] \left\{ \dot{C} \right\} + [H] \{C\} = \{F\} \quad (\text{A.11})$$

Les différents composants du système sont données par:

$$\begin{cases} R_{ij} = \sum r_{ij}^e \\ H_{ij} = \sum (h_{ij}^e + g_{ij}^e) \\ F_{ij} = \sum f_{ij}^e \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

$$r_{ij}^e = \int_{\Omega_e} g(C) N_i N_j dx dy dz \quad (\text{A.13})$$

$$h_{ij}^e = \int_{\Omega_e} D \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial z} \right] dx dy dz \quad (\text{A.14})$$

$$g_{ij}^e = \int_{\partial\Omega_s^e} \alpha N_i N_j d\Gamma \quad (\text{A.15})$$

$$f_i^e = \int_{\partial\Omega_s^e} \alpha C_a N_i d\Gamma \quad (\text{A.16})$$

La méthode de type d'Euler est utilisée pour la discrétisation temporelle. La variation temporelle $\{\dot{C}\}$ varie linéairement dans un petit incrément de temps, et utilise l'approximation:

$$\dot{C}(t - \Delta t + \tau) = \dot{C}_{t-\Delta t} + \frac{\dot{C}_t - \dot{C}_{t-\Delta t}}{\Delta t} \tau \quad (\text{A.17})$$

L'intégration de l'équation (A.17) nous amène à déterminer la valeur de concentration à chaque instant t :

$$C(t - \Delta t + \tau) = \dot{C}_{t-\Delta t} \tau + \frac{\dot{C}_t - \dot{C}_{t-\Delta t}}{\Delta t} \cdot \frac{\tau^2}{2} + G \quad (\text{A.18})$$

à $\tau = 0$, $C(t - \Delta t + \tau) = C_{t-\Delta t}$, on obtient alors $G = C_{t-\Delta t}$. Quand $\tau = \Delta t$, on a:

$$C_t = C(t) = \dot{C}_{t-\Delta t} \Delta t + \frac{\dot{C}_t - \dot{C}_{t-\Delta t}}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta t^2}{2} + C_{t-\Delta t} \quad (\text{A.19})$$

L'équation (A.19) nous amène à:

$$\left\{ \dot{C} \right\}_t = - \left\{ \dot{C} \right\}_{t-\Delta t} + \frac{2}{\Delta t} (\{C\}_t - \{C\}_{t-\Delta t}) \quad (\text{A.20})$$

La combinaison des équations (A.11) et (A.20) nous permet d'écrire:

$$\left[[R_n]^{-1} [H_n] + \frac{2}{\Delta t} I \right] \{C_n\} + \left[[R_{n-1}]^{-1} [H_{n-1}] - \frac{2}{\Delta t} I \right] \{C_{n-1}\} = [R_n]^{-1} \cdot \{F\}_n + [R_{n-1}]^{-1} [F]_{n-1} \quad (\text{A.21})$$

On peut alors déterminer les valeurs de concentration de calcium dans l'espace et le temps, étape par étape à partir des conditions initiales.

Références:

1. Adenot F., 1992. Durabilité du béton: caractérisation et modélisation des processus physiques et chimiques de dégradation du ciment. Thèse de Doctorat, Université d'Orléans, France
2. Adenot F., Buil M., 1992. Modelling of the corrosion of the cement paste by deionized water. *Cement and concrete research*, 22(4), 489-495
3. Aifantis E., 1984. On the microstructural origin of certain inelastic models. *Trans. ASME J. Mat. Engng. Technol.* 106, 326-330
4. Atkins P., 1998. *Physical chemistry*. Oxford University Press, Oxford
5. Bangert F., Kuhl D., Meschke G., 2001. Finite element simulation of chemo-mechanical damage under cyclic loading conditions. In: de Borst R., Mazars J., Pijaudier-Cabot G. and van Mier (Eds.). *Fracture mechanics of concrete structures*. Balkema Publishers, Lisse, 207-214
6. Bazant Z.P., Belytschko T.B., and Chang T.P., 1984. Continuum theory for strain-softening. *Journal of The Engineering Mechanics Division, ASCE* 110(12), 1666-1692
7. Bazant Z.P. and Lin F.-B., 1988. Nonlocal smeared cracking model for concrete fracture. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE* 114, 2493-2510
8. Bazant Z.P. and Pijaudier-Cabot G., 1988. Nonlocal continuum damage, localization instability and convergence. *ASME Journal of Applied Mechanics* 55, 287-293
9. Bazant Z. P. and Pijaudier-Cabot G., 1989. Measurement of characteristic length of nonlocal continuum. *Journal of Engineering Mechanics* 115(4), 755-767
10. Bazant Z.P. and Ozbolt J., 1990. Nonlocal microplane model for fracture, damage, and size effect in structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 116(11), 2485-2505
11. Bazant Z.P. and Xi Y., 1991. Statistical size effect in quasi-brittle structures: II. Nonlocal theory. *ASCE J. of Engrg. Mech.*, 117(11), 2623-2640
12. Bazant Z.P., 1994. Nonlocal damage theory based on micromechanics of crack interactions. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE* 120(3), 593-617, with Addendum in 120, 1401-1402
13. Bazant Z.P., Xiang Y., Adley M., Prat P.C., Akers S.A., 1996. Microplane model for concrete: II. Data delocalization and verification. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE* 122, 255-262

14. Bazant Z.P. and Novak D., 2000a,b. Probabilistic nonlocal theory for quasi-brittle fracture initiation and size effect. I. Theory and II. Application. *J. of Engrg. Mechanics, ASCE*, 126(2), 166-174, 175-185
15. Bazant Z.P. and Jirasek M., 2002. Nonlocal integral formulations of plasticity and damage : Survey of progress. *Journal of Engineering Mechanics* 128(11)
16. Bentz D.P. and Garboczi E.J., 1992. Modelling the leaching of calcium hydroxide from cement paste: Effects on pore space percolation and diffusivity. *Materials and Structures* 25, 523-533
17. Berner U., 1988. Modelling the incongruent dissolution of hydrated cement minerals. *Radiochimica Acta* 44-45, 387-393
18. Berner U., 1992. Evolution of pore water chemistry during degradation of cement in a radioactive waste repository environment. *Waster management* 12, 201-219
19. Bésuelle P., 1999. Déformation et rupture dans les roches tendres et sols indurés: comportement homogène et localisation. Thèse de doctorat de l'Université de Grenoble I, France
20. Biot M. A., 1941. General theory of three dimensional consolidation. *J. Appl. Phys.* 12, 155-164
21. Biot M. A., 1955. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. *J. Appl. Phys.* 26, 182-185
22. Biot M. A. and Willis D. G., 1957. The elastic coefficients of the theory of consolidation. *J. Appl. Mech.* 28, 594-601
23. Biot M. A., 1973. Non linear and semi-linear rheology of porous solids. *J. of Geophy. Res.*, 78(23), 4924-4937
24. Brekelmans W.A.M., de Vree J.H.P., 1995. Reduction of mesh sensitivity in continuum damage mechanics 110, 49-56
25. Buil M., Revertegat E., Ollivier J.P., 1992. Modelling cement attack by pure water. In ASTM STP-1123, Gilliam T.M. and Wiles C.C. (eds.), American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, USA
26. Burlion N., Yurtdas I, Xie S., Secq J., Shao J.F., Sibai M., 2006. Etude expérimentale du couplage entre le comportement Thermo-Hydro-Mécanique et la dégradation chimique d'une pâte de ciment. Rapport final de la phase 1, Référence: TOTAL-LML-MGC-03-03/A

27. Carde C., François R. and Torrenti J. M., 1996. Leaching of both calcium hydroxide and C-S-H from cement paste : Modeling the mechanical. *Cement and Concrete Research*, 26(8), 1257-1268
28. Carde C., Escadeillas G., François R., 1997. Use of ammonium nitrate solution to simulate and accelerate the leaching of cement pastes due to deionized water. *Magazine of Concrete Research* 49, 295-301
29. Carde C. and François R., 1997. Effect of the leaching of calcium hydroxide from cement paste on mechanical and physical properties. *Cement and Concrete Research*, 27(4), 539-550
30. Carde C., François R., Ollivier J.-P., 1997. Microstructural changes and mechanical effects due to the leaching of calcium hydroxide from cement paste. In: Scrivener K., Young J. (Eds.), *Mechanics of Chemical Degradation of Cement-Based Systems*. Chapman & Hall, London, 30-37
31. Carde C. and François R., 1999. Modelling the loss of strength and porosity increase due to the leaching of cement pastes. *Cement & Concrete Composites* 21, 181-188
32. Chambon R., 1986. Bifurcation par localisation en bande de cisaillement, une approche avec des lois incrémentalement non linéaires. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée* 5, 277-298
33. Chambon R., 1989. Bases théoriques d'une loi de comportement incrémentale consistante pour les sols. Rapport de Recherche COSM, IMG, Grenoble, France
34. Chambon R., Desrues J., Charlier R., Hammad W., 1994. Cloe, a new rate type constitutive model for geomaterials: Theoretical basis and implementation. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geom.* 18(4), 253-278
35. Chambon R., Caillerie D. and El Hassan N., 1998. One-dimensional localization studied with a second grade model. *European Journal of Mechanics- A/solids* 17(4), 637-656
36. Chambon R., Caillerie D. and Matsushima T., 2001. Plastic continuum with microstructure, local second gradient theories for geomaterials: localization studies. *International Journal of Solids and Structures* 38, 8503-8527
37. Comi C., 2001. A non-local model with tension and compression damage mechanisms, *Eur. J. Mech. A/Solids* 20, 1–22.
38. Cosserat E. et F., 1909. *Théorie des corps déformable*. Paris, A. HERMANN et fils.
39. Coussy O., 1991. *Mécanique des milieux poreux*, Editions Technip, Paris
40. Coussy O., 1995. *Mechanics of porous continua*. Wiley, New York

41. Coussy O., Ulm F.-J., Mainguy M., 1999. A Short-course on Environmental Mechanics of Concrete, International Centre for Mechanical Sciences, CISM Courses and Lectures Springer-Verlag, Berlin
42. Coussy O., Ulm F.-J., 2001. Elements of durability mechanics of concrete structures. In: Ulm F.-J., Bazant Z., Wittmann F. (Eds.), Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and other Quasi-Brittle Materials. Elsevier Science, Amsterdam, 3993-4009
43. Coussy O., 2004. Poromechanics. John Wiley & Sons, UK
44. Darve F., 1987. An incrementally non-linear constitutive law of second order and its application to localization. Mech. Eng. Mat., Desai C. S., Gallagher R. H. eds., Wiley, 179-196
45. de Borst R., Muhlhaus H., 1992. Gradient dependent plasticity: formulation and algorithmic aspects. International Journal for Numerical Methods in Engineering 35, 521-539
46. de Vree J. H. P., W. A. M. Brekelmans and M. A. J. van Gils, 1995. Comparison of nonlocal approaches in continuum damage mechanics. Computers & Structures 55(4), 581-588
47. Delagrave A., Gérard B., Marchand J., 1997. Modelling the calcium leaching mechanisms in hydrated cement pastes. In: Scrivener K., Young J. (Eds.), Mechanics of Chemical Degradation of Cement-Based Systems. Chapman & Hall, London, 30-37
48. Desrues J., 1984. Localisation de la déformation dans les matériaux granulaires, Thèse d'Etat, INP Grenoble
49. Desrues J., Chambon R., 1986. Bifurcation par localisation de la déformation: étude expérimentale et théorique à l'essai biaxial sur sable, Large deformation of solids: Physical Bases and Mathematical Modelling, Gittus J., Zarka J., Nemat-Nasser S. eds., Elsevier Applied Science, 433-459
50. Desrues J., Chambon R., 1989. Shear band analysis for granular materials: the equation of incremental non linearity. Ingenieur Archiv 59, 187-196
51. Diez P., Arroyo M., Huerta A., 2002. Adaptive simulation of the coupled chemo-mechanical concrete degradation. In: Mang H., Rammerstorfer F., Eberhardsteiner J. (Eds.), Proceedings of the Fifth World Congress on Computational Mechanics, WCCM V, Vienna University of Technology, Vienna
52. Dragon A. and Mroz Z., 1979. A continuum model for plastic-brittle behaviour of rock and concrete. Int. J. Engineering Science 17, 121-137

53. Engelen R. A. B., Geers M.G.D., Baaijens F. P.T., 2003. Nonlocal implicit gradient-enhanced elasto-plasticity for the modelling of softening behaviour. *International Journal of Plasticity* 19, 403-433
54. Eringen A.C., Edelen D.G.B., 1972. On nonlocal elasticity. *Int. J. Eng. Sc.* 10, 233-248
55. Ferrara L. and di Prisco M., 2002. A non-local approach with evolutionary internal length for the analysis of mode I fracture process in concrete. 15th ASCE Engineering Mechanics Conference, June 2-5, Columbia University, New York, NY.
56. Fredrich J.T., Evans B. and Wong T.F., 1989. Micromechanics of the brittle to plastic transition in Carrara marble. *J. of Geophys. Res.* 94, 4129-4145
57. Rodriguez-Ferran A., I. Morata, A. Huerta, 2004. Efficient and reliable nonlocal damage models. *Comput. Methods Appl. Mech. Engng.* 193, 3431-3455.
58. Geers M.G.D., Ubachs R.L.J.M. and Engelen R.A.B., 2003. Strongly non-local gradient-enhanced finite strain elastoplasticity. *Int. J. Num. Meth. Engng* 56, 2039-2068
59. Ganghoffer J. F., 2003. New concepts in nonlocal continuum mechanics and new materials obeying generalised continuum behaviour. *International Journal of Engineering Science* 41, 291-304
60. Ganghoffer J. F., Sluys L. J. and de Borst R., 1999. A reappraisal of nonlocal mechanics. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 18(1), 17-46
61. Gérard B., 1996. Contribution des couplages mécanique-chimie-trasfert dans la tenue à long terme des ouvrages de stockage de déchets radioactifs. Ph.D. Thesis, E.N.S. de Cachan et Université de Laval
62. Gérard B., Pijaudier-Cabot G., La Borderie C., 1998. Coupled diffusion-damage modelling and the implications on failure due to strain localisation. *International Journal of Solids and Structures* 35, 4107-4120
63. Gérard B., 2000. Hydrolysis of cement-based materials: a review. In: Setzer M. (Eds.), *Pore Solution in Hardened Cement Paste*. Aedificatio Publishers, Freiburg, 271-304
64. Gurson A.L., 1977. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: part I-yield criterion and flow rules for porous ductile media. *Transactions of the ASME* 99, 2-15
65. Hadamard J., 1903. *Leçons sur la propagation des ondes et les équations de l'hydrodynamique*, chap 6, Hermann Paris
66. Haied A., 1995. Etude expérimentale de la rupture en mode localisé dans un grès. Thèse d'Etat, Université de Lille 1

67. Hansen N.R. and Schreyer H.L., 1993. A thermodynamically consistent framework for theories of elastoplasticity coupled with damage. *Int. J. Solids Structures* 31, 359-389
68. Hayakawa K. and Murakami S., 1997. Thermodynamical modeling of elastic-plastic damage and experimental validation of damage potential. *Int. J. Damage Mechanics* 6, 333-363
69. Heukamp F., Ulm F.-J., Germaine J., 2001a. Mechanical properties of calcium leached cement paste: triaxial stress states and the influence of pore pressure. *Cement and Concrete Research* 31, 767-774
70. Heukamp F., Mainguy M., Ulm F.-J., 2001b. Beyond the crack size criterion: the effect of a fracture on calcium leaching depletion of cementitious materials. In: de Borst R., Mazar J., Pijaudier-Cabot G., van Mier J. (Eds.), *Fracture Mechanics of Concrete Structures*. Balkema Publishers, Lisse, 215-221
71. Hueckel T., 1997. Chemo-Plasticity of clay subjected to stress and flow of a single contaminant. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 21, 43-72
72. Hill R., 1958. A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids. *J. Mech. Phys. Solids* 6, 239-249
73. Hill R., 1962. Acceleration waves in solids. *J. Mech. Phys.* 10, 1-16
74. Hill R. and Hutchinson J.W., 1975. Bifurcation phenomena in the plane tension test. *J. Mech. Phys. Solids* 23, 239-264
75. Horii H. and Nemat-Nasser S., 1985. Compression-induced microcrack growth in brittle solids: Axial splitting and shear failure. *J. of Geophys. Res.* 90(B4), 3105-3125
76. Imran I., 1994. Applications of non-associated plasticity in modeling the mechanical response of concrete. PhD. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Toronto, Canada, 208pp
77. Jefferson A. D., 2003. Craft- a plastic-damage-contact model for concrete. I. Model theory and thermodynamic considerations. *International J. solids and structures* 40, 5973-5999
78. Jefferson A. D., 2003. Craft- a plastic-damage-contact model for concrete. II. Model implementation with implicit return-mapping algorithm and consistent tangent matrix. *International J. solids and structures* 40, 6001-6022
79. Jia Y., 2006. Contribution à la modélisation thermo-hydro-mécanique des roches partiellement saturées: application au stockage des déchets radioactifs. Thèse d'Etat, Université de Lille 1

80. Jiang J., Pietruszczak S., 1988. Convexity of Yield Loci for Pressure Sensitive Materials. *Computers and Geotechnics* 5, 51-63
81. Jirasek M., Bazant Z.P., 1994. Localization analysis of nonlocal model based on crack interactions. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE* 120(7), 1521-1542
82. Jirasek M., Zimmermann T., 1997. Rotating crack model with transition to scalar damage: I. Local formulation, II. Nonlocal formulation and adaptivity. LSC Internat Report 97/01, Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne, Switzerland
83. Jirasek M., 1998. Nonlocal models for damage and fracture: comparison of approaches. *Int. J. Solids Structures* 35(31-32), 4133-4145
84. Jirasek M., Bazant Z.P., 2002. *Inelastic Analysis of Structures*. John Wiley & Sons, Chichester
85. Jirasek M., Patzak B., 2002. Consistent tangent stiffness for nonlocal damage models, *Computers and Structures* 80, 1279–1293
86. Jirasek M., Rolshoven S., 2003. Comparison of integral-type nonlocal plasticity models for strain-softening materials. *International Journal of Engineering Science* 41, 1553–1602.
87. Jirasek M., Marfia S., 2005. Non-local damage model based on displacement averaging. *Int. J. Numer. Meth. Engrg* 63(1), 77-102
88. Ju J. W., 1989. On energy based coupled elastoplastic damage theories: constitutive modeling and computational aspects. *Int. J. Solids Structures* 25(7), 803-833
89. Khan A.S., Xiang Y. and Huang S., 1991. Behavior of Berea sandstone under confining pressure- Part I, Yield and failure surfaces, and nonlinear elastic response. *Int. J. of Plasticity* 7(6), 607-624
90. Khan A.S., Xiang Y. and Huang S., 1992. Behavior of Berea sandstone under confining pressure- Part II, Elastic-plastic response. *Int. J. of Plasticity* 8(3), 209-220
91. Khazraei R., 1996. Experimental study and modelling of damage in brittle rocks. Doctoral Thesis, University of Lille (In French)
92. Kolymbas D., 1981. Bifurcation analysis for sand samples with non linear constitutive equation. *Ing. Arch.* 50, 131-140
93. Kotsovos M.D., Newman J.B., 1980. Mathematical description of deformational behavior of concrete under generalized stress beyond ultimate strength. *Journal of the American Concrete Institute – ACI* 77 (5), 340–346
94. Krajcinovic D., 1996. *Damage Mechanics*. Elsevier Science, Amsterdam

95. Kroner E., 1967. Elasticity theory of materials with long range cohesive forces. *Int. J. Solids & Structures* 3, 731-742
96. Krumhansl J.A., 1968. Some considerations of the relations between solid state physics and generalized continua. Edited by E. Kroner, Springer-Verlag, Heidelberg, Germany, 298-331
97. Kuhl D., Bangert F., Mescheke G., 2000. An extension of damage theory to coupled chemo-mechanical processes. European Congress on Computational Methods in Applied Science and Engineering ECCOMAS 2000, Barcelona, 11-14 September 2000
98. Kuhl D., Bangert F. and Meschke G., 2004. Coupled chemo-mechanical deterioration of cementitious materials, Part I: Modeling. *International Journal of Solids and Structures* 41, 15-40
99. Kuhl D., Bangert F., Meschke G., 2004. Coupled chemo-mechanical deterioration of cementitious materials, Part II: Numerical methods and simulations. *International Journal of Solids and Structures* 41, 41-67
100. Kunin I.A., 1968. The theory of elastic media with microstructure and the theory of dissolutions. *Mechanics of generalized continua*, edited by E. Kroner, Springer-Verlag, Heidelberg, Germany, 321-328
101. Kupfer H., Hilsdorf H.K., Rusch H., 1969. Behavior of concrete under biaxial stresses. *ACI Journal* 66-52, 656-666
102. Lade P. V., 1977. Elastic-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces. *Int. J. Solids Structures* 13, 1019-1035
103. Lade P. V., 1997. Modelling the strengths of engineering materials in three dimensions. *Mech. Cohesive-Frictional Materials* 2, 339-356
104. Le Bellégo C., Gérard B., Pijaudier-Cabot G., 2001a. Mechanical analysis of concrete structures submitted to aggressive water attack. In: de Borst R., Mazar J., Pijaudier-Cabot G., van Mier J. (Eds.), *Fracture Mechanics of Concrete Structures*. Balkema Publishers, Lisse, 239-246
105. Le Bellégo C., Gérard B., Pijaudier-Cabot G., 2001b. Life-time experiments on mortar beams submitted to calcium leaching. In: Ulm F.-J., Bazant Z.P., Wittmann F. (Eds.), *Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and Other Quasi-Brittle Materials*. Elsevier Science, Amsterdam, 493-498
106. Le Bellégo C., Gérard B., Pijaudier-Cabot G., Dubé J.-F., Molez L. 2003. Coupled mechanical and chemical damage in calcium leached cementitious structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 129(3), 333-341

107. Leblond J.B. and Perrin G. (1996). Introduction à la mécanique de la rupture ductile des métaux. Lecture notes (in French), Ecole Polytechnique, Paris
108. Lemaitre J., Chaboche J. L., 1990. Mechanics of solid materials. Cambridge University Press, Cambridge, U.K
109. Lemaitre J., 1996. A Course on Damage Mechanics, Second Edition, Springer-Verlag, Berlin
110. Lin F.B., Bazant Z.P., 1986. Convexity of Smooth Yield Surface of Frictional Material. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, New York, 112, 1259-1262
111. Linse, D., Aschl, H., 1976. Versuche zum Verhalten von Beton unter mehrachsiger Beanspruchung. In München durchgeführtes Teilprojekt eines internationalen Vergleichsprogrammes. Versuchsbericht, Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München.
112. Lorentz E., Andrieux S., 1999. A variational formulation for nonlocal damage models. International Journal of Plasticity 15, 119-138
113. Loret B., Provost J. H., 1990. Strain localization in elasto-(visco)-plastic solids, Part 1: General formulation and one-dimensional examples. Comp. Meth. Appl. Mech. Eng. 83, 247-273
114. Lyapunov A.M., 1907. Problème général de la stabilité des mouvements. Annales de la faculté des sciences de Toulouse 9, 203-274
115. Lydzba D. and Shao J.F., 1999. Study of poroelasticity material coefficients as response of microstructure. Mechanics of Cohesive-Frictional Material, 5(2), 149-171
116. Lydzba D. and Shao J.F., 2002. Stress equivalence principle for saturated porous media. C.R. Mécanique 330, 297-303
117. Maier Th., 1987. Nonlocal modeling of softening in hypoplasticity. Computers and Geotechnics 30, 599–610
118. Mainguy M., 1999. Modèles de diffusion non-linéaires en milieux poreux. Applications à la dissolution et au séchage des matériaux cimentaires. Ph.D. thesis, L'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
119. Mainguy M. Tognazzi C., Torrenti J.M., Adenot F., 2000. Modelling of leaching in pure cement paste and mortar. Cement and Concrete Research 30, 83-90
120. Mainguy M., Coussy O., 2000. Propagation fronts during calcium leaching and chloride penetration. Journal of Engineering Mechanics 126, 250-257

121. Mainguy M., Ulm F.-J., 2000. Coupled diffusion-dissolution around a fracture channel : the solute congestion phenomenon. *International Journal for Transport in Porous Media* 6, 1-19
122. Mainguy M., Ulm F.-J., Heukamp F., 2001. Similarity properties of demineralization and degradation of cracked porous materials. *International journal of Solids and Structures* 38, 7079-7100
123. Mandel J., 1964. Condition de stabilité et postulat de Drucker. *Rhéologie et Mécanique des Sols*, ed. Kravtchenko et Syries, IUTAM Symposium, Grenoble
124. Martin C. D., Chandler N. A., 1994. The progressive failure of Lac du Bonnet granite. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 31(4), 643-659
125. Mazars J., 1984. Application de la mécanique de l'endommagement non linéaire et à la rupture du béton de structure. Doctoral Thesis, University of Paris 6 (in French)
126. Mazars J., 1986. A description of micro-and macroscale damage of concrete structures. *International Engineering Fracture Mechanics* 25, 729-737
127. Millians A., 1993. Comportement anisotrope du grès des Vosges: élasto-plasticité, localisation, rupture. Thèse d'Etat, Université Joseph Fourier, Grenoble
128. Mills L. L., Zimmerman R. M., 1970. Compressive strength of plain concrete under multiaxial loading conditions. *ACI Journal* 67-47, 802-807
129. Mohamad-Hussein A., Shao J.F., 2007. An elastoplastic damage model for semi-brittle rocks. *Geomechanics and Geoengineering: An International Journal* (accepted for publication)
130. Mohamad-Hussein A., Shao J.F., 2007. Modelling of elastoplastic behaviour with nonlocal damage in concrete under compression. *Computers and Structures* (in press)
131. Mohamad-Hussein A., Shao J.F., 2007. Elastoplastic damage modelling and failure analysis of concrete in compression. *Key Engineering Materials*, 340-341, 1127-1132
132. Muhlhaus H. B., 1986. Shear band analysis in granular materials by Cosserat theory. *Ing. Arch.* 56, 389-399
133. Muhlhaus H. B., Vardoulakis L., 1987. The thickness of shear bands in granular materials. *Geotechnique* 37, 271-283
134. Mura T., 1987. *Micromechanics of defects in solids*. Second, revised edition, Martinus Nijhoff Publishers
135. Needleman A., 1988. Material rate dependence and mesh sensitivity in localization problems. *Computer methods in applied mechanics and engineering* 67, 69-85

136. Neilsen M.K., Schreyer H.L., 1993. Bifurcations in elastic plastic materials. *Int. J. Solids & Structures* 30(4), 521-544
137. Nemat-Nasser S. and Hori M., 1993. *Micromechanics: Overall properties of heterogeneous materials*. North- Holland
138. Okui Y., Hideyuki H., Akiyama N., 1993. A continuum theory for solids containing microdefects. *Int. J. Engng Sci.* 31(5), 735-749
139. Ortiz M., Leroy Y. and Needelman A., 1987. A finite element method for localized failure analysis. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* 61, 189-214
140. Osbolt J., Bazant Z.P., 1996. Numerical smeared fracture analysis: nonlocal microcrack interaction approach. *Int. J. Num. Meth. Engrg* 39, 635-661
141. Papanastasiou P. and Vardoulakis I., 1992. Numerical treatment of progressive localization in relation to borehole stability. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.* 16, 389-424
142. Park H., Kim J.Y., 2005. Plasticity model using multiple failure criteria for concrete in compression. *Int. J. Solids and Structures* 42, 2303-2322
143. Patzak B., Jirasek M., 2004. Adaptive resolution of localized damage in quasibrittle materials. *Journal of Engineering Mechanics*, 130(6), 720-732
144. Peerlings R.H.J., de Borst R., Brekelmans W.A.M. and Geers M.G.D., 1998. Gradient-enhanced damage modelling of concrete fracture. *Mech. Cohes.-Frict. Mater.* 3, 323-342
145. Peerlings R.H.J., 1999. Enhanced damage modelling for fracture and fatigue. PhD thesis, Eindhoven University of Technology, Eindhoven, The Netherlands
146. Pensée V., 2002. Contribution de la micromécanique à la modélisation tridimensionnelle de l'endommagement par mésolfissuration. Doctoral Thesis, University of Lille (in French)
147. Perzyna P., 1966. Fundamental problems in viscoplasticity. *Advances Application Mech.* 9, 243-377
148. Pietruszczak S., Mroz Z., 1981. Finite element analysis of deformation of strain-softening materials. *Int. J. Num. Meth. Eng.* 17, 327-334
149. Pietruszczak S., Jiang J. and Mirza F.A., 1988. An elastoplastic constitutive model for concrete. *Int. J. Solids and Structures* 24 (7), 705-722
150. Pijaudier-Cabot G. and Bažant Z. P., 1987. Nonlocal Damage Theory. *Journal of Engineering Mechanics ASCE* 113(10), 1512-1533
151. Pijaudier-Cabot G., Gérard B., Molez L., 1998a. Damage mechanics of concrete structures subjected to mechanical and environmental actions. In: de Borst R., Bicanic N.,

- Mang H., Meschke G. (Eds.), *Computational Modelling of Concrete Structures*. Balkema, Rotterdam, 559-566
152. Pijaudier-Cabot G., Gérard B., Burlion N., Molez L., 1998b. Localisation of damage in quasi-brittle materials and influence of chemically activated damage. In: de Borst R., van de Giessen E. (Eds.), *Material Instabilities in Solids*. John Wiley & Sons, Chicester, 441-456
153. Pijaudier-Cabot G., Haidar K., Omar M., 2002. Non local damage approaches in durability mechanics: influence of the length scale in coupled problems. In: Mang H., Rammerstorfer F., Eberhardsteiner J. (Eds.), *Proceedings of the Fifth World Congress on Computational Mechanics, WCCM V*, Vienna University of Technology, Vienna
154. Raniecki B., Bruhns O. T., 1981. Bounds to bifurcation stresses in solids with non associated plastic flow law at finite strain. *J. Mech. Phys. Solids* 29, 153-172
155. Rice J. R., Rudnicki J. W., 1980. A note on some features of the theory of localization of deformation. *Int. J. Solids Mech.*, 597-605
156. Rodriguez-Ferran A., Huerta A., 2000. Error estimation and adaptivity for nonlocal damage models. *Int. J. Solids & Structures* 37, 7501-7528
157. Rodriguez-Ferran A., I. Morata, A. Huerta, 2004. Efficient and reliable nonlocal damage models. *Comput. Methods Appl. Mech. Engng.* 193, 3431-3455.
158. Rodriguez-Ferran A., Morata, I., Huerta A., 2005. A new damage model based on non-local displacements. *Int. J. Numerical & Analytical methods in Geomechanics* 29, 473-493
159. Rudnicki J. W., Rice J. R., 1975. Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 23, 371-391
160. Sączuk J., Hackl K. and Stumpf H., 2003. Rate theory of nonlocal gradient damage-gradient viscoelasticity. *International Journal of Plasticity* 19(5), 675-706.
161. Salari M. R., Saeb S., William K.J., Patchet S.J., Carrasco R.C., 2004. A coupled elastoplastic damage model for geomaterials. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 193, 2625-2643
162. Scholz U., Nechvatal, D., Aschl, H., Linse, D., Stockl, S., Grasser, E., Kupfer, H., 1995. *Versuche zum Verhalten von Beton unter dreiachsiger Kurzzeitbeanspruchung*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 447, Berlin, 64pages.
163. Sfer D., Carol I., Gettu R., and Etse G., 2002. Study of the Behavior of Concrete under Triaxial Compression. *Journal of Engineering Mechanics* 128(2),156-163

164. Shao J. F., Giraud A., 2002. Comportement poromécanique des roches saturées. Lois incrémentales viscoplasticité et endommagement, Modèles de comportement des sols et des roches. Hermes Editions, 175-201
165. Shao J. F., Jia Y., Kondo D. and Chiarelli A.S., 2006. A coupled elastoplastic damage model for semi-brittle materials and extension to unsaturated conditions. *Mechanics of Materials* 38, 218-232
166. Simo J., Ju J., 1987. Strain-and stress-based continuum damage models. *International Journal of Solids and Structures* 23, 821-869
167. Simo J.C., 1989. Strain softening and dissipation: a unification of approaches. Mazars J., Bazant Z.P. (eds.), *Cracking and damage, Strain Localization and Size Effect*. Proc. France-US Workshop, Elsevier, London, 440-461
168. Simo J.C., Olivier J., Armero F., 1993. An analysis of strong discontinuities induced by strain-softening in rate-independent solid. *Computational Mechanics* 12, 1277-1296
169. Simo J., Hughes T., 1997. *Computational Inelasticity*. Springer-Verlag, New York
170. Singh U. K., Digby P. J., 1989a. A continuum damage model for simulation of the progressive failure of brittle rocks. *Int. J. Solids Struct.* 25, 647-663
171. Singh U. K., Digby P. J., 1989b. The application of a continuum damage model in the finite element simulation of the progressive failure and localization of deformation in brittle rock structures. *Int. J. Solids Struct.* 25, 1023-1038
172. Sluys L.J., de Borst R., 1994. Dispersive properties of gradient-dependent and rate-dependent media. *Mech. Mat.* 18, 131-149
173. Smith S.H., 1985. On fundamental aspects of concrete behavior. M. Sc. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Colorado, USA, 192pp
174. Stromberg L., Ristinmaa M., 1996. FE-formulation of a nonlocal plasticity theory, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 136, 127-144
175. Taylor H., 1997. *Cement Chemistry*. Thomas Telford, London
176. Thomas T.Y., 1961. *Plastic flow and fracture in solids*. Academic Press, New-York
177. Torrenti J.-M., Mainguy M., Adenot F., Tognazzi C., 1998. Modelling of leaching in concrete. In: de Borst R., Bicanic N., Mang H., Meschke G. (Eds.), *Computational Modelling of Concrete Structures*. Balkema, Rotterdam, 559-566
178. Torrenti J.-M., Didry O., Ollivier J.-P., Plas F., 1999. *La dégradation des bétons*. Hermes Science Publications, Paris
179. Ulm F.-J., Torrenti J.-M., Adenot F., 1999. Chemoporoplasticity of calcium leaching in concrete. *Journal of Engineering Mechanics* 125, 1200-1211

180. Ulm F.-J., Heukamp F., Germaine J., 2001. Durability mechanics of calcium leaching of concrete and beyond. In: de Borst R., Mazars J., Pijaudier-Cabot G., van Mier J. (Eds.), *Fracture Mechanics of Concrete Structures*. Balkema Publishers, Lisse, 133-143
181. van Eekelen H.A.M., 1980. Isotropic yield surfaces in three dimensions for use in soil mechanics. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 4, 89-101
182. Vardoulakis I., Goldschneider M., Gudehus Q.G., 1978. Formulation of shear bands in sand bodies as a bifurcation problem. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.* 2, 99-128
183. Vardoulakis I., Graf B., 1985. Calibration of constitutive models for granular materials using data from biaxial experiments. *Geotechnique* 35(3), 299-317
184. Vardoulakis I., Papanastasiou P., 1988. Bifurcation analysis of deep boreholes. I: Surface instabilities. *Int. J. Num. Anal. Methods in Geomechanics* 12, 159-170
185. Vardoulakis I., Sulem J., 1993. Application of bifurcation theory to rock mechanics problems. *Comprehensive rock mechanics*, Vol. 1, Chap 24, ed. J. Hudson, Pergamon Press
186. Voyiadjis G. Z., Abu Al-Rub R.K., Palazotto A., 2004. Thermodynamic framework for coupling of non-local viscoplasticity and non-local anisotropic viscodamage for dynamic localization problems using gradient theory. *International Journal of Plasticity* 20, 981-1038
187. Vrech S.M., Etse G., 2006. Geometrical localization analysis of gradient-dependent parabolic Drucker-Prager elastoplasticity. *International Journal of Plasticity* 22, 943-964
188. Wawersik W.R., Fairhurst C., 1970. A study of brittle rock fracture in laboratory compression experiments. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 7, 561-575
189. Wawersik W.R., Brace W.F., 1971. Post-failure behavior of a granite and diabase. *Rock Mechanics* 3(2), 61-85
190. Willam K.J., Warnke E.D., 1975. Constitutive model for the triaxial behaviour of concrete. *Proc. Int. Ass. For Bridge and Struct. Engng.* 19, ISMES, Bergamo, 174-186
191. Wong T.F., 1982. Micromechanics of faulting in Westerly granite. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 19, 49-62
192. Xie S., 2005. Contribution à l'étude du comportement mécanique d'une roche poreuse. Thèse d'Etat, Université de Lille 1
193. Yuan H., Chen J., 2004. Comparison of computational predictions of material failure using nonlocal damage models. *International Journal of Solids and Structures* 41, 1021-1037

194. Zaoui A., 2002. Continuum micromechanics: Survey. Journal of Engineering Mechanics
ASCE 128(8), 808-81